

ZUR WINDERZEUGUNG BAROKLINER TRÄGHEITS- UND ROSSBYWELLEN

IN LINEAREN MODELLEN

UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DES VERTIKALEN IMPULSFLUSSES

MATHEMATISCHE FORMULIERUNG 5

Die linearisierten Grundgleichungen 5

Die Formulierung der Randbedingungen 7

WÄRMETRANSFERENZ MIT DER P-SCHNITT 9

1.1. Typische Vertikalverteilungen der mittleren Felder 11

1.2. Darstellung nach vertikaler Eigenfunktionsau 13

1.3. Formale Lösung durch Fouriertransformation 14

1.4. Abgung von Trägheitswellen 20

2.1. Homogenes Meer 20

2.2. Inhomogenes Meer 22

3.1. Anregung von Trägheitswellen durch stochastische Windfelder 24

3.2. Beobachtungen von Trägheitsbewegungen in tropischen Atlantik während des Experimentes 28

4.1. Modellgleichungen für kinetischen und potentiellen Energie 57

4.2. Vertikale Korrelationslänge und Energiebestände 63

IV. WINDERZEUGUNG STURMUNTER UND STURME 76

IV.1. Der Substanztransport bei linearer Anregung 71

IV.1.1. Die Bildung der Rossbywellen beim Aufbau der mittleren Zirkulation im rechteckigen Becken bei Anregung durch ein Sturm-Windfeld 77

IV.1.2. Die überwindliche mittlere Zirkulation im rechteckigen Becken bei Anregung durch ein Sturm-Windfeld 84

V. ZUSAMMENFASSUNG UND SCHLUSSEBETRACHTUNGEN 89

Habilitationsschrift

zur Erlangung der *venia legendi*

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Christian-Albrechts-Universität Kiel

vorgelegt von

Rolf H. Käse

Kiel, im November 1983



I N H A L T

	Seite
I. EINLEITUNG	1
II. MATHEMATISCHE FORMULIERUNG	5
II.1 Die linearisierte Grundgleichungen	5
II.2 Die Formulierung der Randbedingungen	7
III. WELLENVORGÄNGE AUF DER F-EBENE	9
III.1 Typische Vertikalverteilungen des mittleren Feldes	11
III.2 Darstellung nach vertikalen Eigenfunktionen	13
III.3 Formale Lösung durch Fouriertransformation	14
III.4 Anregung von Trägheitswellen	20
4.1 Homogenes Meer	20
4.2 Geschichtetes Meer	26
III.5 Anregung von Trägheitswellen durch stochastische Windfelder	43
5.1 Beobachtungen von Trägheitsbewegungen im tropischen Atlantik während des Experiments GATE	45
5.2 Die Formulierung eines Modells mit vertikaler Energieabstrahlung	52
5.3 Modellspektren der kinetischen und potentiellen Energie	57
5.4 Vertikale Korrelationslänge und Energieabstrahlung	63
IV. WINDGETRIEBENE STRÖMUNGEN AUF DER β -EBENE	70
IV. 1.1 Der Endzustand bei deterministischer Anregung	71
1.2 Die Bedeutung der Rossbywellen beim Aufbau der mittleren Zirkulation	77
IV.2 Die tiefenabhängige mittlere Zirkulation im rechteckigen Becken bei Anregung durch ein Stommel-Windfeld	84
V. ZUSAMMENFASSUNG UND SCHLUSSBETRACHTUNG	94

I. EINLEITUNG

Ozean und Atmosphäre sind physikalische Systeme mit vergleichbarer interner Dynamik. Über die planetarisch-ozeanische Grenzschicht stehen sie zudem in enger Wechselwirkung. Eine Untersuchung atmosphärisch bedingter Bewegungsvorgänge im Ozean legt daher die Lösung des gekoppelten Systems nahe. Die Nichtlinearität der hydrodynamischen Bewegungsgleichungen verbietet jedoch eine Lösung in geschlossener Form, und man ist gezwungen, Näherungslösungen für spezielle physikalische Prozesse zu gewinnen. Einer analytischen Lösung sind insbesondere Wellenvorgänge im Ozean oder in der Atmosphäre zugänglich. Dabei ist die Kinematik der verschiedensten Wellentypen theoretisch und auch im Experiment meistens besser bekannt als die Dynamik (LEBLOND & MYSAK, 1978).

Interne Wellen im Ozean sind im letzten Jahrzehnt besonders intensiv erforscht worden. Ein wesentlicher Grund für das Interesse an diesem Wellenphänomen ist darin zu sehen, daß praktisch jeder messende Ozeanograph mit ihnen konfrontiert wird: Temperaturregistrierungen, Strömungsaufzeichnungen, sogar biologische Parameter zeigen in der zeitlichen Abfolge Schwankungen mit mehr oder weniger stark ausgeprägter Periodizität. Vertikale Verlagerungen von Isothermen in der jahreszeitlichen Sprungschicht von zwanzig Metern sind keine Seltenheit. Notgedrungen muß sich deshalb auch derjenige mit ihnen befassen, der lediglich an dem mittleren Zustand interessiert ist. Die fortschreitende Entwicklung der elektronischen Meßtechnik (BAKER, 1981) erlaubte die Durchführung mehrerer umfangreicher Experimente, die unsere Kenntnisse über das Feld interner Wellen im tiefen Ozean (BRISCOE, 1975) und deren Kinematik (MÜLLER, OLBERS & WILLEBRAND, 1978) als auch in Oberflächennähe (KÄSE & SIEDLER, 1980; DAVIS et al., 1981) erweiterten. Angeregt wurden diese Untersuchungen durch die grundlegende Arbeit von GARRETT & MUNK (1972), die eine Bestandsaufnahme der Zeit- und Raumskalen interner Wellen vorgelegt und ein Modell entwickelt hatten, das die Strömungs- und Dichteschwankungen in der

Hauptsprungschicht als Folge aus zufälligen Richtungen am Meßpunkt eintreffender interner Wellen mit bestimmten spektralen Eigenschaften erklärten.

Heute liegen mehrere rückblickende Aufsätze über die Entwicklung unserer Kenntnisse vor, von denen stellvertretend hier nur THORPE (1975), GARRETT & MUNK (1979), GREGG & BRISCOE (1979) und OLBERS (1983) erwähnt seien.

Dynamische Modelle interner Wellen behandeln naturgemäß ausgesuchte Prozesse. Dabei lassen sich die Fragestellungen hauptsächlich in die Themenbereiche 'Atmosphärische Erzeugung', 'Schwache Wechselwirkungen' und 'Topographische Erzeugung' einteilen. OLBERS (1983) behandelt in seiner Übersicht alle Fragestellungen, untersucht die Bedeutung der einzelnen Mechanismen und kommt zu dem Schluß, daß kein Erzeugungs- oder Dissipationsprozeß in seiner Bedeutung den anderen überwiegt, so daß die spektrale Form des internen Wellenfeldes durch die innere Umverteilung der Energie als Folge von Wellen-Wellen Wechselwirkung bestimmt wird.

Im direkten Erzeugungsbereich (bei atmosphärischer Anregung also die durchmischte Deckschicht und jahreszeitliche Sprungschicht) kann die spektrale Deformation jedoch bedeutsam sein und eine Identifizierung des Anregungsprozesses erlauben (KÄSE & OLBERS, 1980).

Die vom Institut für Meereskunde in Kiel durchgeführten Experimente zur Kinematik und Dynamik interner Wellen haben gezeigt, daß das spektrale Niveau interner Wellen in den oberen hundert Metern des freien Ozeans deutlich von dem in der Hauptsprungschicht abweicht. Eine Korrelation zwischen Änderungen des Energieniveaus und der atmosphärischen Anregungsfunktion konnte jedoch nicht eindeutig nachgewiesen werden, obwohl typische Merkmale - abwärts gerichteter Energiefluß bei Trägheitswellen, spektrales Maximum hochfrequenter interner Wellen oberhalb der mittleren Stabilitätsfrequenz der Hauptsprungschicht - auch im Modell (KÄSE & OLBERS, 1980; KÄSE & CLARKE, 1978) vorhergesagt werden.

Lineare Modelle winderzeugter Strömungen und Strömungsschwankungen standen bisher bei mehreren Kieler Arbeitsgruppen im Vordergrund ihrer Untersuchungen. Durch die Neugründung des Sonderforschungsbereichs "Warmwassersphäre" verlagerte sich jedoch der Schwerpunkt auf den mesoskaligen und großskaligen Bereich. Die Berücksichtigung dieses Skalenbereichs erschließt den Zugang zu barotropen und baroklinen Rossbywellen und einer windgetriebenen Zirkulation bei tiefenabhängiger mittlerer Schichtung. Da die Ankopplung des Windfeldes über den vertikalen Impulstransport an der Meeresoberfläche bewirkt wird, ist die vertikale Struktur bei einer Parametrisierung der Reynoldsstresse durch virtuelle Reibung wesentlich von der Form des vertikalen Austauschkoeffizienten bestimmt. Das gleiche trifft auch für die Vertikalverteilung der Energie interner Trägheitswellen zu. Hier soll nun versucht werden, auf einige Fragestellungen aus dem angesprochenen Themenkreis, die mit einem gemeinsamen Modell behandelt werden können, näher einzugehen.

In Kapitel II diskutieren wir die Voraussetzung für die Anwendung eines linearen Modells und beschreiben das Gleichungssystem und die Randbedingungen, mit denen winderzeugte Strömungsschwankungen im freien Meer oder unter Beeinflussung seitlicher Berandungen behandelt werden können.

In Kapitel III wird zunächst die Sprungantwort des linearen Systems auf der β -Ebene durch Fouriertransformation gewonnen, um für beliebige Ortszeitabhängigkeit eines rotationsbehafteten Windschubspannungsfelds die barokline Reaktion des freien Ozeans bei deterministischer und stochastischer Anregung beschreiben zu können. Am Beispiel eines Experiments im tropischen Atlantik wird gezeigt, daß durch ein f -Ebene-Modell wesentliche Eigenschaften des beobachteten Strömungsfeldes im Frequenzbereich interner Schwerewellen und die Korrelation mit den atmosphärischen Fluktuationen erklärt werden können. Die Voraussetzungen für eine wirkungsvolle Anregung werden untersucht, und eine Erklärung für das in gemäßigten Breiten oft auf die obere Deckschicht des Ozeans beschränkte Auftreten von Trägheitsbewegungen kann angegeben werden.

In Kapitel IV wird die Sprungantwort eines teilweise oder ganz abgeschlossenen Meeresbeckens auf der β -Ebene untersucht und die Rolle von Rossbywellen beim Aufbau der mittleren Zirkulation hervorgehoben. Durch konsequente Anwendung der Ekman-Theorie auf ein geschichtetes Medium wird gezeigt, daß die Vertikalstruktur des windgetriebenen Transports auf der β -Ebene durch die Form der Parametrisierung des vertikalen Impulsflusses bestimmt wird. Es wird gezeigt, daß die Benutzung großer vertikaler Austauschkoefizienten zu einer mit den Beobachtungen verträglichen Eindringtiefe des Sverdrup-Transports führt. Diese Formulierung schließt eine Beteiligung mittlerer Vertikalgeschwindigkeiten am Endzustand aus und ist einer Parametrisierung der ageostrophischen Terme durch horizontale Massendiffusion gleichwertig.

Die Schlußbetrachtungen in Kapitel V weisen noch einmal Möglichkeiten und Grenzen linearer Modelle als Hilfsmittel bei der Interpretation ozeanischen Bewegungsvorgänge auf und fassen die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit in Kürze zusammen.

II. MATHEMATISCHE FORMULIERUNG

Wir gehen bei unseren Untersuchungen von einem rechteckigen Meeresbecken mit vertikalen Berandungen mit einer Ost-West-Erstreckung L und einer Nord-Süd-Breite B . Dabei benutzen wir ein kartesisches Rechtssystem mit x nach Osten, y nach Norden und z positiv nach oben. Der Coriolisparameter $f = f_0 + \beta y$ ist eine lineare Funktion der Nord-Süd-Koordinate, und f_0 und β nehmen Werte an, die für Regionen der Subtropen und gemäßigten Breiten repräsentativ sind. Der Meeresboden bei $z = -H$ wird als konstant angesehen. Der mittlere Zustand des geschichteten Ozeans ist gekennzeichnet durch eine nur von der vertikalen Koordinate z abhängigen mittleren Dichte $\bar{\rho}(z)$.

Die Bewegungen werden durch Windschub an der Meeresoberfläche angetrieben, und Reibung im Inneren des Ozeans wird ausschließlich durch vertikalen Austausch von Impuls parametrisiert.

Das Windfeld besitzt eine beliebige räumliche und zeitliche Struktur, und die horizontalen und vertikalen Berandungen können bei der Untersuchung lokaler Anregungsvorgänge ins Unendliche gerückt werden.

Ferner werden die Grössen Dichte (ρ), Druck (p), Schubspannung (τ) und Austauschkoefizient (μ) durchgehend auf eine Referenzdichte ρ_0 bezogen.

II.1. Die linearisierten Grundgleichungen

Im Grundzustand sei der Ozean in Ruhe und es herrsche hydrostatisches Gleichgewicht.

$$\text{II.1.1} \quad \frac{d\bar{\rho}}{dz} = -g\bar{\rho}$$

Abweichungen von diesem Grundzustand werden für kleine Störungen durch die Bewegungsgleichungen

$$\text{II.1.2} \quad \frac{\partial u}{\partial t} - (f_0 + \beta y) v + \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0$$

$$\text{II.1.3} \quad \frac{\partial v}{\partial t} - (f_0 + \beta y) u + \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0$$

$$\text{II.1.4} \quad g\rho + \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

die Kontinuitätsgleichung für ein inkompressibles Medium

$$\text{II.1.5} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

und die Dichtegleichung

$$\text{II.1.6} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{N^2}{g} w = 0$$

beschrieben. Dabei wurde vorausgesetzt, daß Störungen der Dichte gemäß Boussinesq-Approximation nur im Schwerkraftterm zum Tragen kommen. Durch die Verwendung der hydrostatischen Approximation in II.1.4 beschränken wir uns ferner auf Bewegungsvorgänge, deren Zeitskala sehr viel größer als die typische Stabilitätsperiode $\frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{\sqrt{-g \frac{\partial \rho}{\partial z}}}$ ist. Eine

für die Lösung vorteilhafte Darstellung erhält man durch die Einführung der Divergenz- und Vorticityfunktion

$$\text{II.1.7.} \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} ,$$

Elimination der Dichte und Einführung der Stromfunktion ψ und des Geschwindigkeitspotentials ϕ gemäß

$$\text{II.1.8.} \quad u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial y} ; \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\text{II.1.9.} \quad D = \Delta \phi \quad \xi = \Delta \psi \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

ergibt das gekoppelte Gleichungssystem

$$\text{II.1.10} \quad \frac{\partial}{\partial t} \Delta \phi - f_0 \Delta \psi + \beta \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \Delta \phi}{\partial z} \right) + \Delta P = 0$$

$$\text{II.1.11} \quad \frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi + f_0 \Delta \phi + \beta \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \Delta \psi}{\partial z} \right) = 0$$

$$\text{II.1.12} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^2} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \Delta \phi = 0$$

Durch Kombination von II.1.10 - II.1.12 mit geeigneten Differentialoperatoren lassen sich Gleichungen für ϕ , ψ und P allein ableiten, doch lassen sich dann die Randbedingungen nicht mehr so problemlos formulieren, wie es ohne Zusammenfassung möglich ist.

II.2. Die Formulierung der Randbedingungen

Barokline Bewegungen besitzen an der Meeresoberfläche nur sehr geringe Vertikalauslenkungen, und es ist daher üblich, zur Vereinfachung der Lösungen von einer starren Meeresoberfläche auszugehen, an der lediglich die horizontale Schubspannung vorgegeben zu werden braucht, da wiederholt gezeigt worden ist (MAGAARD, 1973; WILLEBRAND, 1981), daß Luftdruckschwankungen eine nur untergeordnete Rolle bei der Anregung spielen.

Die Randbedingungen an der Meeresoberfläche lauten

$$\text{II.2.1} \quad \mu \frac{\partial u}{\partial z} = \tau^x$$

$$\text{II.2.2} \quad \mu \frac{\partial v}{\partial z} = \tau^y$$

$$\text{II.2.3} \quad \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{N^2}{g} w = 0$$

Aus II.2.3 folgt für eine starre Oberfläche $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$.

Am ebenen Meeresboden verschwindet die Vertikalgeschwindigkeit, und wir benutzen ein linearisiertes Schubspannungsgesetz

$$\text{II.2.4} \quad \mu \frac{\partial u}{\partial z} = r u ; \quad \mu \frac{\partial v}{\partial z} = r v ; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad \text{für } z = -H$$

Dabei hat der Reibungskoeffizient r die Dimension einer Schubspannungsgeschwindigkeit.

Um nun zu den Bedingungen für Geschwindigkeitspotential und Stromfunktion zu gelangen, wenden wir auf II.2.1-2 den Divergenz- und Rotationsoperator an und erhalten

$$\text{II.2.5} \quad \mu \frac{\partial \Delta \phi}{\partial z} = - \operatorname{div}(\tau) ; \quad \mu \frac{\partial \Delta \psi}{\partial z} = - \operatorname{rot}_z(\tau)$$

sowie entsprechend

$$\text{II.2.6} \quad \mu \frac{\partial \Delta \phi}{\partial z} = r \Delta \phi ; \quad \mu \frac{\partial \Delta \psi}{\partial z} = - r \Delta \psi$$

An den meridionalen seitlichen Berandungen benutzen wir analog zu KRAUSS & WÜBBER (1982) die Bedingung verschwindender Normalkomponenten der Horizontalgeschwindigkeit.

$$\text{II.2.7} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 ; \quad x = 0, L$$

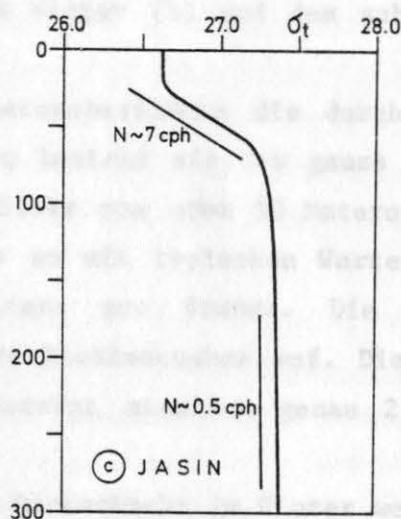
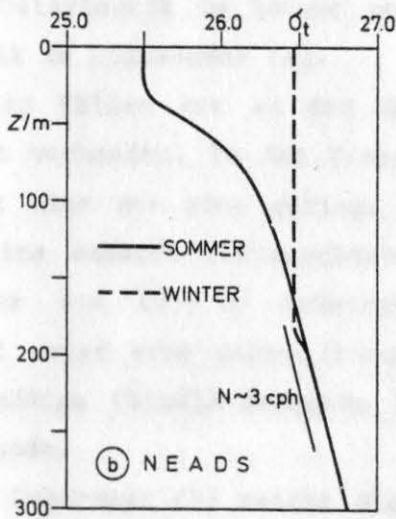
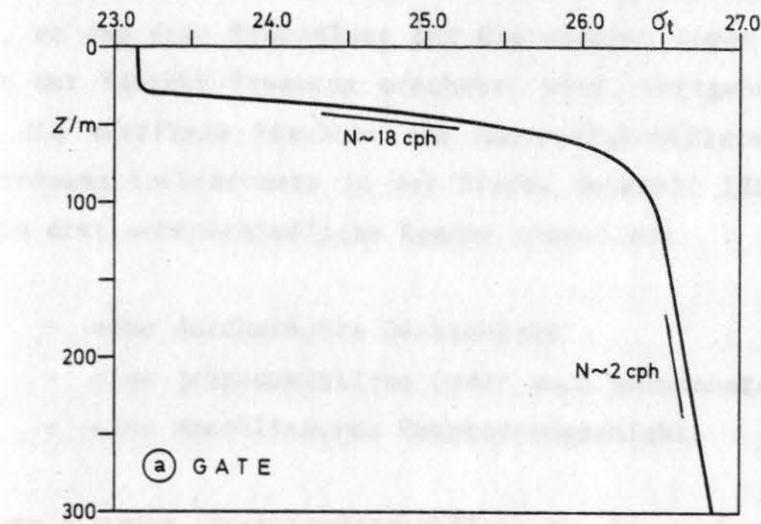


Abb. 1: Dichteschichtung des oberen Ozeans an typischen Orten der Tropen (a), Subtropen (b) und des Subpolargebiets (c)

III.1. Typische Vertikalverteilungen des mittleren Feldes

Die vertikale Dichteschichtung im Ozean ist natürlich nicht überall linear, so daß eine Behandlung der Gleichungen wegen der Tiefenabhängigkeit der Väisälä-Frequenz erschwert wird. Weitgehend unbekannt ist ferner die vertikale Struktur des Austauschkoeffizienten sowie seine Größenordnung insbesondere in der Tiefe. Generell läßt sich der obere Ozean in drei unterschiedliche Regime einteilen:

- eine durchmischte Deckschicht
- eine jahreszeitliche (oder auch permanente) Sprungschicht
- eine anschließende Hauptsprungschicht.

Abbildung 1 zeigt Schichtungsverhältnisse in drei unterschiedlichen geographischen Regionen, dem tropischen Atlantik (a), dem subtropischen Ostatlantik im Sommer und Winter (b) und dem subpolaren Nordatlantik im Spätsommer (c).

In allen Fällen ist an der Meeresoberfläche die durchmischte Deckschicht vorhanden. In den Tropen besteht sie das ganze Jahr über und besitzt hier nur eine geringe Dicke von etwa 30 Metern. Es schließt sich eine scharfe Sprungschicht an mit typischen Werten der Väisälä-Frequenz von 10 - 20 Schwingungen pro Stunde. Die anschließende Schicht weist eine nahezu lineare Dichtezunahme auf. Die entsprechend gleichmäßige Väisälä-Frequenz beträgt ziemlich genau 2 Schwingungen pro Stunde.

In den Subtropen (b) reicht die Deckschicht im Winter wegen der etwas stärkeren winterlichen Vertikalkonvektion bis in 200 Meter Tiefe. Im Sommer bildet sich unter dem Einfluß der Erwärmung und turbulenter Vermischung eine dünne Deckschicht von wenigen 10 Metern Dicke, die sich im Herbst und Winter vertieft und in die ursprüngliche Deckschicht übergeht.

Im subpolaren Raum (c) ist im Sommer eine sehr variable Deckschicht vorhanden, die darunter liegende jahreszeitliche Sprungschicht ist sehr stark ausgeprägt, doch besitzt die Väisälä-Frequenz mit Werten um 6 - 8 Schwingungen pro Stunde etwas kleinere Werte als in den Tropen.

Bemerkenswert ist aber die ausgesprochen schwache Schichtung des Tiefenbereichs unterhalb der jahreszeitlichen Sprungschicht, die bis zu Tiefen von 800 Metern zu Werten von N um eine halbe Schwingung pro Stunde führt. Diese Wassermassen besitzen durch tiefreichende winterliche Konvektion direkten Kontakt mit der Atmosphäre.

Eine Berücksichtigung der vertikalen Dichteverteilung im Modell ist im Prinzip durch die Entwicklung nach einem orthonormalen Funktionensystem möglich. Dazu ist ferner die Vertikalverteilung des vertikalen Austauschoeffizienten als bekannt vorauszusetzen. Seine Struktur hängt wesentlich von der Art der kleinskaligen Prozesse ab, die durch das Austauschkonzept parametrisiert werden sollen. Ist kleinskalige Turbulenz maßgeblich, so liegt eine Darstellung nahe, wie sie z.B. bei KRAUSS & WÜBBER (1982) mit hohen Werten in der Deckschicht und sehr kleinen Werten unterhalb der jahreszeitlichen Sprungschicht gewählt wird. Sind die Reynoldsstresse jedoch durch hochfrequente interne Wellen hervorgerufen, so könnte eher eine Vertikalverteilung von μ in Frage kommen, wie sie von MÜLLER (1974) aus der Wechselwirkung interner Wellen mit einem vertikal gescherten Grundstrom berechnet wurde. In seinem Modell ergibt sich ein Austauschoeffizient, der umgekehrt proportional zu $N(z)$ ist.

Für großräumige Zirkulationsvorgänge läßt die Wechselwirkung der Strömung mit mesoskaligen Wirbeln (RHINES & YOUNG, 1983) eine Parametrisierung des Austauschoeffizienten umgekehrt proportional zu N^2 zu. Damit ist bereits gesagt, daß es unrealistisch ist, mit einer bestimmten Form des Austauschoeffizienten für unterschiedliche Skalen der Bewegung zu rechnen. Andererseits vereinfacht sich die Lösung für gewisse Vertikalverteilungen von μ so erheblich, daß es lohnend ist, die geschlossene Lösung zu ermitteln und in ihrer Bedeutung zu diskutieren. Dazu bietet sich insbesondere $\mu \approx N^{-2}$ an. Dadurch entstehen jedoch auch einige bisher nicht genauere untersuchte Probleme, derer man sich bei der Interpretation der Ergebnisse bewußt sein muß.

III.2 Darstellung nach vertikalen Eigenfunktionen

Die Ableitung einer einzigen Gleichung für eine der Größen ϕ , ψ , oder P führt auf eine Differentialgleichung 6. Ordnung in z . Zur Ermittlung einer erzwungenen Lösung sind daher 6 Randbedingungen zu erfüllen. Wir haben diese Bedingungen in II.2 formuliert. Die vertikalen Eigenfunktionen müssen die homogenen Randbedingungen erfüllen. Da die Lösung einer Differentialgleichung 6. Ordnung und auch der Beweis der Vollständigkeit für Nicht-Liouville'sche Randwertaufgaben nicht trivial ist, wird häufig die Lösung nach einem anderen Eigenfunktionssystem, dessen Vollständigkeit bekannt ist, entwickelt. Dabei wird teilweise der Tatsache nicht Rechnung getragen, daß bei der Entwicklung nach einem System niedrigerer Ordnung die gleichmäßige Konvergenz der Lösung an den Rändern nicht gewährleistet ist.

Außerdem ist klar, daß z.B. bei einem Eigenfunktionssystem 2. Ordnung nur 2 Randbedingungen erfüllt werden können. Eine richtige Lösung ist daher nur dann erhältlich, wenn die übrigen Randbedingungen aus den 2 gegebenen folgen.

Das wollen wir an einem Beispiel erläutern. Dazu betrachten wir die Randwertaufgabe

$$\text{III.2.1} \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f^2}{N^2} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \lambda^2 P = 0$$

mit den Randbedingungen

$$\text{III.2.2} \quad \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{N^2}{g} P = 0 ; z = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0 ; z = -H$$

Diese Randwertaufgabe führt auf die "natürlichen" Eigenfunktionen bei verschwindender Reibung und stellt dann sowohl die Vertikalstruktur interner Schwerewellen als auch quasi-geostrophischer Wellen dar.

Entwickeln wir nun die Lösung des reibungsbehafteten Problems mit $\mu \neq 0$, so wird deutlich, daß die Randbedingungen II.2.6 nur mit $r = 0$

erfüllt werden kann. Dies ist auch der Fall, wenn $\mu \approx N^{-2}$ gilt, da bei diesem Sonderfall P, ϕ und ψ die gleichen Eigenfunktionen besitzen. Ersetzen wir nämlich in III.2.1 N^{-2} durch $\mu(z)$, ergibt sich die Struktur der Eigenfunktionsgleichung, die man aus II.1.10 bis II.1.12 für ϕ und ψ erhält.

Nun ist aber ebenfalls P proportional zu ϕ (s. II.1.12). Damit ist $\frac{\partial \phi}{\partial z}$ proportional zu $\frac{\partial P}{\partial z}$ und gemäß Randbedingung III.2.2 Null am Boden ($z = -H$), woraus folgt, daß die Randbedingung II.2.6 nur für $r = 0$ erfüllt ist.

Nun könnte man auf die Idee kommen, die Lösung nach dem Randwertproblem gemäß II.2.6 zu entwickeln. Doch auch dann ergibt sich keine konsistente Randbedingung für P, da die Forderung $\frac{\partial P}{\partial z} = 0$ nicht erfüllt ist. Somit bringt die Wahl eines speziellen μ -Profils eine mathematische Vereinfachung des Lösungswegs, die aber durch die Einschränkung bei der Form der Randbedingung erkauft wird. Für die Fälle, bei denen eine "slip"-Bedingung mit $r = 0$ angemessen ist, wird der Vorteil allerdings beträchtlich.

Eine Einführung von Reibungsgrenzschichten ist wenig hilfreich, da, wie später gezeigt wird, sowohl bei Trägheitswellen als auch bei Rossbywellen die Grenzschichtdicke von der Größenordnung der vertikalen Wellenskala sein kann.

III.3 Formale Lösung durch Fouriertransformation

Wir stellen die Divergenz und Rotation des Windfeldes als auch alle Größen des ozeanischen Bewegungsfeldes durch Fourierintegrale dar.

$$\text{III.3.1} \quad f(x,y,t) = 1/(2\pi)^3 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k_1, k_2, \omega) e^{i(k_1 x + k_2 y + \omega t)} dk_1 dk_2 d\omega$$

Dabei kennzeichnen Großbuchstaben die Fourier-Transformierte

$$\text{III.3.2 } F(k_1, k_2, \omega) = 1/(2\pi)^3 \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int f(x, y, t) e^{-i(k_1 x + k_2 y + \omega t)} dx dy dt$$

Die Abhängigkeit von der vertikalen Koordinate z ist durch eine Eigenfunktionsdarstellung der Form

$$\text{III.3.3 } F(k_1, k_2, \omega; z) = \sum_n F_n(k_1, k_2, \omega) Z_n(z)$$

gegeben, wobei Z_n der vollständige Satz der Eigenfunktionen des Randwertproblems

$$\text{III.3.4 } \frac{d}{dz} \left(\mu(z) \frac{dZ_n}{dz} \right) + \lambda_n^2 Z_n = 0$$

$$\frac{dZ_n}{dz} - \frac{Z_n}{g\mu} = 0 \quad ; \quad z = 0$$

$$\frac{dZ_n}{dz} = 0 \quad ; \quad z = -H$$

ist. Die Lösung von II.1.10 - 12 mit den Randbedingungen II.2.5 - 6 mit $r = 0$ geschieht nach Standardverfahren und liefert die Amplituden der einzelnen Eigenfunktionen in Abhängigkeit vom Anregungsfeld.

$$\text{III.3.5 } \phi_n = \frac{(A \cdot DT - B \cdot RT)}{k^2 (AC + B^2)} ; \quad DT = ik_1 T^x + ik_2 T^y$$

$$\text{III.3.6 } \psi_n = \frac{B \cdot DT - C \cdot RT}{k^2 (AC + B^2)} ; \quad RT = ik_1 T^y + ik_2 T^x$$

$$\text{III.3.7 } P_n = D \phi_n$$

mit $\text{III.3.8 } A = \left(i\omega + \lambda_n^2 - i \frac{\beta k_1}{k^2} \right)$

$$\text{III.3.9. } B = \left(-f_0 + i \frac{\beta k_2}{k^2} \right)$$

$$\text{III.3.10 } C = i\omega + \frac{\lambda^2}{n} - i \frac{\beta k_1}{k^2} + D$$

$$\text{III.3.11 } D = \frac{\mu_0 N_0^2 k^2}{i\omega \lambda^2 n}$$

Die Amplituden der modalen Fourierkomponenten besitzen die Struktur eines linearen Oszillators. Der Resonanznenner läßt sich auf die Form

$$\text{III.3.13 } (\omega - \omega_1) (\omega - \omega_2) (\omega - \omega_3)$$

bringen. Dabei sind die Resonanzfrequenzen die 3 Lösungen der kubischen Gleichung

$$\begin{aligned} \text{III.3.14 } & \left(-\omega^2 + i\omega \left(\frac{\lambda^2}{n} - i \frac{\beta k_1}{k^2} \right) + \frac{\mu_0 N_0^2 k^2}{\lambda^2 n} \right) \left(i\omega + \frac{\lambda^2}{n} - i \frac{\beta k_1}{k^2} \right) \\ & + i\omega \left(f_0 - i \frac{\beta k_2}{k^2} \right)^2 = 0 \end{aligned}$$

Die Lösungen liefern die Dispersionsrelation zweier verschiedener Wellentypen: Zwei Lösungen liegen für realistische Wellenzahlbereiche ozeanischer Bewegung im Bereich oberhalb der Trägheitsfrequenz und eine im Bereich planetarischer Rossbywellen. Die Dispersionseigenschaften freier Wellen sind für den reibungsfreien Fall eingehend in der Literatur beschrieben worden (s. z.B. KRAUSS, 1973). Da zwischen den spektralen Bereichen planetarischer Rossbywellen und interner Schwerewellen im Ozean ein energiearmer Bereich liegt (Abbildung 2), wird in der Literatur zumeist auf Näherungslösungen von III.3.14 zurückgegriffen.

Dies ist möglich, da eine Wurzel immer dem Betrage nach um eine Größenordnung kleiner ist als die beiden übrigen. Um die Lösung näher zu diskutieren, führen wir dimensionslose Größen ein.

$$\text{III.3.15 } \text{Ekmanzahl: } \quad E = \mu_0 / f_0 H^2$$

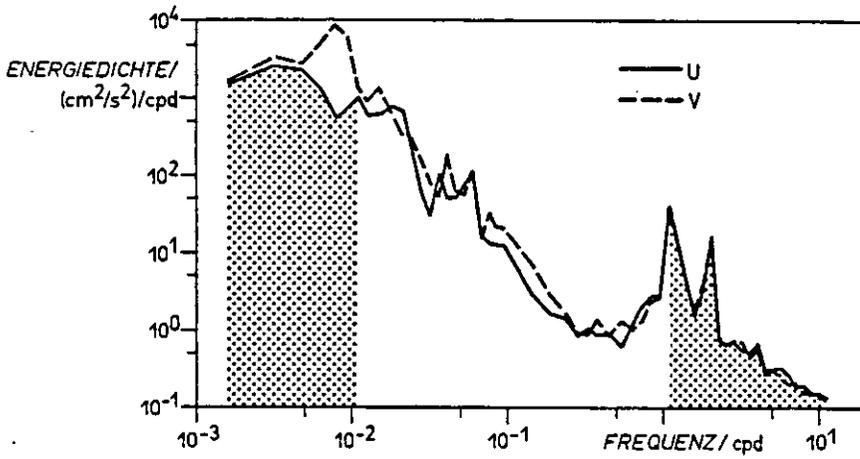


Abb. 2: Varianzspektrum der zonalen und meridionalen Geschwindigkeitskomponente in 250 m Tiefe im subtropischen Ostatlantik ($\phi = 33^\circ \text{ N}$, $\lambda = 22^\circ \text{ W}$). Die Rasterung kennzeichnet die Bereiche barokliner Rossbywellen ($< 10^{-2}$ cpd) und barokliner Schwerewellen (> 1.09 cpd, lokale Trägheitsfrequenz).

Planetarischer Vorticity Faktor: $\hat{\beta} = \beta r_1 / f_0$

Dabei ist r_1 der interne Rossbyradius, bezogen auf die erste Mode, mit der die horizontalen Koordinaten skaliert werden. Skalieren wir ferner ω mit der Trägheitsfrequenz f_0 , so folgen die drei dimensionslosen Resonanzfrequenzen aus

$$\text{III.3.16} \quad \hat{\omega}_{1,2} = \frac{\hat{\beta} k_1}{\hat{k}^2} \pm \sqrt{F + \frac{E k^2}{E_n}} + i E_n$$

$$\hat{\omega}_3 = \frac{i \frac{E k^2}{E_n} \left(E_n - i \frac{\hat{\beta} k_1}{\hat{k}^2} \right)}{F + \frac{E k^2}{E_n}}$$

mit

$$F = \left(1 - \frac{i \hat{\beta} k_2}{\hat{k}^2} \right)^2 + \left(E_n - \frac{i \hat{\beta} k_1}{\hat{k}^2} \right)^2$$

$$E_n = \frac{\lambda^2}{f_0}$$

Bei verschwindender Ekmanzahl ($E = 0$) reduziert sich das System auf die bekannten Resonanzfrequenzen freier Wellen. Dabei ist zu beachten, daß für die hier benutzte Form der β -Ebenen-Approximation der β -Term auch in Verbindung mit der Nord-Süd-Wellenzahl auftritt. Die sonst übliche quasi-geostrophische Approximation erhält man, indem F durch 1 ersetzt wird. Die Gültigkeit der quasi-geostrophischen Approximation erstreckt sich damit auf Bereiche, in denen die Periode der barotropen Rossbywelle erheblich größer als die Trägheitsperiode und der Einfluß des Reibungsterm gering ist ($E_n \ll 1$). Da E_n das Verhältnis der effektiven Ekmanstichtdicke zur Vertikalskala der n -ten Mode darstellt, ist die quasi-geostrophische Näherung nur für eine begrenzte Anzahl von Moden gültig.

Die Gültigkeit unserer Näherungslösung ist jedoch nicht durch die Modenzahl bestimmt, sondern lediglich durch die Größe des Verhältnisses $|\hat{\omega}_3|/|\hat{\omega}_{1,2}|$. Da für wachsende Modenzahl bei festem k dieses Verhältnis gegen Null strebt, wird die Approximation sogar besser als für niedrige Moden.

Die Rücktransformation in den Zeitbereich nehmen wir für ein Windfeld mit der zeitlichen Abhängigkeit einer Einheitssprungfunktion vor. Die als Sprungantwort bezeichnete Lösung ergibt sich aus Tabellen (ROBERTS & KAUFMAN, 1966). Zur besseren Lesbarkeit der Formeln wird im folgenden das Symbol $\hat{}$ zur Kennzeichnung der dimensionslosen Größen nicht weiter benutzt, da aus dem Text jeweils hervorgeht, ob eine Reskalierung vorgenommen wurde.

$$\text{III.3.17} \quad \phi_n = - Z_n(z) Z_n(0) H \frac{RT}{k^2} \left(1 - \frac{i\beta k_2}{k^2}\right)$$

$$\left\{ \frac{e^{i\omega_1 t}}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_3 - \omega_1)} + \frac{e^{i\omega_2 t}}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_2 - \omega_3)} + \frac{e^{i\omega_3 t}}{(\omega_1 - \omega_3)(\omega_3 - \omega_2)} \right\}$$

$$\text{III.3.18} \quad \psi_n = - Z_n(z) Z_n(0) H \frac{RT}{k^2} \cdot \left\{ \frac{iEk^2}{E_n \omega_1 \omega_2 \omega_3} + \left(1 - \frac{i\beta k_2}{k^2}\right) \right.$$

$$\cdot \left(\frac{e^{i\omega_1 t}}{if_n (\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)} + \frac{e^{i\omega_2 t}}{if_n (\omega_1 - \omega_2)(\omega_2 - \omega_3)} \right.$$

$$\left. \left. + \frac{e^{i\omega_3 t}}{i \left(\omega_3 - E_n + \frac{i\beta k_1}{k^2}\right) (\omega_1 - \omega_3)(\omega_3 - \omega_2)} \right) \right\}$$

mit
$$f_n = \left\{ \left(1 - \frac{i\beta k_2}{k^2}\right)^2 + \frac{Ek^2}{E_n} \right\}^{1/2}$$

Die modale Sprungantwort besteht aus gedämpften Schwingungen eines linearen Oszillators. Die Überlagerung aller Komponenten jedoch ergibt erst das tatsächliche Störungsfeld. Wir werden die Lösung für verschiedene Fälle im weiteren näher diskutieren.

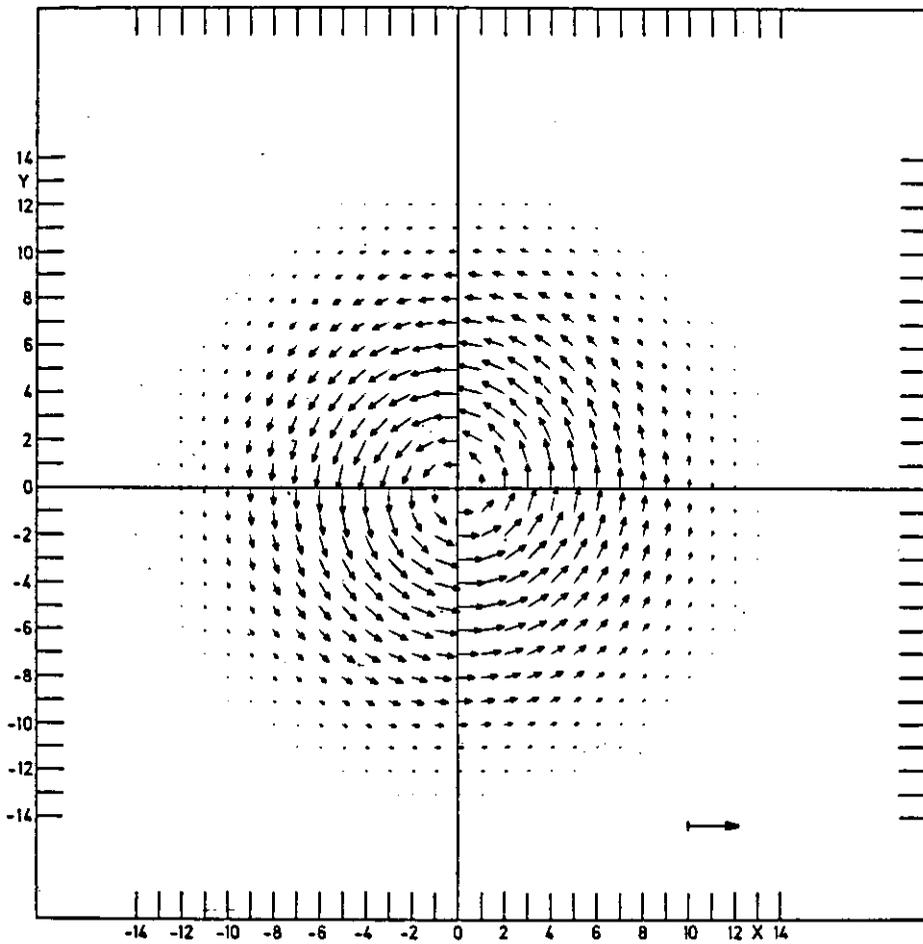


Abb. 3: Windschubvektoren der idealisierten Zyklone als treibende Kraft für das Strömungsfeld in Abb. 4, 5. Die Länge des Referenzpfeils entspricht 2 Einheiten des dimensionslosen Windschubs. Die x,y -Koordinaten sind die Punkte einer 32×32 Fouriertransformation.

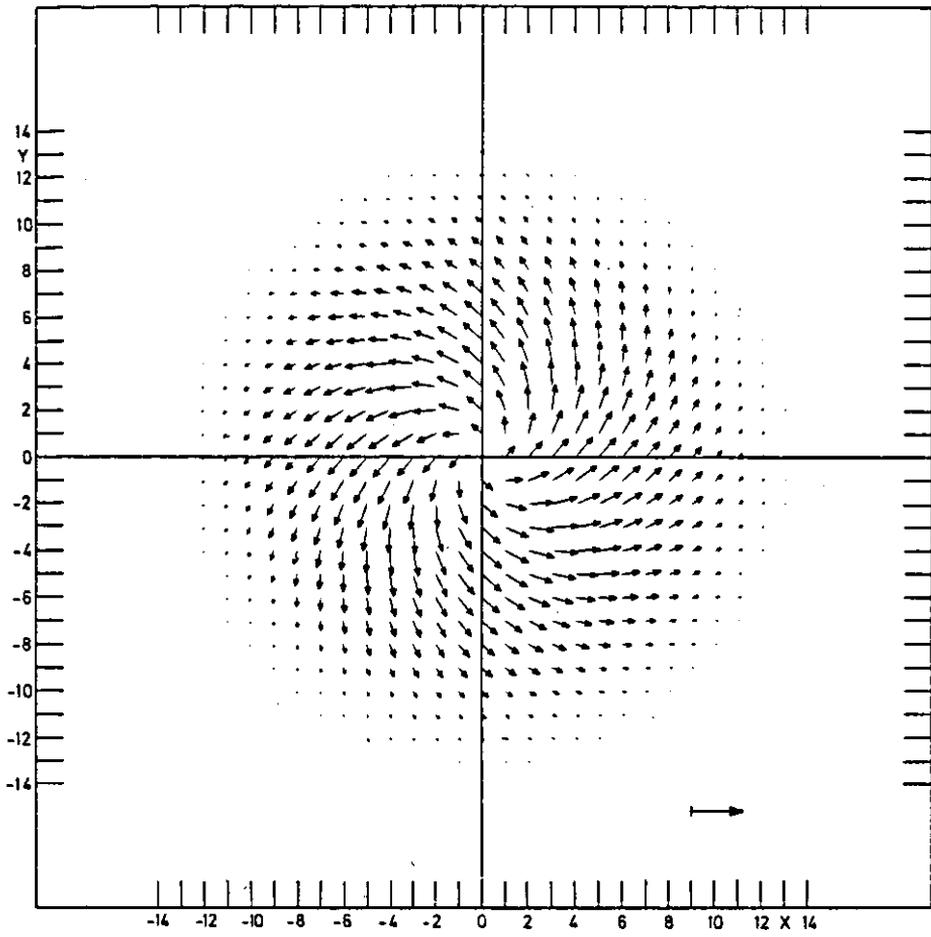


Abb. 4: Stationärer Ekmanstrom an der Meeresoberfläche hervorgerufen durch das Windfeld in Abb. 3.

als starres Gebilde aufzufassen, besitzen die spektralen Komponenten nur Beiträge bei Frequenzen $\omega = k_1 c$, wobei k_1 die Wellenzahl parallel zur Zugrichtung der mit der Geschwindigkeit c wandernden Störung ist.

Trägheitswellen können somit nur erzeugt werden, wenn das Anregungsfeld bei f spektrale Beiträge besitzt. Für eine idealisierte Zyklone, dargestellt durch ein Gauss'sches Luftdruckfeld mit geostrophischem Wind (Abb. 3), wurde das Strömungsfeld auf der f -Ebene für zwei Fälle mit unterschiedlicher advektiver Zeitskala $L_x/c \gg f^{-1}$ und $L_x/c \ll f^{-1}$ im homogenen Ozean berechnet.

Bei einem großskaligen Windfeld (Abb. 4) herrscht an jedem Ort ein lokales stationäres Ekman-Gleichgewicht. Der Strömungsvektor an der Meersoberfläche ist an jedem Ort um 45° zum Windvektor nach rechts (Nordhalbkugel) verschoben und dreht mit der Tiefe weiter nach rechts. Da das Windfeld rotationsbehaftet ist, entsteht durch den divergierenden Massentransport ein den Massendefekt ausgleichendes Vertikalgeschwindigkeitsfeld. Dieses Feld ist ebenfalls stationär und führt zu einer tiefreichenden vertikalen Zirkulationszelle. Dieses Feld ist nur im homogenen Ozean möglich, da bei vorhandener Dichteschichtung der vertikale Auftrieb der Wasserteilchen der Abwärtsbewegung entgegensteht. Darauf werden wir später im einzelnen noch eingehen.

Ist die advectierte Zeitskala klein gegen die Trägheitsperiode, ($L_x/c \ll f^{-1}$) werden effektiv Trägheitsschwingungen angeregt (Abb. 5). Jetzt gilt an jedem Ort eine zeitabhängige Ekman-Balance. Hinter der Zyklone klingen die Schwingungen langsam aus. Die Dämpfung ist dabei proportional zur Ekmanzahl. Bemerkenswert ist die Konzentration der Trägheitsbewegung auf der zur Zugrichtung rechten Seite der Zyklone. Die Ursache dafür ist in der höheren spektralen Dichte der Anregung bei rechtsdrehenden Frequenzen zu sehen. Diese liegt bei Zyklonen rechts, bei Antizyklonen links zur Achse der Störung.

Zieht man die genauere Struktur eines Tiefdruckgebiets in Betracht, ist zu erwarten, daß die Trägheitsbewegung räumlich starke Inhomogenität

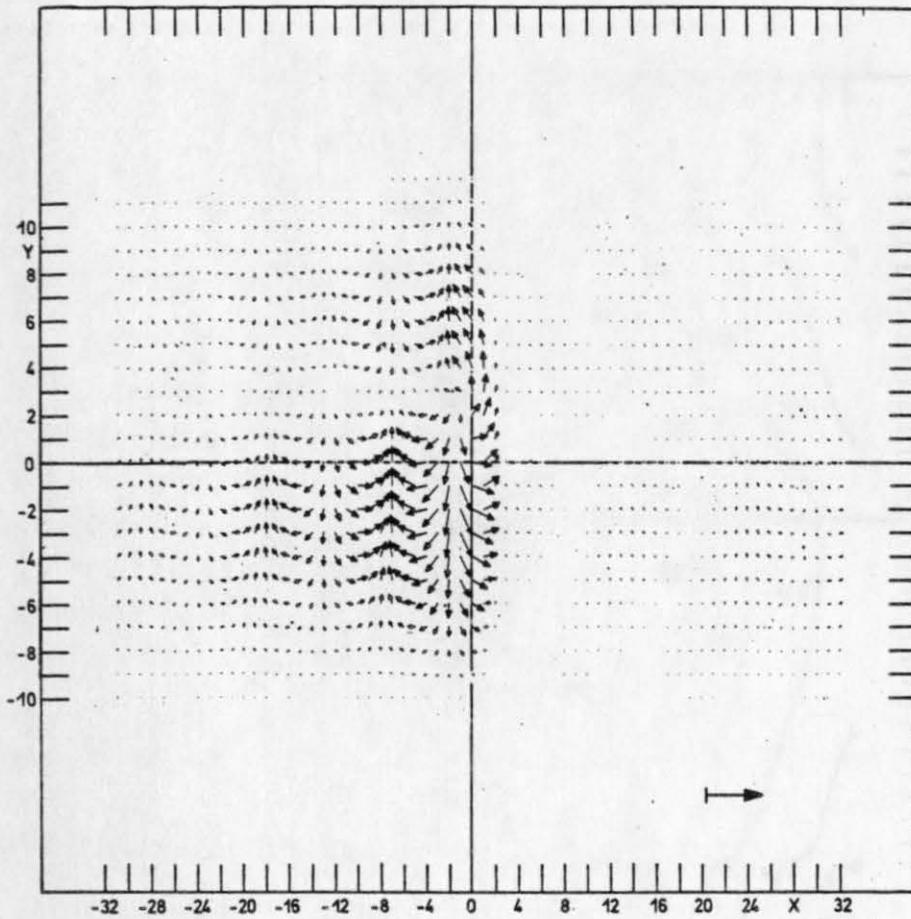


Abb. 5a: Trägheitswellen an der Meeresoberfläche als Folge einer schnell wandernden Zyklone ($f_0 L_x / C \ll 1$). Skalierung wie in Abb. 4.

aufweisen muß. Die deterministische Betrachtungsweise, die in diesem Abschnitt Grundlage der Untersuchungen ist, kann dann zu keiner realistischen Aussage über das Strömungsfeld führen.

III.4.2 Geschichtetes Meer

FJELDSTADT (1958) behandelte die Reaktion des baroklinen Ozeans auf Störungen des geostrophischen Gleichgewichts. VERONIS (1956) untersuchte die Antwort eines Modellozeans mit zwei Schichten unterschiedlicher Dichte auf einen rotationsbehafteten Windschub, der eine endliche Zeitspanne t_0 wirkt. Trägheitswellen werden erzeugt, wenn die Wirkdauer kürzer als ein halber Pendeltag ist. Die interne Grenzfläche neigt sich bei einer längeren Zeitskala soweit, bis geostrophisches Gleichgewicht herrscht.

GEISLER (1970) zeigte, daß bei Anregungen durch einen wandernden Hurrikan eine keilförmige Störung der internen Grenzfläche hinter dem Windfeld zurückbleibt. Die Öffnung des Keils wird dabei durch die Burgerzahl als quadratisches Verhältnis von internem Rossbyradius r_1 zur Längenskala L_x und eine Froudezahl als quadratisches Verhältnis der Wandergeschwindigkeit c der Störung und der Phasengeschwindigkeit der langen internen Grenzflächenwelle $c_1 = f r_1$ bestimmt.

Ist $r_1/L_x \gg 1$ und $c/c_1 > 1$, liegt der Öffnungswinkel bei 45° . Er verringert sich mit abnehmender Burgerzahl, bis bei einer kritischen Größe der Keil nicht vorhanden ist. Da im allgemeinen c/c_1 größer als ein ist, und r_1/L_x nicht größer als 1 gilt, ist die Öffnung sehr gering und die Störung der Grenzfläche an die Achse des Hurrikans gebunden.

PRICE (1981, 1982) bezog in einem numerischen Modell die Möglichkeit tiefenabhängiger Dichte ein und untersuchte die Tiefenstruktur der Trägheitswellen in Abhängigkeit von Burgerzahl und advektierter Zeitskala. Dabei zeigte sich, daß im Gegensatz zu kinematischen Modellen, die nur eine geringe Eindringtiefe wegen des nahezu horizontal gerichteten Wellenzahlvektors freier interner Wellen vorhersagen, der gesamte Tiefbereich innerhalb einer Trägheitsperiode erfaßt wird. Price erklärt dies durch den unterschiedlichen Charakter der Lösung

als erzwungene Reaktion. Unsere Untersuchungen, die parallel zu Price' Arbeiten liefen, bestätigen im wesentlichen seine Ergebnisse.

In der Literatur wird die Erzeugung von Trägheitswellen außer im Falle der numerischen Behandlung häufig dadurch gelöst, daß über eine dünne Oberflächenschicht vertikal integriert wird und das am Boden der Ekman'schen Schicht resultierende Vertikalgeschwindigkeitsfeld als Randbedingung für die als reibungsfrei geltende Unterschicht benutzt wird. Die noch verbleibende freie Amplitude wird durch Auswertung der Randbedingung für w am Boden bestimmt. Außer acht gelassen wird dabei der Einfluß des Drucks in der dünnen Deckschicht auf die Unterschicht. Das bedeutet nun die volle Abführung des Massenüberschusses in der Deckschicht nach unten, ohne Einfluß der in der Unterschicht wirksamen Auftriebskraft. Dies kann energetisch nicht richtig sein, da dies nur mit Druckaufwand geschehen kann. Die Ursache für diesen Widerspruch liegt in der nicht beachteten dynamischen Grenzflächenbedingung, die den Druck mit der Auslenkung der internen Grenzfläche koppelt. Der Fehler in der Formulierung besteht also in der Vernachlässigung des Druckterms in der Deckschicht. Hätte man ihn berücksichtigt, wäre er noch als weitere Unbekannte zu bestimmen gewesen.

In unserer Formulierung wird der Druckterm überall berücksichtigt, und die Lösung ist daher in sich konsistent. Sie erfüllt insbesondere den Energieerhaltungssatz als unabdingbare Forderung und außerdem im Rahmen der linearen Approximation die Massenerhaltung, wie später noch zu zeigen ist.

Betrachten wir zunächst die spektrale Form der Stromfunktion ψ und des Geschwindigkeitspotentials ϕ . Wir benutzen wieder als einfache Anregungsform ein zweidimensionales Windfeld, das aus einer Luftdruckstörung ohne Berücksichtigung des Reibungswindes über die thermische Windgleichung folgt.

Mit einem linearisierten Windschubansatz (WILLEBRAND, 1981) ist damit das Feld divergenzfrei, und die Rotation ergibt sich aus der Anwendung des Laplace-Operators Δ auf das Luftdruckfeld. Spalten wir aus III.3.5 - 6 den Faktor RT/k^2 ab, so erhalten wir mit den Beziehungen für die Horizontalgeschwindigkeit II.1.8 eine einfache Form zur Ver-

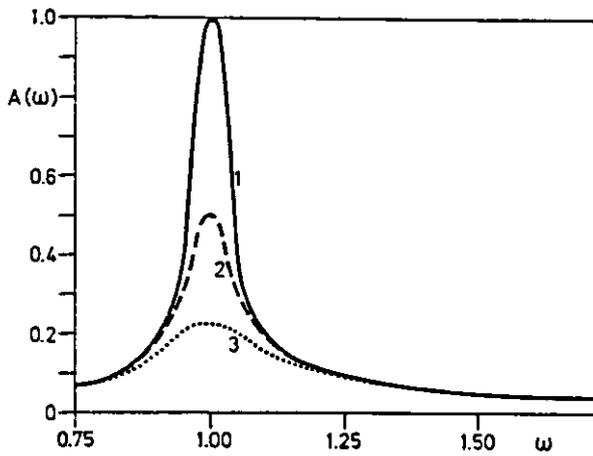


Abb. 6a: Normiertes Amplitudenspektrum der Horizontalströmung im homogenen Meer bei räumlich periodischer Anregung ($k = 1$) für die ersten 3 Eigenfunktionen.

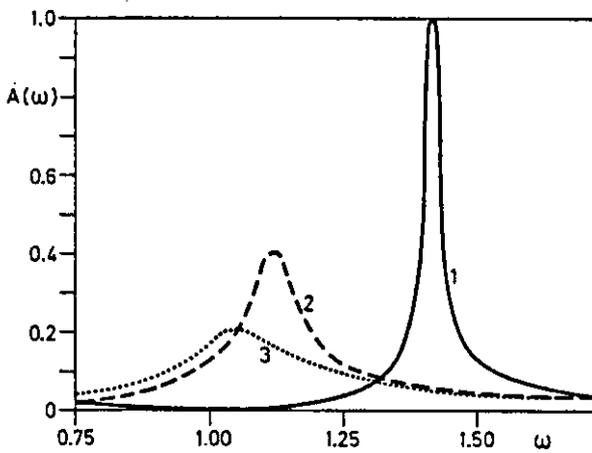


Abb. 6b: wie in 6a, jedoch im geschichteten Meer.

knüpfung des Geschwindigkeitsvektors im Ozean mit dem Vektor der Windspannung, die im spektralen Raum in dimensionsloser Form durch

$$\text{III.4.21 } U_n = T^y \phi_n^o + T^x \psi_n^o$$

$$V_n = -T^x \phi_n^o + T^y \psi_n^o$$

gegeben ist, wobei ϕ_n^o und ψ_n^o die Faktoren in III.3.17 und III.3.18 bei $-RT/k^2$ sind.

Diese Darstellung macht deutlich, daß ψ den zum Windfeld parallelen und ϕ den senkrechten Anteil der Strömung enthält. Die Terme mit ω_1 und ω_2 im Exponenten repräsentieren wiederum Trägheitswellen, derjenige mit ω_3 enthält den quasigeostrophischen Anteil. Für große Zeiten verschwinden alle exponentielle Terme, so daß ϕ gegen Null strebt, während ψ endlich bleibt. Damit stellt sich eine zum Windfeld parallel stationäre Strömung ein. Dies steht im völligen Gegensatz zur alten Ekmantheorie, die für ein homogenes Meer einen zum Windfeld senkrechten Massentransport liefert. Auf die Ursachen dieses Phenomens werden wir im Abschnitt über Rossbywellen näher eingehen. Wenden wir uns zunächst den Trägheitsbewegungen im geschichteten Meer zu, die im baroklinen Medium auch Unterschiede zum homogenen Medium aufweisen.

Abbildung 6a zeigt das Verhalten der modalen Lösung im Frequenzbereich für das homogene Meer. Die Resonanzstellen liegen alle bei der Trägheitsfrequenz. Die Dämpfung und damit die Bandbreite des Maximums ist umgekehrt proportional zum Quadrat der Modenzahl. Entfernen wir uns vom Resonanzmaximum, so besitzen eine höhere Anzahl von Moden nahezu gleiche Amplituden. In Abbildung 6b stellen wir die spektralen Amplituden der ersten drei Moden für ein geschichtetes Meer mit $N = N_0 = \text{const}$ dar. Die Resonanzfrequenzen sind alle getrennt und zu höheren Frequenzen verschoben. Mit wachsender Modenzahl verschiebt sich das Resonanzmaximum gemäß der Dispersionsrelation zur Trägheitsfrequenz hin, die Amplituden nehmen ebenfalls quadratisch mit der Modenzahl ab. Die Blauverschiebung der einzelnen Moden ist in der Nähe der Trägheitsfrequenz proportional zu $E k^2 / E_n$ (und damit in

erster Näherung unabhängig von der Reibung). Die Dispersion der einzelnen Moden ist umso größer, je kleiner die Horizontalskala des Anregungsfeldes bezogen auf den internen Rossbyradius ist. Die vertikale Struktur der erzeugten Trägheitsbewegung ist damit außer durch die Reibung durch die Größenskala des Windfeldes bestimmt.

Um den Einfluß der horizontalen Skala auf die Tiefenstruktur abschätzen zu können, beginnen wir mit einem großskaligen Windfeld und betrachten zunächst die Reaktion für den Grenzübergang zu verschwindend kleiner Reibung. Die exponentiellen Terme in III.3.17 und III.3.18 entwickeln wir nun in eine Taylorreihe bezüglich der horizontalen Wellenzahl k . Für ein großskaliges Windfeld besitzt das Anregungsspektrum nur Beträge bei Wellenzahlen $k \ll 1$ und die Reihenentwicklung kann für nicht zu große Zeiten $E k^2 / E_n t \ll 1$, nach dem quadratischen Glied abgebrochen werden. Zusätzlich läßt sich die Summierung über alle Moden analytisch ausführen. Wir erhalten

$$\text{III.4.22} \quad \lim_{\mu \rightarrow 0} \phi_0(k, t, z) = (\delta(z) - G(k, z)) \cos t - \frac{1}{2} (1 - G(k, z)) t \sin t - \frac{\cos \omega_B t}{\omega_B^2}$$

$$\text{III.4.23} \quad \lim_{\mu \rightarrow 0} \psi^0(k, t, z) = (\delta(z) - G(k, z)) \sin t - \frac{1}{2} (1 - G(k, z)) t \cos t + \frac{\sin \omega_B t}{\omega_B^2}$$

mit $\text{III.4.24} \quad G(k, z) = \frac{k \cosh k (1+z)}{\sinh k}$

$$\omega_B = \sqrt{1 + \frac{gHk^2}{f^2 r_1^2}}$$

Die Lösung besteht aus drei sehr unterschiedlichen Bestandteilen. Die Dirac-Funktion beschreibt den auf eine unendlich dünne Schicht be-

schränkten Transport in der Ekman-schicht, der mit der Trägheitsfrequenz oszilliert. Der tiefenabhängige und zeitlich linear anwachsende Term wird durch interne Schwerewellen hervorgerufen, und der mit der Frequenz ω_p schwingende Anteil stellt die barotrope Reaktion der gesamten Wassersäule auf die vom Windfeld bewirkte Änderung der Meeresoberfläche dar. Die Abweichung vom barotropen Verhalten der Strömung außerhalb der Ekman-schicht wird durch die Funktion G in III.4.23 bestimmt. Damit überhaupt eine spürbare vertikale Scherung der Horizontalströmung auftritt, muß die normierte Wellenzahl k von der Größenordnung 1 sein und das Windfeld damit Energie auf der Skala des internen Rossbyradius, bezogen auf die erste Mode, besitzen. Für alle großskaligen Windfelder ($k \ll 1$) strebt G gegen 1, und die Amplitude der barokline Schwerewellen ist vernachlässigbar klein. Im Grenzfall $k \rightarrow 0$ verschwindet auch der barotrope Anteil, da sich wegen der fehlenden Divergenz des Massenflusses keine Oberflächenneigung aufbauen kann und der horizontale Druckgradient verschwindet.

Das geschichtete Meer reagiert daher auch auf großräumige Schwankungen des Windfeldes wie ein homogenes Medium. Die angeregten Trägheitsschwankungen bleiben auf die Ekman-schicht begrenzt.

Der barokline Anteil läßt sich durch Zusammenfassung der tiefenabhängigen Terme wie hier für ϕ dargestellt

$$\text{III.4.25 } G_\phi(k, z, t) = \sqrt{G^2 + \frac{t^2}{4} (1-G)^2} \sin\left(t - \text{atan}\left(\frac{2G}{t(1-G)}\right)\right)$$

besser diskutieren. Eine analoge Form gilt für ψ . Wir erkennen das typische Verhalten eines dispersiven Systems, das sich in einer langsam veränderlichen Amplitude und Phase ausdrückt. Definieren wir die zeitliche Änderung der Phasenfunktion als aktuelle Frequenz, so ist die Differenz zur Trägheitsfrequenz für kleine k z

$$\epsilon = \omega - 1 = 2G(1-G) / (4G^2 + t^2)$$

positiv. Mit wachsender Zeit verringert sich in fester Tiefe die Blauverschiebung und die Amplituden nehmen langsam zu, weil neue Energie

durch abwärts wandernde Wellen aus den Oberflächenschichten herangeführt wird. Die Größenordnung der nach einer Trägheitsperiode erzielten Strömungsgeschwindigkeit ist aber sehr gering. Da $1 - G$ von der Ordnung $(kz)^2 \ll 1$ ist, werden erst nach vielen Trägheitsperioden meßbare Geschwindigkeiten erzielt. Dann aber ist unsere Näherungslösung bereits nicht mehr gültig, da andere Terme in der Taylorreihenentwicklung nicht mehr vernachlässigt werden dürfen.

Da G und damit auch die normierte Horizontalgeschwindigkeit nach II.4.21 von der Ordnung eins ist, erhalten wir eine Amplitude der Größe τ/fH , die im tiefen Ozean ohne jegliche Bedeutung ist. Für eine Windschubspannung von 1 dyn/cm^2 und $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ beträgt die Amplitude der Trägheitsschwingung bei 5000 m Wassertiefe nur 0.2 mm/s . In einem flachen Meer wie der Ostsee dagegen liegen die Geschwindigkeiten um 1 cm/s .

Dieses Verhalten der Sprungantwort bei räumlich periodischer Anregung ist einfach zu interpretieren. Der mit der Trägheitsperiode oszillierende Massentransport in der Ekman-schicht führt zu einer Vertikalgeschwindigkeit am unteren Rand der Deckschicht. Zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung muß in der unteren Schicht in jeder Tiefe das auf- oder absteigende Wasser seitlich zu- oder abgeführt werden. Da das Vertikalgeschwindigkeitsfeld wegen der großen Skala des Windfelds linear mit der Tiefe abklingt, bleibt die Horizontalgeschwindigkeit vertikal konstant. Die abwärts wandernden internen Schwerewellen können in der Anfangsphase keine wichtige Rolle spielen, so daß die direkt erzwungene Reaktion der Unterschicht den Ablauf der Bewegung maßgeblich bestimmt.

Obwohl die Reaktion in der Unterschicht quasi-barotrop ist, ergibt sich zusammen mit der Strömung in der Ekman-schicht der Eindruck einer baroklinen Bewegung mit einem Phasensprung der Horizontalgeschwindigkeit von 180° beim Übergang in die Unterschicht. Auf diese Besonderheit hatte bereits MAGAARD (1973) hingewiesen.

Im flachen Meer wird dieser Typ der Trägheitsschwingungen häufig anzutreffen sein, da die Deckschichtdicke in der Größenordnung der Dicke der Unterschicht liegt und vergleichbare Geschwindigkeiten in beiden Schichten auftreten. Wegen der auftretenden vertikalen Stromscherung am Boden der Deckschicht kann die Richardsonzahl kritische Werte annehmen und zur Instabilität kleinskaliger interner Wellen mit anschließender Erosion der Sprungschicht führen. KRAUSS (1981) zeigte, daß dieser Prozeß beim Durchzug von Frontalzonen eine wichtige Rolle spielt.

Wegen der kleineren horizontalen Skalen der atmosphärischen Frontensysteme kann bei geeigneter Dichteschichtung die Burgerzahl als quadratisches Verhältnis aus internem Rossbyradius und charakteristischer Länge der Anregung größer als eins werden, so daß der Anteil der internen Schwerewellen in der Unterschicht nicht mehr vernachlässigt werden kann. Um die typischen vertikalen Skalen und die Größenordnung der Amplituden zu ermitteln, ist es sinnvoll, sich vor Beginn numerischer Rechnungen einen Überblick durch eine Näherungslösung zu verschaffen.

Da die vertikalen Skalen wegen der größeren Burgerzahlen erheblich kleiner als die Wassertiefe sein werden und der Einfluß der Reibung nicht mehr zu vernachlässigen ist, liegt es nahe, die vertikale Koordinate nicht mehr mit der Wassertiefe, sondern der Dicke der Ekman-schicht zu skalieren. Ferner wird in der Nähe der Ekman-schicht abwärts gerichteter Energiefluß vorherrschen und erst nach längerer Zeit Energie durch am Boden reflektierte Wellen eintreffen. Wir können daher die Summe über die Eigenfunktionen in III.3.17 und III.3.18 durch ein Integral ersetzen und von einem kontinuierlichen Spektrum im vertikalen Wellenzahlbereich ausgehen. Für den einfachen Fall konstanter Väisälä-Frequenz N läßt sich die Sprungantwort dann als Fourierintegral über den dreidimensionalen Wellenzahlraum darstellen. In diesem Stadium der Diskussion wollen wir die Transformation zunächst nur bezüglich der vertikalen Koordinate durchführen.

Führen wir den komplexen Strömungsvektor $U_+ = U + i V$ und analog für die Windschubspannung $T_+ = T_x + i T_y$ ein, ergibt sich näherungsweise

$$\text{III.4.26 } U_+ = \frac{T_+}{\pi} \int_0^{\infty} F(l) e^{-i(\omega(l)t - lz)} dl$$

$$F(l) = \frac{e^{-El^2 t}}{\omega^2(l) + E2l^4}$$

$$\omega(l) = \sqrt{1 + \frac{k^2}{l^2}}$$

Außerhalb des Anregungsbereichs wird das Verhalten der Lösung durch die Beiträge des Integrals in der Nähe der Punkte stationärer Phase bestimmt, die Lösungen der Gleichung

$$\text{III.4.27 } v_g(l) - \frac{z}{t} = 0$$

$$v_g(l) = -\frac{k^2}{\omega(l)l^3}$$

sind. Eine physikalisch sinnvolle Lösung mit reeller vertikaler Wellenzahl ergibt nach LIDTHILL (in Froissart, Hersg. 1970) die Darstellung

$$\text{III.4.28 } U_+ = \frac{T_+ F(l_r)}{\sqrt{2\pi(t v_g')}} e^{-i(\omega(l_r)t - l_r z + \frac{\pi}{4} \text{sgn}(v_g'))}$$

wobei l_r die reelle Lösung der Gleichung III.4.27 und v_g' die Ableitung der vertikalen Gruppengeschwindigkeit bezüglich der vertikalen Wellenzahl ist.

Die Wellenzahl stationärer Phase l_r ist näherungsweise durch

$$l_r = \left(\frac{k^2 t}{z} \right)^{1/3}$$

gegeben, und mit der Einführung einer typischen vertikalen Wellenzahl für $t = 1$ ergibt sich für die komplexe Geschwindigkeit nach Rückkehr

zu dimensionsbehafteten Größen

$$\text{III.4.29 } U_+ = A_+ e^{-i(\omega(1_r)t - 1_r z + \frac{\pi}{4})}$$

$$A_+ = \frac{T_+}{f D_z} F(t)$$

$$D_z = \sqrt{z D_{\text{Ekman}}}; \quad D_{\text{Ekman}} = \sqrt{\frac{\mu}{f_0}}$$

$$F(t) = 2 \left(\frac{2}{3\pi} \right)^{1/2} \frac{t^{1/6} e^{-1_1 t^{5/3}}}{\omega^2(1_r) + (1_1 t)^{4/3}}; \quad 1_1 = \frac{\left(\frac{Nk}{f} D_{\text{Ekman}} \right)^{2/3}}{\left(\frac{z}{D_{\text{Ekman}}} \right)^{1/3}}$$

Der Amplitudenfaktor A_+ besitzt die gleiche Form wie der bekannte Ekmanstrom bei verschwindender horizontaler Wellenzahl. Doch ist die charakteristische vertikale Abklingskala nicht die Ekmansche Reibungstiefe D_{Ekman} , sondern das geometrische Mittel aus D_{Ekman} und der aktuellen Tiefe z . Eine weitere Modifizierung ist in der Funktion F enthalten, die den Einfluß der Reibung auf die Ausbreitung der freien Wellen beschreibt. F ist eine langsam veränderliche Funktion der Zeit und der vertikalen Koordinate z und beschreibt die Modulation der Amplituden der nach unten wandernden internen Wellen.

Betrachten wir zunächst die Realisierung eines vertikalen Profils einer horizontalen Geschwindigkeitskomponente (Abb. 7). Die vertikale Wellenlänge nimmt mit wachsendem Abstand von der Meeresoberfläche zu, da die längeren Wellen die größere vertikale Gruppengeschwindigkeit besitzen. Mit fortschreitender Zeit treffen in fester Tiefe immer kürzere Wellen ein, und die Frequenz verschiebt sich zur Trägheitsfrequenz. Die vertikale Wellenlänge in der Tiefe z ergibt nach n Trägheitsperioden

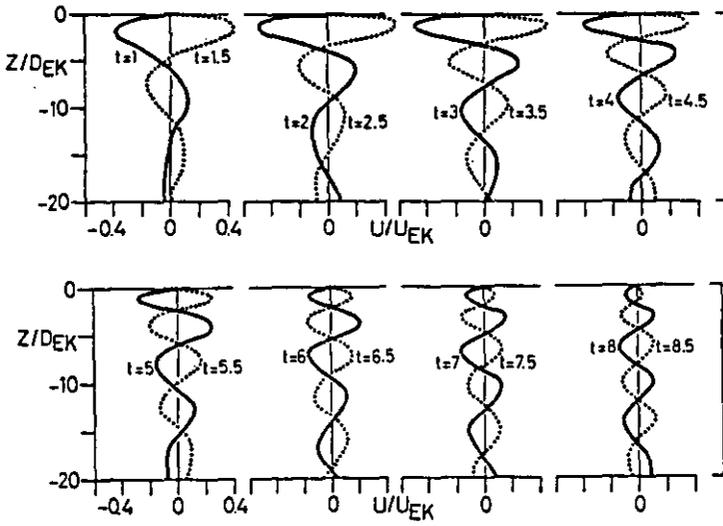


Abb. 7: Vertikalprofil der normierten Horizontalströmung als Funktion der Zeit.

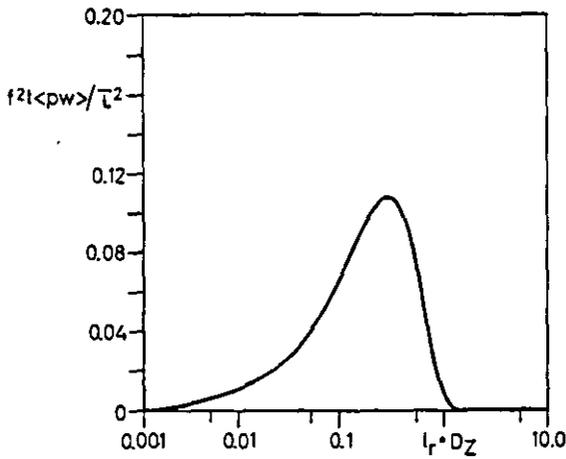


Abb. 8: Energiefluß als Funktion der normierten vertikalen Wellenzahl.

$$L_v = \left(\frac{f_0 L_H}{N_0} \right)^{2/3} \left(\frac{z}{n} \right)^{1/3}$$

und nimmt mit der horizontalen Wellenlänge der Anregung L_H wie erwartet zu. Für eine typische Wellenlänge von 100 km und einem Wert von N/f von 50 erhalten wir in 200 m Tiefe nach 2 bzw. 8 Trägheitsperioden Werte von 730 m und 365 m. Dies sind sehr große vertikale Skalen für Trägheitswellen, die vom Garrett-Munk-Modell nicht vorhergesagt werden. Bei noch größeren horizontalen Skalen des Windfeldes in der Abmessung einer Zyklone um 1000 km vergrößern sich diese Werte etwa um den Faktor fünf.

Von Interesse ist nun natürlich der erzielbare Betrag der horizontalen Strömungsgeschwindigkeit. Dazu müssen wir die Amplitudenfunktion A_p berechnen. Längs eines Wellenstrahls nimmt die Amplitude umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Zeit ab, da die Energie über einen Ortsbereich verteilt wurde, der proportional zur Zeit t ist. Die Energie zwischen zwei benachbarten Wellenzahlen l und $l + dl$ ist anfänglich $F^2(l)dl$. Nach der Zeit t ist sie über den Tiefenbereich $(t v_g(l_r) - t v_g(l_r + dl)) = t (v_g(l_r))dl$. Der vertikale Energiefluß, über eine Wellenlänge gemittelt, ist durch $\langle pw \rangle = v_g E_{tot}$ gegeben, wobei E_{tot} die Summe aus kinetischer und potentieller Energie darstellt. Da v_g auf einem Wellenstrahl konstant ist, nimmt der Energiefluß ebenfalls wie die Energie proportional zu t^{-1} ab.

Der mit der Zeit t multiplizierte Energiefluß wird in Abb. 8 gegen die normierte vertikale Wellenzahl l_r aufgetragen. Bei kleinen Wellenzahlen nimmt der Energiezufluß mit wachsender Wellenzahl zu bis zu einem Maximum bei $l_{r \max} \sim (0.1)^{1/2}$. Oberhalb von $l_{r \max}$ klingt der Fluß schnell ab, da Wellen mit kleineren Skalen in der oberen Ekmanschicht schnell dissipiert werden und nicht mehr nach unten abgestrahlt werden können.

Die Berechnung der zugehörigen kinetischen Energie zeigt, daß im günstigsten Fall die Energie der Wellengruppe unterhalb der Ekmanschicht nach n Trägheitsperioden $37/2n\pi$ Prozent der maximalen Energie der

Ekman-schicht betragen kann. Bei einer typischen Geschwindigkeit von 10 cm/s in der Ekman-schicht liegen die Amplituden in der Sprungschicht um 2.5 cm/s. Dieses Verhältnis verringert sich drastisch mit zunehmender Skala des Windfeldes. In dimensionsbehafteten Größen liegt das Maximum für $z = D_{\text{Ekman}}$ bei horizontalen Wellenlängen

$$\text{III.4.30 } L_{\text{opt}} = 2\pi \frac{ND_{\text{Ekman}}}{f} \left(\frac{2\pi n}{0.1} \right)^{1/2} \approx 50 \sqrt{n} \frac{ND_{\text{Ekman}}}{f}$$

Mit den Werten $ND_{\text{Ekman}}/f = 2.5 \text{ km}$ ergibt sich nach einer Trägheitsperiode eine optimale Wellenlänge der Anregung von 125 km. Bei einer Wellenlänge von 1250 km wäre die maximale Amplitude erst nach 100 Trägheitsperioden erreicht und die Amplitude daher um den Faktor 10 kleiner.

Dies ist das bisher wichtigste Ergebnis unserer Untersuchung. Die optimale Anregungsskala des Windfeldes ist nach III.4.30 entscheidend von der Breite des Frequenzbereichs N/f abhängig, in dem interne Wellen möglich sind. Bei etwa gleichen Schichtungsverhältnissen ist in tropisch-subtropischen Gebieten wegen des geringen Werts der planetarischen Vorticity f ein erheblich günstigeres Verhältnis der Skalen des Windfeldes zum internen Rossbyradius geschaffen. Hinzu kommt, daß auch die vorhandene Dichteschichtung wegen der hohen Stabilität den Wert von L_{opt} vergrößert. In unseren Breiten ist die Erzeugung interner Wellen in der Nähe der Trägheitsperiode im tiefen Meer auf den Durchzug atmosphärischer Frontensysteme beschränkt. Im flachen Meer dagegen werden auch durch großräumige Tiefdruckgebiete ohne ausgeprägte Frontalzonen bereits meßbare Trägheitswellen in der Sprungschicht erzeugt. Wirken nun atmosphärische Störungen mit scharfen Fronten auf ein flaches Meer ein, ist zu erwarten, daß wegen der extrem starken vertikalen Scherungen zwischen Deckschicht und Sprungschicht die Richardsonzahl kritische Werte < 0.25 erreichen wird und kleinskalige interne Wellen brechen und die Sprungschicht erodieren. KRAUSS (1981) konnte dies anhand von Daten aus der Ostsee bestätigen.

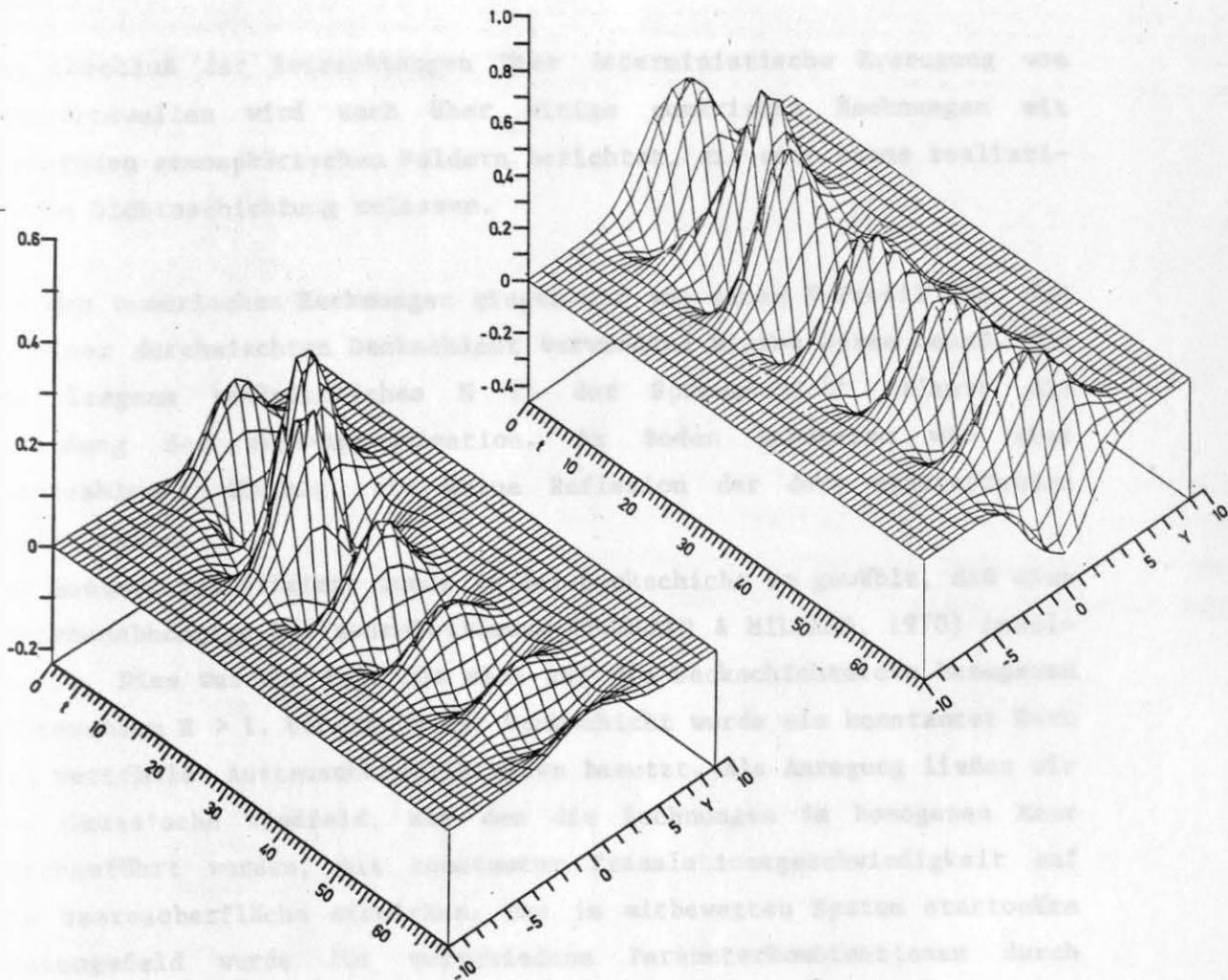
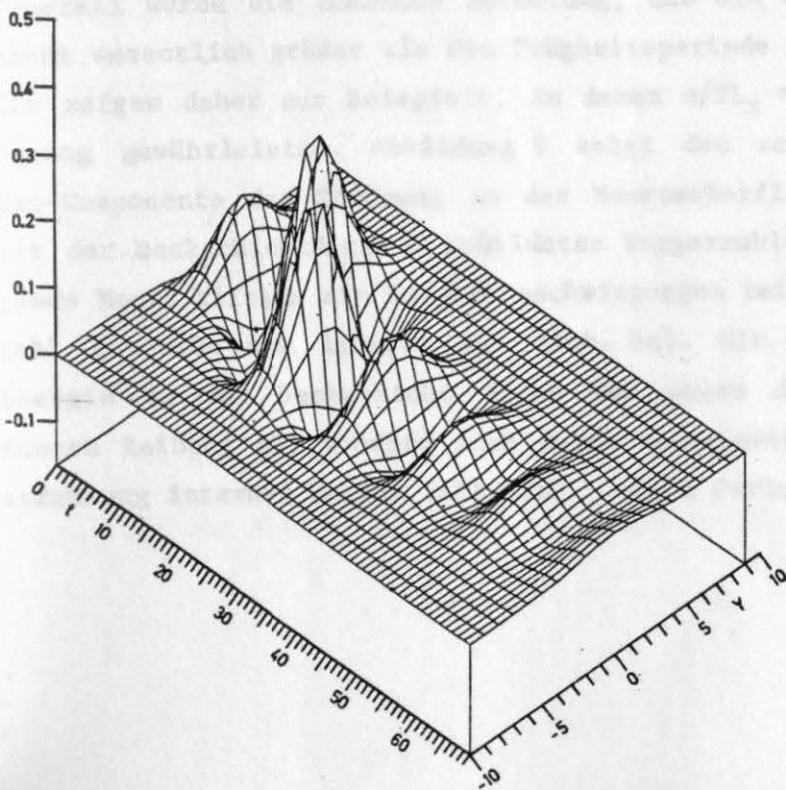


Abb. 9: Zeitlicher Verlauf der Horizontalströmung (Ostkomponente) bei Anregung durch ein wanderndes Windfeld (s. Abb. 3) für 3 unterschiedliche Burgerzahlen
 a) $\sqrt{B_0} = 0$, b) $\sqrt{B_0} = 0.1$, c) $\sqrt{B_0} = 0.2$.
 Die Trägheitsperiode entspricht einer normierten Zeit von 4π .



Zum Abschluß der Betrachtungen über deterministische Erzeugung von Trägheitswellen wird noch über einige numerische Rechnungen mit wandernden atmosphärischen Feldern berichtet, die eine etwas realistischere Dichteschichtung zulassen.

Bei den numerischen Rechnungen gingen wir von einem N-Profil aus, das in einer durchmischten Deckschicht verwindend kleine Werte besaß. Ein nur langsam veränderliches N in der Sprungschicht erlaubt die Anwendung der WKBJ-Approximation. Am Boden benutzten wir eine Ausstrahlungsbedingung, die keine Reflexion der dort eintreffenden Wellen zuließ.

Der Austauschkoefizient wurde in der Deckschicht so gewählt, daß eine tiefenunabhängige Horizontalströmung (POLLARD & MILLARD, 1970) resultierte. Dies war der Fall für alle auf die Deckschichtdicke bezogenen Ekmanzahlen $E > 1$. Unterhalb der Deckschicht wurde ein konstanter Wert des vertikalen Austauschkoefizienten benutzt. Als Anregung ließen wir das Gauss'sche Windfeld, mit dem die Rechnungen im homogenen Meer durchgeführt wurden, mit konstanter Translationsgeschwindigkeit auf die Meeresoberfläche einwirken. Das im mitbewegten System stationäre Störungfeld wurde für verschiedene Parameterkombinationen durch Anwendung der schnellen mehrdimensionalen diskreten Fouriertransformation in der Version der NAG-Programmbibliothek auf der PDP10 des Rechenzentrums der Universität Kiel ermittelt.

Generell wurde die bekannte Forderung, daß die advektierte Zeitskala nicht wesentlich größer als die Trägheitsperiode sein darf, bestätigt. Wir zeigen daher nur Beispiele, in denen $c/fL_x = 1$ eine optimale Anregung gewährleistet. Abbildung 9 zeigt den zeitlichen Verlauf der Ost-Komponente der Strömung an der Meeresoberfläche für 3 Werte der mit der Deckschichtdicke D gebildeten Burgerzahl. Für $\sqrt{B_0} = 0$ (homogenes Meer) klingen die Trägheitsschwingungen bei der gewählten Ekmanzahl $E = 0.04$ nur langsam aus (Abb. 9a). Mit $\sqrt{B_0} = 0.1$ nimmt die Energie in der Deckschicht nicht nur wegen der Dissipation durch innere Reibung ab, sondern auch durch Energieverlust infolge der Abstrahlung interner Wellen (Abb. 9b). Diese Verluste sind proportional

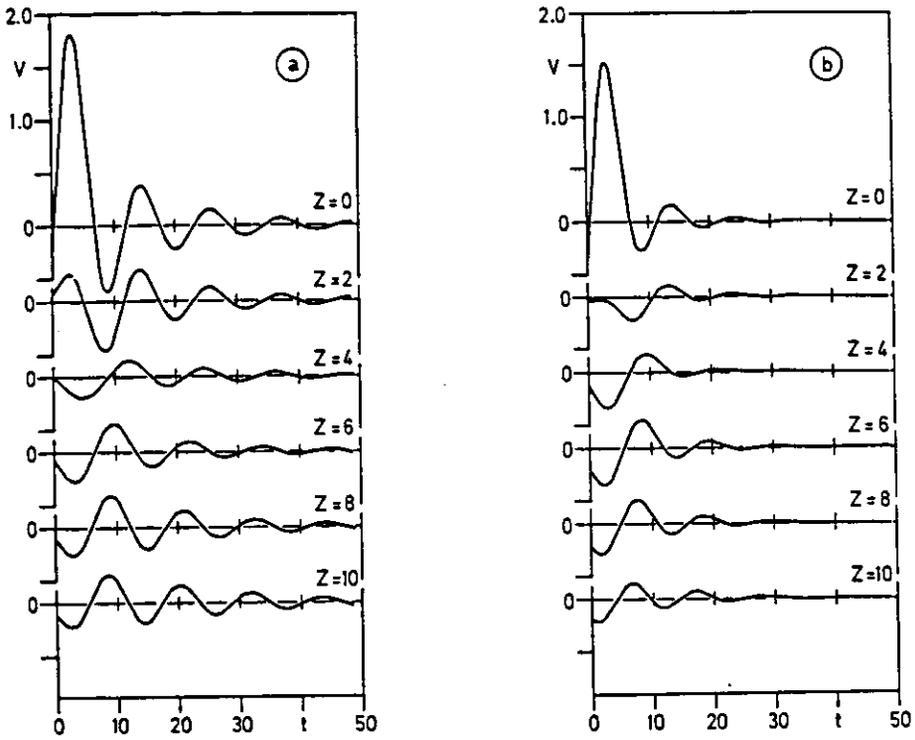


Abb. 10: Zeitlicher Verlauf der Nordkomponente
in verschiedenen Tiefen für zwei Burgerzahlen
a) $\sqrt{B_0} = 0.1$, b) $\sqrt{B_0} = 0.2$.
Zeitliche Auflösung wie in Abb. 9.

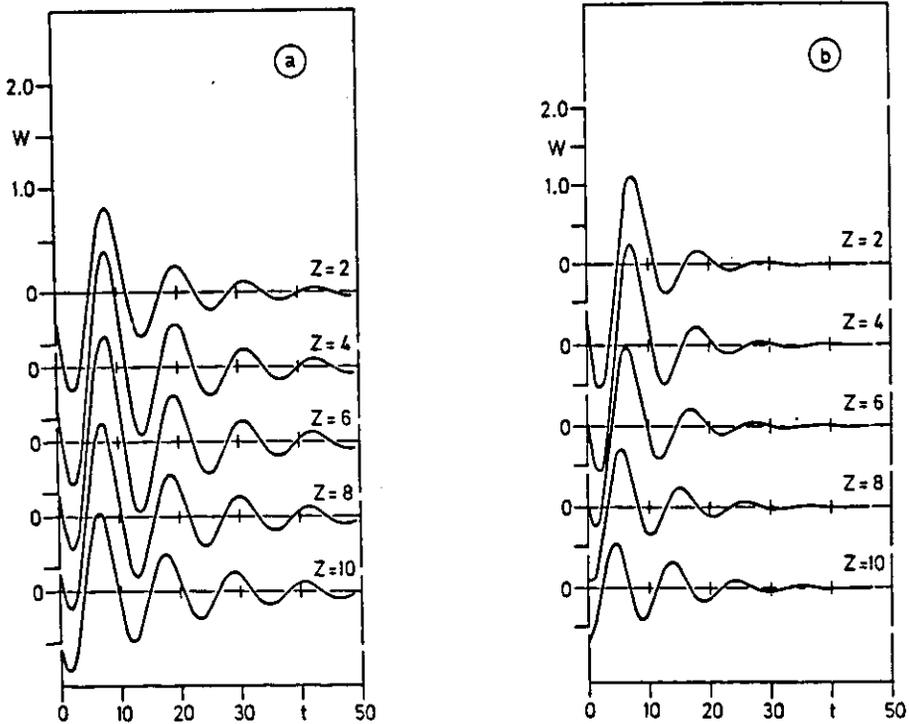


Abb. 11: Zur Abb. 10 gehörige normierte Vertikalgeschwindigkeit.

zur Burgerzahl, und die Schwingungen in der Deckschicht klingen mit $\sqrt{B_0} = 0.2$ noch schneller ab (Abb. 9c).

Um die dargestellten Amplituden zu erzielen, muß die horizontale Skala des Windfeldes L_x bei einer Advektionsgeschwindigkeit von 5 m/s und $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 50 km betragen. Solche kleinen Abmessungen besitzen aber atmosphärische Störungen in unseren Breiten nur in der Nähe von Frontalzone, für die eine Gauss'sche Form keine sehr gute Approximation ist. Um ein etwas realistischeres Bild zu entwerfen, wurde die Skala entlang der Frontalzone erheblich vergrößert. Die Zeitabhängigkeit der Nordkomponente wird in verschiedenen Tiefen in Abbildung 10 dargestellt. In der Deckschicht bleiben die Schwingungen über alle Zeiten in Phase. Unterhalb der Deckschicht finden wir die bekannte Gegenphasigkeit im Bereich der direkten Einwirkung der Windschubspannung. Mit fortschreitender Zeit tritt eine kontinuierliche Verschiebung mit aufwärts gerichteten Phasenlinien ein, die für die Abstrahlung interner Wellen charakteristisch ist. Die vertikale Wellenlänge beträgt etwa 20 Deckschichtdicken. Mit einem typischen Wert von $D = 50 \text{ m}$ liegen wir mit 1000 m Wellenlänge im Bereich der Schätzungen unserer Näherungslösung. Das Verhältnis der Amplituden in Deckschicht und Sprungschicht entspricht ebenfalls den durch die Abschätzung vorhergesagten Werten. Abbildung 11 enthält die zugehörige Vertikalgeschwindigkeit.

Parallel zu unseren Arbeiten führte J. PRICE, Woods Hole (unveröffentlicht) zu diesem Thema eigene Rechnungen mit einem numerischen Modell durch, das insbesondere die Einwirkung tropischer Wirbelstürme auf das Strömungs- und Dichtefeld simulieren sollte. Dort werden unsere Ergebnisse weitgehend bestätigt. Die in seinem Entwurf der Arbeit beschriebenen Parameterstudien erübrigen eine nähere Untersuchung im Rahmen dieses Abschnittes über deterministische Anregung von Trägheitswellen, und wir wenden uns der Anregung interner Trägheitswellen durch stochastische Windfelder zu.

III.5. ANREGUNG VON TRÄGHEITSWELLEN DURCH STOCHASTISCHE WINDFELDER

Wir hatten im letzten Abschnitt gesehen, daß zur Simulierung von winderzeugten Trägheitswellen außerhalb der durchmischten Deckschicht eine genaue Kenntnis der Raum-Zeitverteilung des Windschubes und seiner Rotation und Divergenz erforderlich ist. Es ist wenig sinnvoll, ein Projekt mit diesem Ziel in Angriff zu nehmen, ohne die stochastische Natur der Windschwankungen zu berücksichtigen. Sind die statistischen Eigenschaften des Anregungsfeldes bekannt, lassen sich Aussagen über die charakteristischen Raum-Zeitskalen des erzwungenen Bewegungsfeldes im Ozean machen. KÄSE & TANG (1976) legten das erste Frequenz-Wellenzahlspektrum winderzeugter interner Wellen vor, bei dem von einem hypothetischen Windspektrum ausgegangen wurde, da das Wellenzahlspektrum des Windfeldes im Skalenbereich interner Wellen nicht bekannt war. Bis heute existiert kein anerkanntes Modellspektrum der atmosphärischen Fluktuationen in diesem spektralen Bereich. Für großskalige Windfelder konnte WILLEBRAND (1978) durch Analyse von Wetter-schiffdaten typische Wellenzahlskalen ermitteln. Er zeigte, daß das Frequenzspektrum im langperiodischen Bereich flach verläuft und sich kaum von weißem Rauschen unterscheidet. Generell besteht Übereinstimmung in der Form des Spektrums mit einem Modell von FRANKIGNOUL & MÜLLER (1979), doch bestehen gewisse Unterschiede in der Bandgrenze des Rotationsspektrums.

Dieses Modell läßt sich jedoch nicht auf den Bereich der synoptischen Wettergeschehens anwenden, so daß wir weiterhin von einem hypothetischen Spektrum ausgehen müssen. In Analogie zu FRANKIGNOUL & MÜLLER (1979) machen wir die Annahme, daß das Wellenzahlspektrum der Windschub-Rotation weiß bis zu einer oberen Bandgrenze k_c ist, die ebenfalls nicht näher festgelegt ist, das Frequenzspektrum jedoch eine beliebige Form besitzen darf.

Die Motivation für die hier vorgelegte Studie ergab sich aus der Fragestellung des internationalen Experiments GATE (GARP Atlantic Tropical Experiment), zu dem die Abteilung Meeresphysik des IfM ein Programm zur Messung der oberflächennahen Strömungs- und Temperaturverteilung beitrug (KÄSE & SIEDLER, 1980).

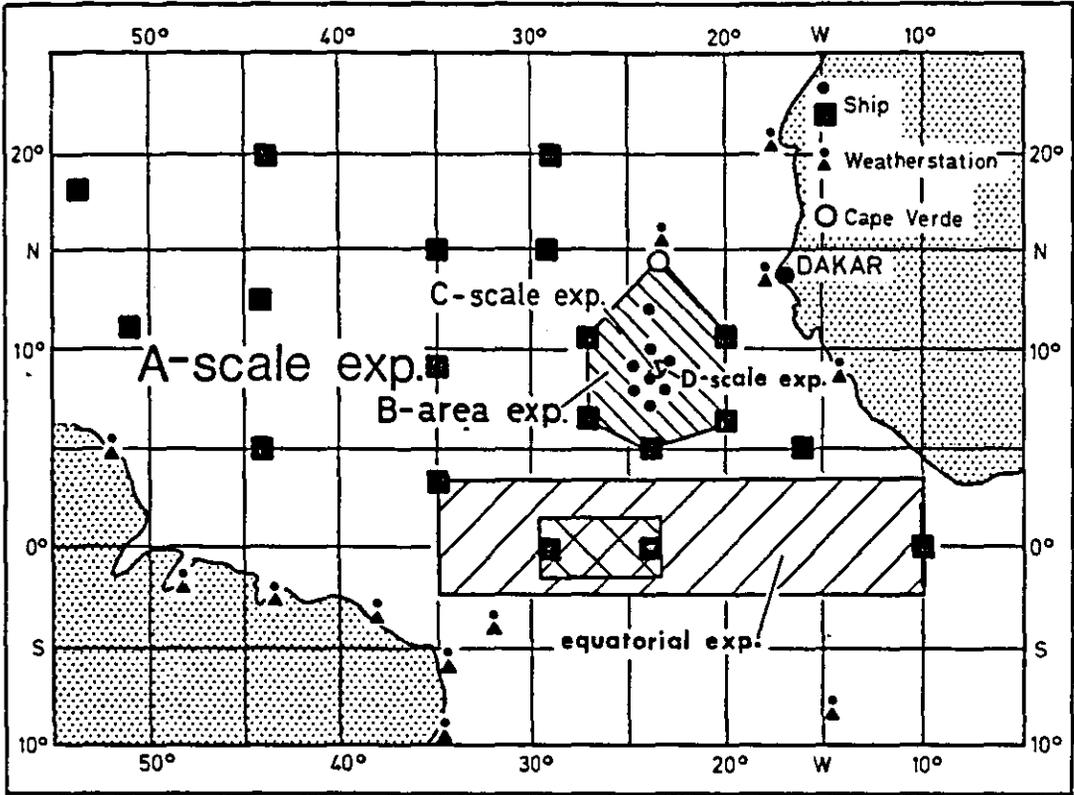


Abb. 12: Lage des GATE-Untersuchungsgebiets im tropischen Atlantik.

Abb. 12 und Abb. 13 nach SIEDLER und WOODS (1980).

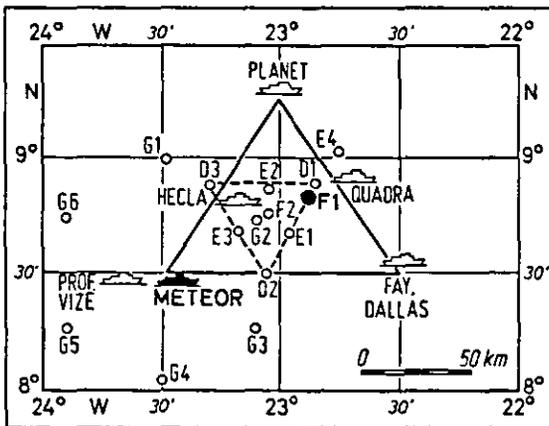


Abb. 13: Positionen der Schiffe und Verankerungen im C-Skalenbereich.

III.5.1 Beobachtungen von Trägheitsbewegungen im tropischen Atlantik während des Experiments G A T E

Im Rahmen des Weltwetterprogramms GARP (Global Atmospheric Research Programme) fand 1974 das internationale Experiment GATE (WMO, 1974) im tropischen Atlantik statt. Obwohl meteorologische Messungen im Vordergrund der Untersuchungen standen, nahmen ozeanographische Messungen einen breiten Raum ein (SIEDLER & WOODS, 1980). Dabei bot sich die Gelegenheit, die Wechselwirkung zwischen dem oberflächennahen tropischen Ozean und der Atmosphäre auf verschiedenen Orts- und Zeitskalen zu untersuchen. Die ozeanographischen Messungen im klein- und mesoskaligen Bereich waren in ein großräumiges Meßnetz eingebettet, um alle Skalen der tropischen Wettersysteme zu überdecken. Die größte Skala umfaßte mit 1000 - 10000 km Erstreckung den gesamten tropischen Atlantik (A-scale array, Abb. 12). Beherrscht wurde die Dynamik auf dieser Skala durch die auf dem afrikanischen Kontinent entstehenden "easterly waves" (THOMPSON et al., 1980). Der Bereich B (100 - 1000 km) diente der Erfassung mächtiger Wolkentürme (cloud clusters). Bereich C (Abb. 13) schließlich enthielt zur Untersuchung der mesoskaligen und kleinskaligen Prozesse in der intertropischen Konvergenzzone eine Reihe von verankerten Meßsysteme, deren Datensätze Grundlage der folgenden Analyse waren.

Zur Erfassung der Temperatur- und Strömungsschwankungen in der scharfen tropischen Sprungschicht wurde ein H-förmiges Verankerungssystem (Verankerung F1, Abb. 14) eingesetzt, das in horizontalen Abständen zwischen 5 und 500 Metern auf einer Solltiefe von 56 Metern und in vertikalen Abständen zwischen 5 und 200 Metern zeitliche Schwankungen im Bereich zwischen der lokalen Trägheitsperiode (78 Stunden) und der typischen Stabilitätsperiode (20 Minuten) erfassen konnte.

Die Gesamtenergie interner Bewegungsschwankungen (Abb. 15) zeigt drei spektrale Bänder mit überhöhtem Energieniveau, die zur lokalen Trägheitsperiode, der Gezeitenperiode (12.4 Stunden) und einer mittleren Stabilitätsperiode (0.25 Stunden) gehören. Eine eingehende Beschreibung der physikalischen Prozesse wurde von KÄSE & OLBERS (1980) und

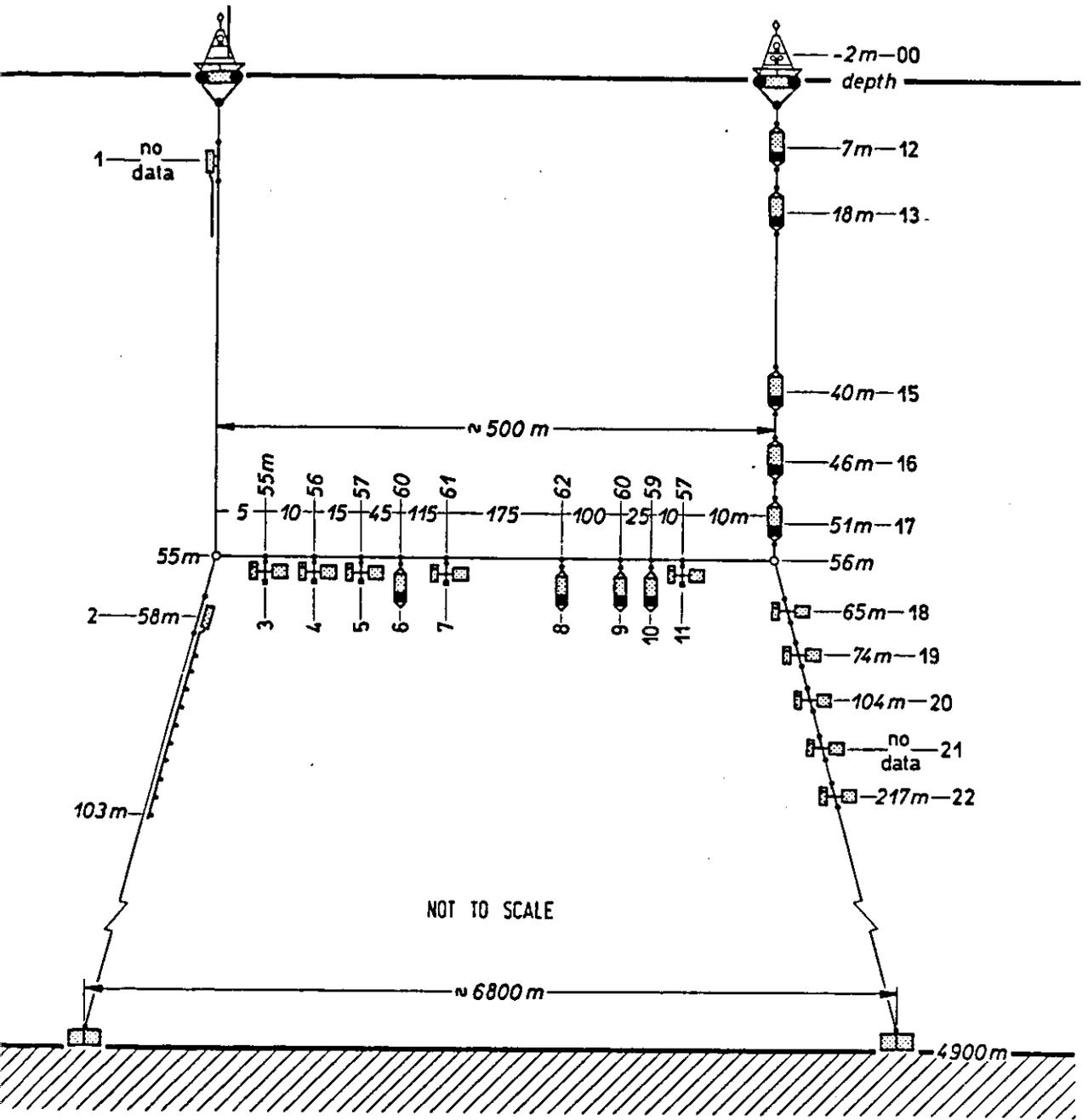


Abb. 14: Skizze der Verankerung F1 mit horizontaler und vertikaler Anordnung der Strömungsmeßgeräte.

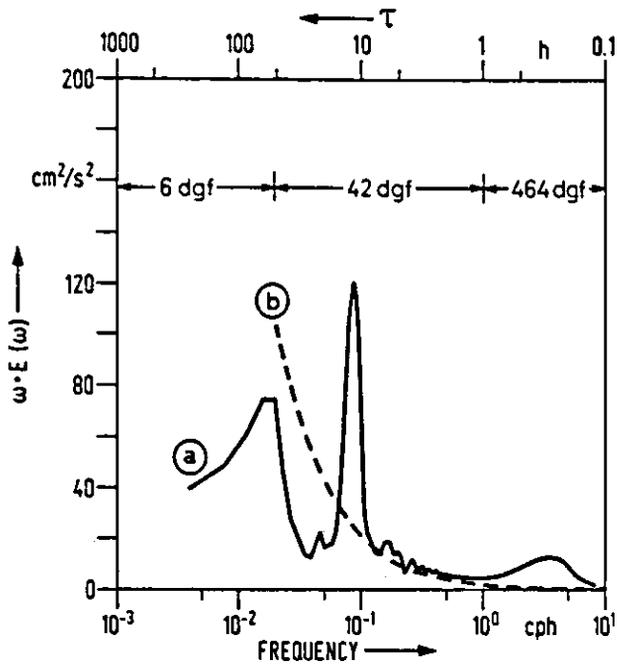


Abb. 15: Energieerhaltende Darstellung der Gesamtenergie interner Wellen in 56 m Tiefe (a). Theoretisches Tiefwasserspektrum nach GARRETT & MUNK (1972) mit gleicher Energie im Frequenzbereich 0.1 - 1 cph (b).

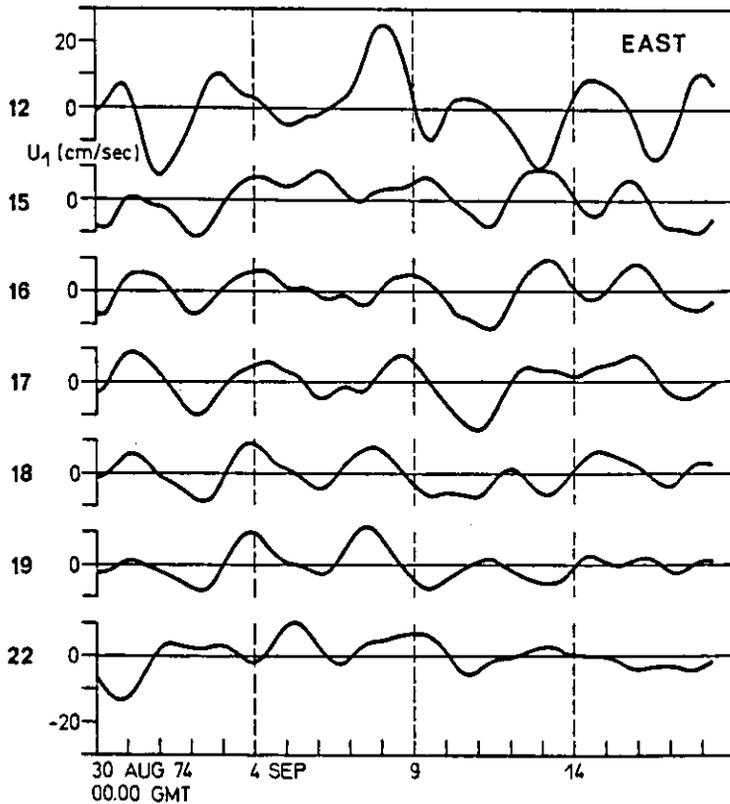


Abb. 16: Zeitlicher Verlauf der tiefpaßgefilterten Ostkomponente aus dem rechten Bein der F1-Verankerung.

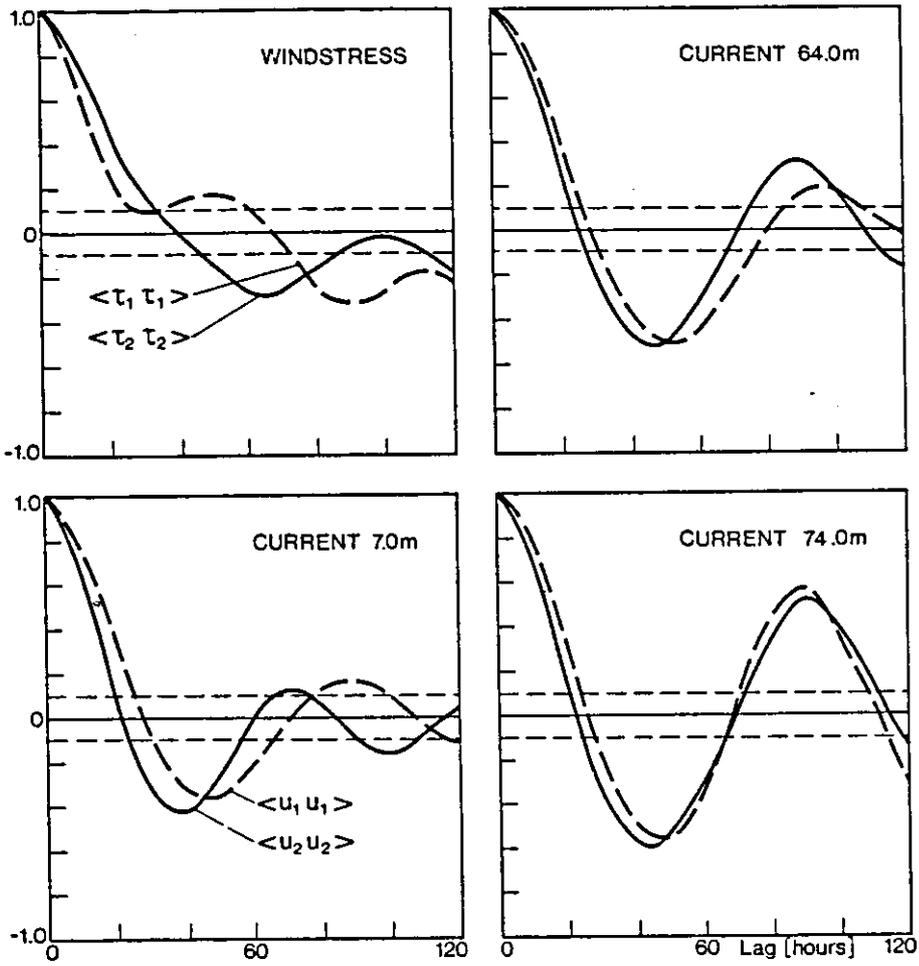


Abb. 17: Autokorrelationsfunktionen der zonalen (Index 1) und meridionalen (Index 2) Komponente des Windschubs und der Strömung in verschiedenen Tiefen.

KÄSE & SIEDLER (1980) vorgelegt. Bei der Diskussion der Bewegung im Band um die Trägheitsperiode stand dabei der Nachweis der Korrelation zwischen Strömungsschwankungen in der Deckschicht und der tropischen Sprungschicht im Vordergrund.

Die tiefpaßgefilterten Meßreihen der Ostkomponente in allen verfügbaren Tiefenstufen sieht man in Abbildung 16. Auffällig ist der Phasensprung von etwa 180° zwischen den Geräten 12 (Deckschicht) und 15 (oberer Rand der Sprungschicht). Die unteren Meßniveaus weisen einen Trend mit aufwärts verlaufenden Phasenlinien auf. Die mittleren quadratischen Amplituden in der Deckschicht betragen 10 cm/s und sind in der Sprungschicht etwa um den Faktor 2 kleiner. Die Windgeschwindigkeit an den Eckpunkten des C-Gebietes weist Schwankungen auf der gleichen Zeitskala auf. Die Autokorrelationen der Wind- und Strömungsschwankungen (Abb. 17) besitzen einen Nulldurchgang und deuten den quasiperiodischen Charakter der Fluktuationen an. Die Dämpfung der Autokorrelation ist ein Maß für die spektrale Bandbreite. Zu bemerken ist eine Abnahme der Bandbreite mit wachsender Tiefe. KÄSE & OLBERS (1980) simulierten mit einem einfachen zeitabhängigen Ekmanmodell, bei dem ein konstanter Austauschkoefizient von $30 \text{ cm}^2/\text{s}$ benutzt wurde, die Kreuzkorrelation zwischen Windschub und Strömungsfeld in der Deckschicht (Abb. 18).

Wegen der Kreuzkorrelation der Strömung in den verschiedenen Tiefenstufen besteht damit eine Korrespondenz zwischen Wind- und Strömungsschwankungen (Abb. 19) mit signifikanter Korrelation bei negativen Zeitverschiebungen, so daß der Wind die Strömung antreibt und nicht etwa umgekehrt.

In der Sprungschicht beschrieben KÄSE & OLBERS (1980) die Schwankungen durch ein Feld interner Trägheitswellen mit abwärts gerichtetem Energiefluß, deren Amplituden durch die Massenflußdivergenz in der Deckschicht bestimmt werden. Bei der Kopplung der Deckschicht an die Sprungschicht wurde jedoch nicht der horizontale Druckgradient in der Ekmanschicht berücksichtigt. Wir werden im folgenden Abschnitt unser Modell winderzeugter barokliner Trägheitswellen benutzen, um die Bedeutung des horizontalen Druckgradienten für die Abstrahlung von Trägheitswellen klarzumachen.

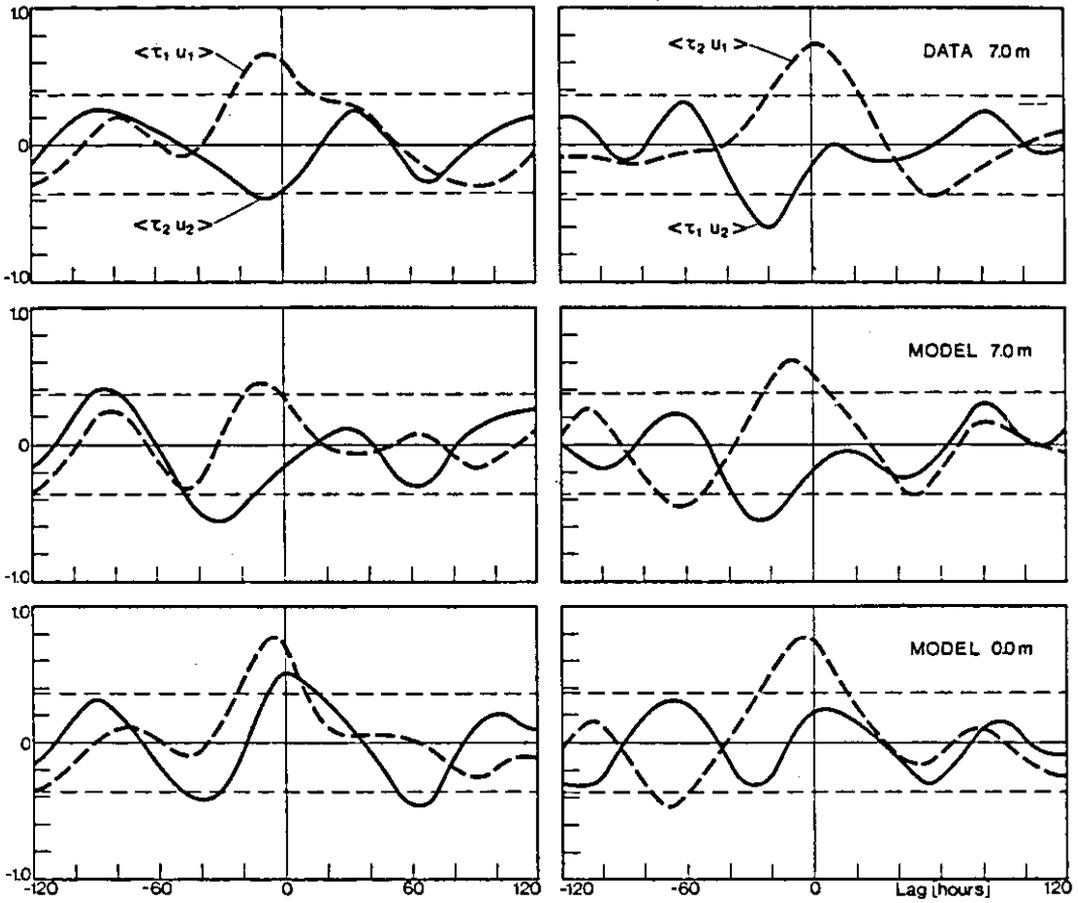


Abb. 18: Kreuzkorrelation zwischen Windschubspannung und Deckschichtströmung im Ozean (oben) und im Modell (unten) nach KÄSE & OLBERS (1980).

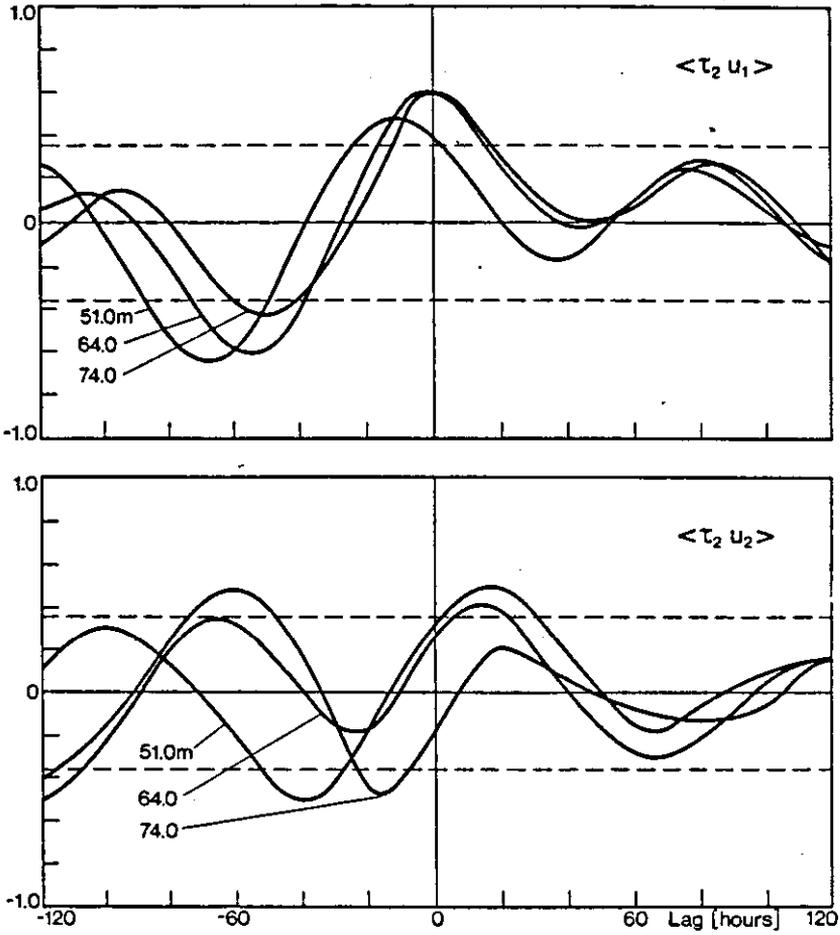


Abb. 19: Kreuzkorrelation zwischen Windschubspannung und Horizontalströmung in verschiedenen Tiefen.

III.5.2 Die Formulierung eines Modells mit vertikaler Energieabstrahlung

Stochastische Schwankungen in Raum und Zeit lassen sich für stationäre Prozesse mit Gauss'scher Statistik durch Überlagerung von linearen Wellen mit zufälliger Phasenverteilung realisieren (siehe z.B. BATCHELOR, 1953). Dieses Konzept wurde von GARRETT & MUNK (1972) bei der Formulierung ihres Modellspektrums interner Wellen benutzt und war auch Grundlage von KÄSE & TANG's (1976) Untersuchung windbedingter interner Wellen. Die Lösung der linearen Gleichungen geschieht völlig analog zur deterministischen Behandlung, jedoch tritt an die Stelle der Fouriertransformation im gewöhnlichen Sinn eine Transformation verallgemeinerter Funktionen. Während im deterministischen Fall die Funktionen absolut integrierbar sind, verschwinden die stochastischen Schwankungen wegen der Stationarität im Unendlichen nicht. An die Stelle der Übertragungsfunktion, die als Antwort des Systems auf einen isolierten Dirac-Impuls definiert ist, tritt die Autokorrelationsfunktion als Erwartungswert der zeit- und ortsverschobenen Produkte der Antwort des linearen Systems bei der Anregung durch weißes Gauss'sches Rauschen. Der Erwartungswert kann wegen des ergodischen Charakters des stationären Prozesses statt durch Ensemble-Mittelung durch räumliche und zeitliche Mittelwertbildung gewonnen werden.

Seien $a(\underline{x}, t)$ und $b(\underline{x}, t)$ zwei stationäre Gauss'sche Prozesse, so definieren wir Kreuzkovarianzen als Fouriertransformierte der Erwartungswerte der Produkte ihrer verallgemeinerten Fourieramplituden.

$$R_{ab}(\underline{x}', t') = \langle a(\underline{x}, t) b(\underline{x} + \underline{x}', t + t') \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int \langle A(\underline{k}, \omega) B^*(\underline{k}, \omega) \rangle e^{i(\underline{k} \cdot \underline{x}' + \omega t')} d\underline{k} d\omega$$

Die mit der Bandbreite normierten Produkte der Fourieramplituden werden als komplexes Kreuzspektrum bezeichnet. Dabei bezeichnet man im allgemeinen den Realteil als Co- und den Imaginärteil als Quadraturspektrum. Eine kurze Zusammenfassung der spektralen Definition findet man bei WILLEBRAND (1981) in einem Anhang zu seiner Habilitationsschrift.

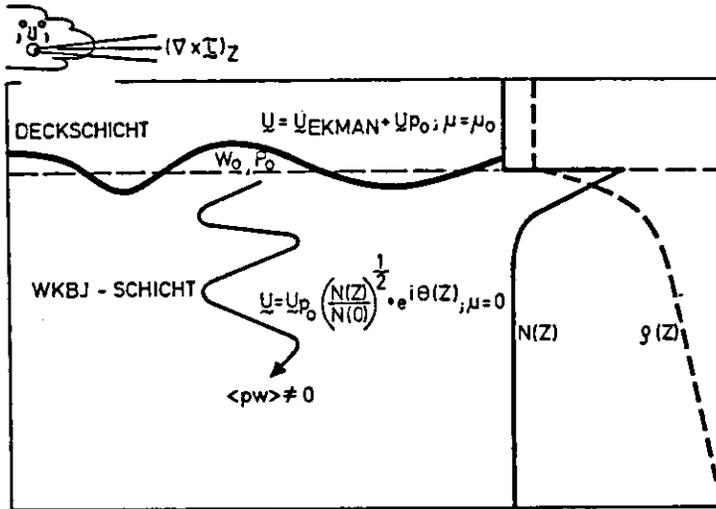


Abb. 20: Schematisches Modell winderzeugter interner Wellen im oberflächennahen Ozean.

Die Ergebnisse des Experiments GATE zum Themenkreis Trägheitwellen legen die Formulierung eines vereinfachten Modells für den oberen Ozean nahe (Abb. 20). In einer durchmischten Deckschicht mit homogener Dichteverteilung dominieren kleinskalige Prozesse den vertikalen Impulsfluß, so daß ein zeitabhängiges Ekmanmodell die Dynamik beschreiben kann. Die Vertikalauslenkungen der Sprungschicht induzieren ein Druckfeld, das wegen der konstanten Dichte der Deckschicht dort keinen vertikalen Gradienten besitzt. Nach unten schließt sich ein langsam veränderliches $N(z)$ -Profil an, in dem wegen der geringen Reibung sich freie Wellen mit abwärts gerichtetem Energiefluß $\langle pw \rangle$ ausbreiten können. Auf dem Weg in größere Tiefen erleiden sie durch Wechselwirkung mit dem Feld interner Wellen der Hauptsprungschicht eine spektrale Umverteilung der Energie, so daß der Boden nicht von einem kohärenten Wellenzug erreicht werden kann. Eine Darstellung durch vertikale Eigenfunktionen ist daher unangebracht, da dies eine mehrfache Reflexion der Wellen am Boden voraussetzen würde. Da die Eigenfunktionen durch einen identischen Satz nach oben und nach unten laufender Wellen mit 180° Phasendifferenz gebildet werden können, ist bei Anwendung der WKBJ-Approximation die Lösung für diesen Fall einfach durch alleinige Betrachtung der Wellen mit abwärts gerichtetem Energiefluß (aufwärts gerichteter Phase) und dem Grenzübergang zu unendlicher Wassertiefe zu gewinnen. Damit wird das diskrete vertikale Wellenzahlspektrum kontinuierlich und die Summen reduzieren zu Integralen. Die Lösung besitzt Pole bei vertikalen Wellenzahlen, die der Dispersionsrelation freier interner Wellen genügen, so daß eine Integration mit Hilfe des Residuensatzes möglich ist.

Das in III.1 bis III.3 zugrunde gelegte Profil des Austauschkoeffizienten muß jedoch konstant oder umgekehrt proportional zu $N^2(z)$ sein, damit die Eigenfunktionsmethode angewendet werden konnte. Da im Sprungschichtbereich von einem verschwindend kleinen μ ausgegangen wird, hätte dies ein unendlich großes μ in der Deckschicht zur Folge und damit scherungsfreie Deckschichtströmung. Da keine Bodenreibung vorhanden ist, ergäbe sich ein ungedämpftes System, das unrealistische Ergebnisse liefern würde. Wir führen deshalb eine Randbedingung am

unteren Rand der Deckschicht ein, die eine Dissipation gemäß II.2.4 zuläßt. Für μ gegen unendlich folgt daraus die Formulierung des Pollard-Modells mit einer Dämpfung, die proportional zur kinetischen Energie der Ekmanströmung in der Deckschicht ist.

Die Lösung in der Deckschicht setzt sich zusammen aus einem durch die Schubspannung erzeugten Anteil u_{Ekman} und einen durch den Druckgradienten induzierten Anteil u_p . Führen wir die komplexen Geschwindigkeitsvektoren U_+ und U_- ein, erhalten wir für die Fourieramplituden

$$\text{III.5.21 } U_{\pm} = a_{\pm} P_0 + T_{\pm} \frac{\mu l_{\pm} \cosh l_{\pm} z + r \sinh l_{\pm} z}{\mu l_{\pm} (r \cosh l_{\pm} d - \mu l_{\pm} \sinh l_{\pm} d)}$$

wobei T_{\pm} die links- und rechtsrotierenden Anteile der Windschubspannung und

$$l_{\pm} = \sqrt{\frac{i(\omega \pm f_0)}{\mu}}$$

$$a_{\pm} = -\frac{i k_{\pm}}{\omega \pm f_0}$$

$$k_{\pm} = k_1 \pm i k_2$$

bedeuten. Die Unbekannte P_0 wird durch die Randbedingungen des stetigen Drucks und kontinuierlicher Vertikalauslenkung durch Anpassung der Lösung in der WKBJ-Schicht an die Deckschicht bestimmt.

Die Lösungen in der WKBJ-Schicht lauten

$$\text{III.5.22 } W = W_0 \left(\frac{l(0)}{l(z)} \right)^{1/2} e^{i \theta(z)}$$

$$U_{\pm} = \frac{(\omega \mp f_0)}{\omega \sigma k_{\pm}} l(z) \cdot W$$

$$P = - \frac{N^2}{\omega \sigma l(z)} W$$

mit

$$l(z) = \frac{N(z) K}{\sqrt{\omega^2 - f_0^2}}$$

$$\theta(z) = \sigma \int_z^0 l(z') dz'$$

Dabei ist σ das Vorzeichen von $\theta(z)$ und muß zur Erfüllung der Ausstrahlungsbedingungen $\langle pw^* \rangle < 0$ dem Vorzeichen von ω entsprechen. Dabei haben wir zur Vereinfachung den Koordinatenursprung an den unteren Rand der Deckschicht gelegt, so daß sich die Meeresoberfläche bei $z = d$ befindet.

Das totale Vertikalgeschwindigkeitsfeld setzt sich aus dem erzwungenen Ekmananteil und der zum Druckanteil gehörenden Komponente zusammen. Mit den beiden Randbedingungen für die Vertikalgeschwindigkeit und den Druck erhalten wir die Unbekannten W_0 und P_0 .

$$\text{III.5.23 } W_0 = \frac{W_{\text{Ekman}}}{1 + i l d}$$

$$P_0 = - \frac{N^2(0)}{\sigma \omega l(0)} W_0$$

$$W_{\text{Ekman}} = \int_0^d \nabla \cdot \underline{U}_{\text{Ekman}} dz$$

Obwohl diese Lösung für den Frequenzbereich $\omega > f_0$ entwickelt wurde, behält sie auch Gültigkeit im Bereich $\omega < f_0$ durch die Forderung Imaginärteil $(l(z)) < 0$, um zu gewährleisten, daß die Lösungen für $z \rightarrow -\infty$ verschwinden. In diesem Fall sind nur horizontal wandernde Wellen mit vertikal abnehmenden Amplituden möglich.

Wir können jetzt die Energiespektren und Kreuzspektren zwischen den Größen des Bewegungsfeldes ermitteln. Es gilt

$$\text{III.5.25 } E_{\text{kinh}}(k_1, k_2, \omega; z) = 1/2 \langle U_+ U_+^* + U_- U_-^* \rangle$$

$$E_{\text{kinv}}(k_1, k_2, \omega; z) = 1/2 \langle W W^* \rangle$$

$$E_{\text{pot}}(k_1, k_2, \omega; z) = 1/2 N^2 / \omega^2 \langle W W^* \rangle$$

Der vertikale Energiefluß am Boden der Deckschicht wird gegeben durch

$$\text{III.5.26 } F(k, \omega) = \langle P_0 W_0^* \rangle = - \frac{N^2(0)}{\sigma \omega l(0)} \langle W_0 W_0^* \rangle$$

Es gilt nun, die Integration über den horizontalen Wellenzahlraum durchzuführen, um Vergleiche mit gemessenen Spektren anstellen zu können.

III.5.3 Modellspektren der kinetischen und potentiellen Energie

Zunächst benötigen wir ein Modell für das Wellenzahlspektrum des Windfeldes. Dazu gehen wir von einem isotropen Windfeld mit dem Frequenz-Wellenzahlspektrum

$$\text{III.5.31 } S(k, \omega) = \begin{cases} \frac{2 k_0 E_\tau(\omega)}{\pi k^2 + k_0^2} & ; k < k_c \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

aus.

Dabei ist $F_\tau(\omega)$ das Frequenzspektrum der Schubspannung des Windfeldes und k_c die kurzwellige Bandgrenze der Rotation der Windschubspannung. Wir setzen voraus, daß $k_c \gg k_0$ gilt und damit die Beziehung

$$F_\tau(\omega) = \int_0^\infty S(k, \omega) dk$$

hinreichend gut erfüllt ist. Um eine analytische Integration zu ermöglichen, wählen wir μ so groß, daß die Ekmanströmung in der Deckschicht praktisch scherungsfrei ist und nur noch vom Reibungsparameter r abhängt. Damit wird das Vertikalgeschwindigkeitsspektrum am Boden

der Deckschicht

$$\text{III.5.32} \quad \langle W_0 W_0^* \rangle = \frac{f_0^2 k^2 S(k, \omega)}{[(\omega^2 - f_0^2 - r^2)^2 + 4\omega^2 r^2] [1 + (l(0)d)^2]}$$

Mit verschwindender Deckschichtdicke reduziert sich diese Beziehung auf die bekannte Form, in der $W_0 = W_{\text{Ekman}}$ gilt. Der Einfluß der endlichen Dicke der Deckschicht auf das Vertikalgeschwindigkeitsspektrum bleibt gering für alle vertikalen Wellenlängen, die wesentlich kleiner als d sind. Alle kürzeren Wellen können jedoch wesentlich schwerer angeregt werden; ihre vertikale kinetische Energie nimmt dann quadratisch mit der Wellenzahl ab. Dies wird besonders im Bereich $\omega = f_0$ deutlich, für den $l(0)d$ gegen unendlich geht. In der bekannten Form der unendlich dünnen Deckschicht wird jedoch erlaubt, daß Wellen mit beliebig kleiner vertikaler Wellenlänge mit gleicher Energie angeregt werden können. Dies wird noch deutlicher, wenn wir das Spektrum des vertikalen Energieflusses betrachten.

Hier geht für geringe Wellenlängen der Fluß wie $l^3(0)$ gegen Null, in der Grenzschichtlösung jedoch nur linear mit $l(0)$. Dies hat zur Folge, daß im Falle der verschwindenden Deckschichtdicke das Gesamtintegral weitgehend von der rechten Bandgrenze des Wellenzahlspektrums der Windschubrotation abhängt. In unserem Modell bleibt der Einfluß der rechten Bandgrenze k_c gering, da die Beiträge im kurzwelligen Bereich gering sind.

Die Integration über alle Wellenzahlen kann somit in unserem Modell unabhängig von k_c ausgeführt werden, natürlich vorausgesetzt $k_c \gg k_0$. Schreiben wir das Frequenz-Wellenzahlspektrum in der Deckschicht noch einmal ausführlich hin, so können wir den Ekmananteil und Druckanteil in der Wirkung getrennt diskutieren

$$\text{III.5.33} \quad E_{\text{kinh}}(k, \omega) = E(\omega) S(k, \omega) \left[1 + \frac{\omega^2 + f_0^2}{\omega^2 + f_0^2 + r^2} \frac{l^2(0)k^2 d^4}{1 + (l(0)d)^2} \right] + 2 C_{12}(k, \omega)$$

mit

$$\text{III.5.34 } E(\omega) = \frac{(\omega^2 + f_0^2 + r^2)}{(\omega^2 - (f_0^2 + r^2) + 4\omega r) d^2}$$

$C_{12}(k, \omega)$ = Kospektrum (Ekman- und WKBJ-Anteil)

Der erste Term in der eckigen Klammer stellt den gewöhnlichen Ekmananteil im Spektrum dar. Der zweite ist nur vorhanden, wenn das Windfeld rotationsbehaftet ist. Dieser Teil entspricht aber gerade der horizontalen kinetischen Energie in der Sprungschicht. Würde man diesen Term vernachlässigen, wäre die Energie in der WKBJ-Schicht verschwindend klein. Das Kospektrum zwischen Ekman- und WKBJ-Strömung verschwindet im reibungsfreien Fall und ist von der Größenordnung r/fd multipliziert mit dem WKBJ-Anteil. Der Grund dafür besteht in der Phasendifferenz von 90° zwischen dem Ekmanstrom, der durch das lokale Windfeld erzeugt wird, und dem Druckgradientstrom, der durch die Rotation des Windfeldes angetrieben wird.

Der Druckgradientstrom besitzt über den Boden der Deckschicht keine Phasenverschiebung. Eine Korrelationsanalyse kann daher diesen Anteil als das phasengleiche Signal isolieren. Dazu muß aber das Signal das Hintergrundrauschen übertreffen. Ist die Sprungschichtströmung meßbar, sollte auch in der Deckschicht ein korrelierter Anteil vorhanden sein. Hierin liegt der Schlüssel zum Verständnis der beobachteten Korrespondenzen im GATE-Spektrum. Aus dem Verhältnis der kinetischen Energie von etwa vier zu eins in Deckschicht und Sprungschicht schließen wir, daß zwei Drittel lokal winderzeugt und ein Drittel durch die Rotation des Windschubs entstanden sein müßte.

Wir führen nun die Integration über den Wellenzahlraum durch und erhalten

$$\text{III.5.35 } E_{\text{kinh}}(\omega) = E(\omega) F_{\tau}(\omega) \left[1 + \frac{1}{1 + k_{\omega} d} \right]$$

mit der Wellenzahlbandgrenze

$$\text{III.5.36 } k_{\omega} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\omega}{f_0}\right)^2 - 1}}{B_0}$$

wobei B_0 die Burgerzahl

$$B_0 = (N(0)k_0 d / f_0)^2$$

darstellt.

Dieses Ergebnis kommt uns sehr vertraut vor. Denken wir an die Ergebnisse aus Abschnitt III.4, so konnten wir gerade diese Zahl als Amplitudenfaktor der Trägheitswellen unterhalb der Ekman-schicht identifizieren, wenn wir mit der Ekman-geschwindigkeit skalierten. Insofern ergeben sich bei der stochastischen Anregung keine neuen Gesichtspunkte für die Bedeutung der Horizontalskala des Windfeldes.

Abbildung 21 zeigt das Frequenzspektrum des Ekmananteils und des Wellenanteils für ein weißes Windschubspektrum $F_{\tau}(\omega)$. Dabei wird deutlich, daß die Burgerzahl die Bandbreite des Frequenzspektrum in der Nähe der Trägheitsfrequenz bestimmt.

Die Burgerzahl legt damit auch das Abklingen der Autokorrelationsfunktion bei großen Zeitverschiebungen fest. Für Burgerzahlen $B_0 \ll 1$ geht die Bandgrenze gegen Null. Sie nähert sich für wachsende Burgerzahlen der Bandbreite des Ekman-spektrums.

Abbildung 22 zeigt die Autokorrelationsfunktion des Ekmananteils für eine Dämpfung $r/f_0 d = 0.3$ und die Autokorrelationsfunktion der Strömung in der WKBJ-Schichtung für verschiedene Burgerzahlen. Infolge der zunehmenden Bandbreite wird das Abklingen der Schwingungen bei höheren Burgerzahlen stärker. Der Unterschied in der Abklingrate zwischen Deckschicht und Sprungschicht ist nach den Aussagen unseres Modells auf eine Burgerzahl zurückzuführen, deren Wurzel nicht wesentlich kleiner als 1 ist. Im Prinzip ist es möglich, durch ein Minimierungsverfahren die beiden Parameter r und B_0 aus den Daten zu bestimmen. Da

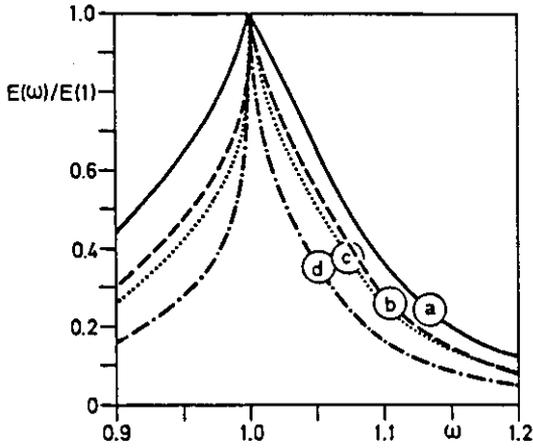


Abb. 21: Normiertes Frequenzspektrum der kinetischen Energie des Ekman-Anteils (a) und WKBJ-Anteils bei unterschiedlichen Burgerzahlen (b - d).

b) $B_0 = 1.0$

c) $B_0 = 0.5$

d) $B_0 = 0.1$.

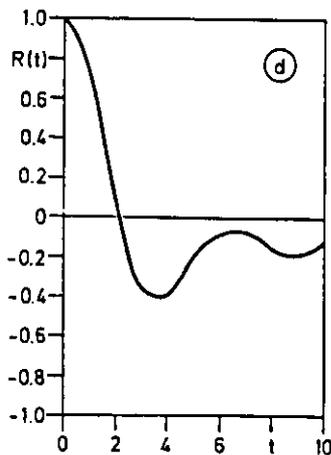
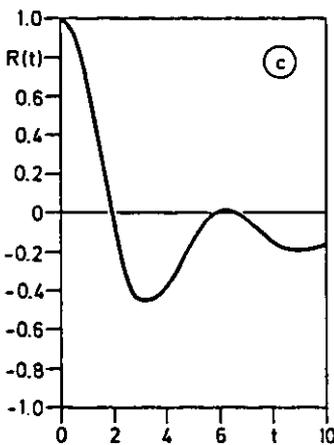
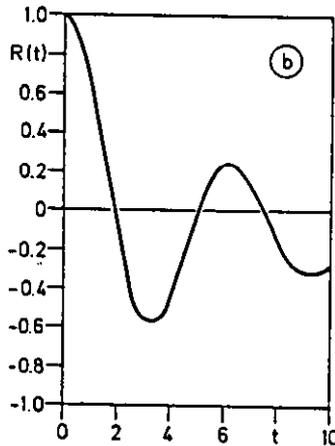
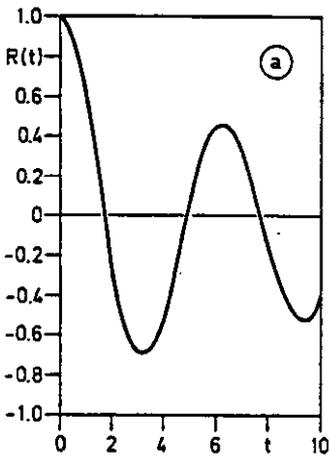


Abb. 22: Autokorrelationsfunktionen der Horizontalströmung für vier Burgerzahlen

a) $B_0 = 0.01$

b) $B_0 = 0.1$

c) $B_0 = 0.3$

d) $B_0 = 100$.

die Zeitreihe aus GATE mit 19 Tagen jedoch nur knapp sechs Trägheitsperioden enthält und die Fehlergrenzen der Anpassung entsprechend groß wären, begnügen wir uns mit einer qualitativen Auswertung, die uns die dynamischen Ursachen der beobachteten Strömungsschwankungen aufzeigt und Abschätzungen der Größenordnung der beteiligten Skalen und Energieflüsse liefert.

Um zu Größenordnungen des Energieniveaus zu gelangen, benötigen wir das Frequenzspektrum des Windschubes, das wir aus der Analyse der meteorologischen Daten der Verankerungen F1 und E3 (s. KÄSE & OLBERS, 1980) erhalten. Wegen des nahezu weißen Charakters des Spektrums in der Nähe der Trägheitsfrequenz ist die Anregung von Trägheitswellen begünstigt. Tabelle 1 enthält das Energieniveau des Ekman- und des Wellenanteils für eine Reihe von Burgerzahlen bei einer Dämpfung von $r/fd = 0.1$ und 0.4 . Die Reibung legt zwar das absolute Niveau der Energie fest, hat aber im Bereich der betrachteten Burgerzahlen kaum Einfluß auf das Verhältnis von Ekman- zu Wellenanteil. Die angegebenen Zahlen stellen die kinetische Energie pro Einheitsvolumen im Frequenzband zwischen f_0 und $2f_0$ dar. Dabei wurde ein konstanter Wert für das Windspektrum von $4.5 \cdot 10^3 \text{ (dyn/cm}^2\text{)}^2 / \text{s}$ benutzt. Dieser Wert entspricht einer mittleren quadratischen Amplitude des Windschubes von 0.3 dyn/cm^2 .

Mit den Beobachtungen verträgliche Geschwindigkeiten erhalten wir für Reibungszahlen $r/fd = 0.1 - 0.2$ und Burgerzahlen kleiner als 0.5 . Abbildung 23 stellt das Verhältnis der kinetischen Energie in der Sprungschicht und der Deckschicht als Funktion der Burgerzahl dar. Für ein Verhältnis $4:1$ liegt die Burgerzahl bei etwa 0.05 , so daß eine horizontale Korrelationsskala des Windfeldes von etwa 150 km bei einem Rossbyradius von 35 km maßgeblich sein müßte. Da bei GATE in der Nähe der Trägheitsperiode die Ost-Westskala erheblich größer als die Nord-Südskala ist, bezieht sich diese Abschätzung auf die Meridionalskala des Windfeldes. Wegen der Nähe der Intertropischen Konvergenzzone (ITCZ) erscheint diese Abschätzung nicht völlig unrealistisch. Die Burgerzahl bestimmt aber auch die Größe des vertikalen Energieflusses

und die vertikale Korrelationskala. Wir werden sehen, ob die Beobachtungen auch hier mit dem Modell verträglich sind.

III.5.4 Vertikale Korrelationslänge und Energieabstrahlung

Bei der Untersuchung der vertikalen Kohärenz interner Wellen in der Nähe der Trägheitsperiode (GARRETT & MUNK, 1972; 1976) wurde stets von freien Wellen ausgegangen, und die vertikale Korrelationsdistanz ergab sich aus der Bandbreite des vertikalen Wellenzahlspektrums. In unserem dynamischen Modell wird die vertikale Korrelationslänge zwar auch durch die Bandbreite bestimmt, doch ergibt diese sich aus der Überlagerung des erzwungenen Anteils und des freien Wellenanteils. Die Skala des erzwungenen Anteils wird durch die Dicke der Deckschicht festgelegt. Die zweite Skala ergibt sich aus der Bandgrenze des Windfeldes und der Neigung des Wellenstrahls gegen die Vertikale, da sich die Störungen der Deckschichtauslenkungen längs der Charakteristiken in die Tiefe ausbreiten. Dies wird aus dem normierten Cospektrum der Horizontalgeschwindigkeit bei einem vertikalen Abstand Δz zwischen den Meßpunkten deutlich.

$$\text{III.5.41 } C(\omega, \Delta z) = \frac{l_0 e^{-l_0 \Delta z} - e^{-\Delta z}}{l_0 - 1}$$

mit
$$l_0 = \frac{B_0}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{f_0}\right)^2 - 1}}$$

Der erste Term repräsentiert den freien Wellenanteil. Für $\omega/f_0 \rightarrow 1$ wird die Vertikalskala beliebig klein, da aber bei der Trägheitsfrequenz keine Energie nach unten abgestrahlt werden kann, wird die Korrelation durch den zweiten Term bestimmt, und die Korrelationskala ist gleich der Dicke des Anregungsbereichs. Dies ist einleuchtend, da in einem linearen Modell keine Wellen erzeugt werden können, die eine wesentlich kleinere Skala als das Anregungsfeld besitzen. Hier kommt noch einmal die Bedeutung des Druckgradienten in der Deckschicht zum

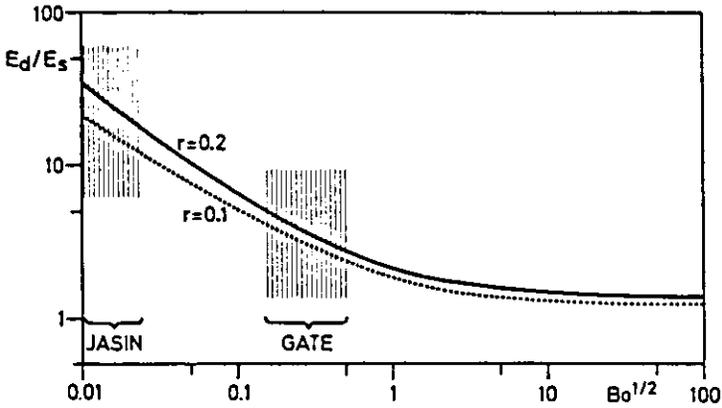


Abb. 23: Verhältnis der kinetischen Energie in Deckschicht und Sprungschicht für zwei Reibungszahlen als Funktion der Burgerzahl. Die schraffierten Bereiche kennzeichnen den möglichen Bereich bei Windanregung in den Tropen (GATE) und im Subpolargebiet.

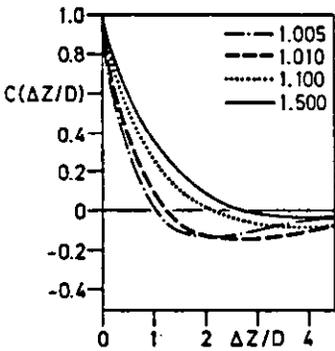
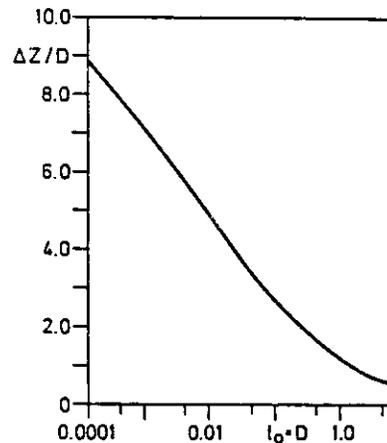


Abb. 24: Normiertes Kospektrum als Funktion des Abstandes für unterschiedliche Frequenzen.

Abb. 25: Vertikale Korrelationsskala als Funktion der charakteristischen Wellenzahl.



Tragen. Wären wir von der sonst üblichen Grenzschichtnäherung ausgegangen, ergäbe sich eine Δ -Funktion als Anregung, und die vertikale Skala könnte beliebig klein werden. Abbildung 24 zeigt das normierte Kospektrum für unterschiedlich Korrelationsdistanzen. Es besitzt einen Nulldurchgang bei $\Delta z = \log(l_0) / (l_0 - 1)$. Dadurch wird eine Vertikal-skala definiert, die in Abbildung 25 als Funktion der Wellenskala freier Wellen l_0 dargestellt ist. Die effektive Korrelationslänge ergibt sich jedoch aus dem Integral über alle Frequenzen.

Dabei ist aber vom nicht normierten Kospektrum auszugehen. Die einzelnen Skalen werden deshalb gemäß ihrer Energieverteilung im Frequenzspektrum gewichtet. Die effektive Skala kann dann aus der vertikalen Korrelationsfunktion ohne Zeitverschiebung erhalten werden. Wir zeigen diese als Funktion der Burgerzahl für verschiedene Reibungszahlen (Abb. 26). Im Bereich der für GATE ermittelten Burgerzahlen liegt die vertikale Korrelationskala in der Größenordnung weniger Deckschichtdaten. KÄSE & OLBERS (1980) erhielten zum Vergleich aus der gemessenen Phasenausbreitung eine Wellenlänge von 80 Metern.

Von großem Interesse ist der mit dem Anregungsprozeß verbundene abwärts gerichtete Energiefluß. Er wird durch III.5.26 gegeben. Über den Wellenzahlraum integriert ergibt sich

$$\text{III.5.42 } F(\omega) = \frac{2\omega^2}{\omega^2 + 1} E_{\text{kinh}}(\omega; z = 0) \text{ vg}$$

mit der effektiven vertikalen Gruppengeschwindigkeit

$$\text{III.5.43 } \text{vg} = \frac{(\omega^2 - 1)}{\omega} \cdot \frac{l_0 - 1}{\log(l_0)}$$

Hier erkennen wir die vertikale Längenskala als Gewichtungsfaktor, so daß III.5.43 die Gruppengeschwindigkeit freier Wellen mit der dominanten Wellenlänge $2\pi \cdot \Delta z$ darstellt. Der spektrale Fluß III.5.42 für eine Reihe von Burgerzahlen ist aus Abbildung 27 ersichtlich. Er verschwindet bei der Trägheitsfrequenz und besitzt ein Maximum etwas oberhalb

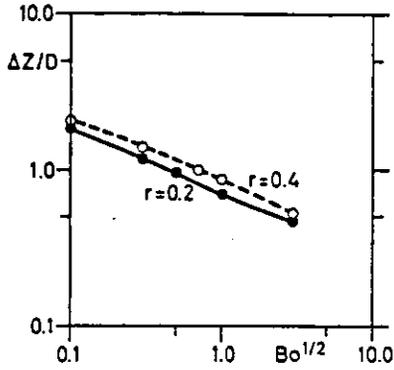


Abb. 26: Vertikale Korrelationskala als Funktion der Burgerzahl bei unterschiedlicher Reibung.

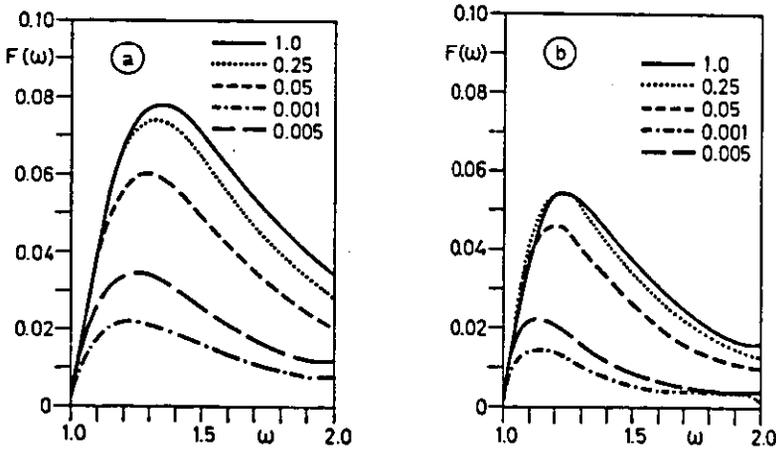


Abb. 27: Spektrum des vertikalen Energieflusses für Burgerzahlen $Bo = 10^{-3}-10^0$ bei unterschiedlicher Reibung
a) $r = 0.5$ b) $r = 0.2$.

der Trägheitsfrequenz als Ergebnis der Gewichtung der kinetischen Energie mit der effektiven Gruppengeschwindigkeit. Die Lage des Maximums im Frequenzraum ergibt die effektive "Blauverschiebung", die maßgeblich für die Energieabstrahlung ist.

Typische Werte des Energieflusses für unterschiedliche Burgerzahlen und Reibungsfaktoren enthält Tabelle 1.

Tab. 1

$\sqrt{B_0}$	r = 0.1		r = 0.4	
	U_{rms} cm/s	Fluß * 10^3 W/m ²	U_{rms} cm/s	Fluß * 10^3 W/m ²
0.01	2.1	0.02	0.6	0.008
0.06	3.8	0.08	1.2	0.03
0.2	5.2	0.22	1.7	0.07
0.75	6.8	0.28	2.4	0.10
1.8	7.6	0.24	2.7	0.10

Der Gesamtfluß hängt entscheidend von der Bandbreite des Ekmananteils der Strömung in der Deckschicht ab. Sie legt den Bereich fest, in dem bei Frequenzen $\omega > f_0$ noch Energie vorhanden ist.

Ob diese Energie nun teilweise nach unten abgestrahlt werden kann, wird einzig durch die Gruppengeschwindigkeit festgelegt. Diese wird bei fester Frequenz ausschließlich durch die Burgerzahl kontrolliert, so daß für eine festgelegte Bandbreite der Anregung die Burgerzahl nun den Gesamtfluß bestimmt.

Unser Modell ist in der Lage, die beobachteten Eigenschaften der Strömungsschwankungen im GATE-Gebiet in der Nähe der Trägheitsperiode zu erklären. Dabei erlaubte die stochastische Formulierung der Anregung einen direkten Vergleich mit den gemessenen mittleren Eigenschaften des Strömungsfeldes, die mit spektralen Methoden gewonnen wurden. Während KÄSE & OLBERS (1980) die beobachteten Korrelationen zwischen

Deckschicht- und Sprungschichtströmung durch die besonders großen Skalen der Atmosphäre zu erklären versuchten, müssen wir hier nach genauerer Untersuchung des Anregungsmechanismus eine andere Schlußfolgerung ziehen. Wie bereits bei der Analyse der Energieabstrahlung im deterministischen Fall ist nicht die Längenskala des Windfeldes an sich, sondern das Verhältnis zu einem internen Rossbyradius, basierend auf der vertikalen Längenskala der Ekman-schicht, entscheidend dafür, ob optimale Anregung interner Wellen in der Nähe der Trägheitsperiode möglich ist.

Wir hatten gezeigt, daß bei deterministischer Anregung die Horizontal-skala von der Größenordnung $L_{opt} = O(50 * ND_{ekman} / f)$ sein müßte, damit die Amplituden in der Sprungschicht nicht weniger als $1/4$ der Deckschichtströmung betragen. Bei stochastischer Anregung wird die Abstrahlung optimiert, wenn die Bandbreiten der direkten winderzeugten Anteile in der Deckschicht und der Unterschicht gleich sind.

Dann liegt die Frequenz des maximalen spektralen Energieflusses an der Bandgrenze des Anregungsspektrums, und die vertikale Korrelationskala entspricht gerade der Dicke der durchmischten Deckschicht. Beträgt die Abklingzeit das n -fache einer Trägheitsperiode, so läßt sich die horizontale Längenskala als 2π -faches der Korrelationskala aus der Bedingung $B_0 = (4\pi n)^{-1}$

$$L_{opt} = 2\pi \sqrt{4\pi n} \cdot ND / f$$

gewinnen. Dies ist bis auf einen Zahlenfaktor die gleiche Form der Beziehung aus unserer Lösung mit stationärer Phase. Der Zahlenfaktor stammt aus der unterschiedlichen Formulierung der Reibung in der Ekman-schicht. Mit $n = 1$ erhalten wir als Zahlenfaktor 31.5 statt 50 im deterministischen Fall. Damit liegen beide ermittelten Skalen im gleichen Bereich.

Für die Gruppengeschwindigkeit läßt sich ebenfalls eine mittlere Größe angeben. Da bei vertikaler Anregung die vertikale Korrelationskala durch die Deckschichtdicke gegeben ist, wird in III.5.43 die Gruppengeschwindigkeit auf

$$v_{\text{gopt}} = B_0 \cdot fd$$

reduziert, so daß der vertikale Energiefluß durch

$$F_{\text{opt}} = B_0 U_{\text{rms}}^2 fd$$

mit der mittleren quadratischen Amplitude U_{rms} der Trägheitswellen am unteren Rand der Deckschicht gegeben wird.

IV. WINDGETRIEBENE STRÖMUNGEN AUF DER β -EBENE

Erste theoretische Ansätze zur Untersuchung langperiodischer Bewegung im Ozean folgten den grundlegenden Arbeiten von ROSSBY et al. (1939) sowie HAURWITZ (1940). Rossby führte die lineare Approximation der Variation des Coriolis-Parameters mit der Breite ein und erschloß eine neue Klasse von Wellen, die in der Dynamik der niederfrequenten Strömungsschwankungen eine überragende Rolle spielen. ARONS & STOMMEL (1956), RATTRAY (1964) sowie LONGUET-HIGGINS (1964, 1965) konnten zu einem besseren Verständnis der Eigenschaften dieser Rossbywellen beitragen. Dennoch lagen in jener Zeit so gut wie keine direkten Beobachtungen dieser Wellen vor, so daß die Untersuchungen rein theoretischer Natur waren.

Erst die Einführung neuer Meßtechniken machte eine gezielte Anwendung der Theorie auf Beobachtungsergebnisse möglich. So konnte PHILLIPS (1966) ein Modell vorlegen, das die Bewegung von Driftbojen in größeren Tiefen durch eine lineare Superposition von Rossbywellen beschrieb. Dieses Modell konnte jedoch nicht die hohen Geschwindigkeiten bis zu 40 cm/s erklären, die im Experiment gemessen wurden (CREASE, 1962; SWALLOW, 1971).

In subtropischen Breiten des Nordpazifiks scheinen Rossbywellen im Periodenbereich zwischen einem halben und 10 Jahren einen wesentlichen Anteil der Energie zu beinhalten, wie es von EMERY & MAGAARD (1976), PRICE & MAGAARD (1980) gezeigt wurde. Die Erzeugungsmechanismen sind jedoch nicht eindeutig geklärt. Die Möglichkeit atmosphärischer Anregung durch Wind, Luftdruck und Auftriebsfluß waren Gegenstand der Untersuchungen von MAGAARD (1977).

FRANKIGNOUL & MÜLLER (1979), LEETMA (1978) und HARRISON (1979) bearbeiteten die Reaktion des Ozeans auf mesoskalige Windschubschwankungen. Heute besteht die Auffassung (WUNSCH, 1981), daß lineare Erzeugungsprozesse nicht die entscheidende Rolle spielen. Numerische Modelle (HOLLAND & LIN, 1975a,b); ROBINSON et al., 1977) ermöglichten die Einbeziehung nichtlinearer Effekte und konnten typische Merkmale

mesoskaliger Variabilität aus der inneren Dynamik der großräumigen Zirkulation erklären.

Wir wollen uns daher in diesem Abschnitt auf wenige Fragen beschränken, die bei der Anwendung eines linearen Modells windgetriebener Bewegung auf Zeitskalen barokliner Rossbywellen auftreten. Dazu gehört insbesondere die Frage nach der Tiefe des Sverdruptransports.

IV.1.1 Der Endzustand bei deterministischer Anregung

Im Abschnitt II.4 hatten wir untersucht, wie Trägheitswellen auf der f-Ebene durch räumlich und zeitlich variable Windfelder im endlich ausgedehnten Meer erzeugt werden. Trägheitswellen ergaben sich als Reaktion des Ozeans auf ein gestörtes Kräftegleichgewicht. Nachdem die überschüssige Energie aus der gestörten Region herausgewandert oder dissipiert war, ergab sich ein neues stationäres Gleichgewicht. Dieser Endzustand wurde im homogenen Meer fern von Berandungen durch den stationären Ekmanstrom beschrieben. Im geschichteten Meer kann der klassische Ekmanstrom wegen der auftretenden Vertikalgeschwindigkeit und der damit verbundenen Dichteadvektion nicht den stationären Zustand beschreiben. Dies gilt insbesondere, wenn die Variation des Coriolisparameters mit der Breite berücksichtigt wird.

Dennoch wird in den meisten Arbeiten über quasigeostrophische Bewegungsvorgänge das Innere des Ozeans über die vertikale Ekmangeschwindigkeit $w_{\text{Ekman}} = \text{rot}_z (\tau / f)$ angekoppelt (s. VERONIS, 1981). Diese Kopplung ist nur dann vernünftig, wenn die Dichteerhaltungsgleichung Diffusions- oder Advektionsterme enthält, die eine stationäre Dichteschichtung aufrechterhalten können. In einem linearen Modell ohne Dichteadvektion oder Diffusion muß ein anderer Kopplungsmechanismus wirksam sein. In unserem Modell geschieht dies durch vertikalen Impulsfluß. Die lineare Dichteerhaltungsgleichung erfordert dann das Verschwinden der Vertikalgeschwindigkeit, so daß der stationäre Endzustand durch eine rein horizontale Verlagerung der

Wasserteilchen beschrieben wird.

Es erhebt sich jetzt die Frage, wie schnell dieser stationäre Endzustand erreicht werden kann und ob die durch die lineare Approximation vernachlässigten Terme wirklich von der erforderlichen kleinen Größenordnung sind. Sollte dies der Fall sein, könnte das lineare Modell einen guten Überblick über die tatsächliche winderzeugte Zirkulation im Ozean liefern.

Das Einschwingverhalten eines geschichteten Meeres mit einem vertikalen Austauschkoefizienten, der sich umgekehrt proportional zu N^2 verhält, wird durch III.3.17 und III.3.18 beschrieben. Da alle Trägheitswellen abgeklungen sind, verbleibt als einziger Anteil der zur Frequenz ω_3 gehörige Term, der die planetarischen Wellen auf der β -Ebene beschreibt.

$$\text{IV.11} \quad \phi_n = Z_n(z) Z_n(0) (\text{rot}_z(\tau)/k^2) (1 - i\beta k_1 / k^2) * e^{i\omega_3 t} / ((\omega_1 - \omega_3)(\omega_3 - \omega_2))$$

$$\psi_n = Z_n(z) Z_n(0) (\text{rot}_z(\tau)/k^2) (iEk^2 / E_n / \omega_1 \omega_2 \omega_3 + (1 - i\beta k_1 / k^2)^2 e^{i\omega_3 t} / i(\omega_1 - \omega_3)(\omega_3 - \omega_2) (\omega_3 - (E_n - i\beta k_1 / k^2)))$$

Da ω_3 im geschichteten Meer einen nichtverschwindenden Imaginärteil besitzt, klingt ϕ für große Zeiten aus. ψ hingegen bleibt endlich und besitzt die spektralen Amplituden

$$\text{IV.12} \quad \psi_\infty = \sum_n \frac{\text{rot}_z(\tau) Z_n(z) Z_n(0)}{E_n k^2 - i\beta k_1}$$

ψ_∞ läßt sich bei konstantem μ analytisch aufsummieren. Es ergibt sich

$$\text{IV.13} \quad \psi_\infty = -(\text{rot}_z(\tau)/Ek^2) \cos(l_\infty * (1 + z)) / (l_\infty \sin(l_\infty))$$

mit

$$l_{\infty} = \sqrt{\frac{i\beta k_1}{Ek^2}}$$

IV.13 beschreibt den stationären windgetriebenen Strom auf der β -Ebene für ein räumlich periodisches Windfeld. Die Form der vertikalen Verteilung der Horizontalströmung sieht analog zum Ekmanstrom auf der f -Ebene aus. Die vertikale Eindringtiefe ist jedoch um den Faktor $\frac{k}{\sqrt{\beta k_1}}$ modifiziert. Für Wellen mit Skalen in der Größenordnung der Beckengröße des Atlantischen Ozeans ist dieser Faktor von der Ordnung eins. Er verringert sich mit kleinerer Skala des Anregungsfeldes. Die so definierte Eindringtiefe ist die effektive Vertikalskala des Sverdrup-Transports. Integrieren wir IV.1.3 über die Wassertiefe, erhalten wir die bekannte Sverdrup-Relation

$$IV.14 \quad \int_{-H}^0 \psi_{\infty} dz = - \frac{\text{rot}_z(\underline{I})}{i\beta k_1}$$

$$M_y = \int_{-H}^0 v dz = \frac{\text{rot}_z(\underline{I})}{\beta}$$

Für verschwindende Ekmanzahl geht die Tiefenskala gegen Null und die Oberflächenströmung besitzt den Charakter einer δ -Funktion. Die direkt windgetriebene Zirkulation ist damit auf einen Tiefenbereich beschränkt, der bei konventionellen Ekmanzahlen in der Größenordnung $10^{-5} - 10^{-6}$ die oberen 100 m des Ozeans erfaßt. Da das Druckfeld und das Vektorpotential ψ bis auf den Faktor f im freien Ozean identisch sind, läßt sich der Sverdrup-Transport aus Dichtemessungen ermitteln. LEETMA, NIILER & STOMMEL (1977) weisen nach, daß die Rezirkulation im Atlantik östlich des Golfstrombereichs den Wert des Massentransports durch die Floridastraße besitzt und dem durch die Sverdrup-Relation gegebenen Transport entspricht. Nach diesen Autoren reicht die Sverdrup-Zirkulation bis in Tiefen um 800 Meter.

Solche Tiefen können mit linearen Modellen der windgetriebenen Zirkulation nicht erreicht werden, wenn vertikale Austausch-

koeffizienten in der Größenordnung $100 \text{ cm}^2/\text{s}$ benutzt werden. Die Motivation für diese kleinen Austauschkoefizienten beruht auf der Annahme, daß der vertikale Impulsfluß durch kleinskalige Turbulenz hervorgerufen wird. Damit bleibt der Sverdrup-Transport auf eine dünne Oberflächenschicht beschränkt. Dies führt jedoch zu überhöhten Oberflächengeschwindigkeiten, im Grenzfall $E \rightarrow 0$ zu einer δ -Funktion (YOUNG, 1981). Vertikalprofile von μ umgekehrt proportional zu N^2 bewirken eine größere Vertikalskala. KRAUSS & WÜBBER (1982) diskutieren die Möglichkeit eines solchen Austauschkonzepts, das z.B. von FJELDSTAD (1964) und MORK (1968) benutzt wurde, entscheiden sich jedoch für sehr kleine Austauschkoefizienten in der Tiefe. MÜLLER (1974) leitet Austauschkoefizienten in der Größenordnung 10^4 aus der Wechselwirkung eines geostrophischen Grundstroms mit einem stochastischen Feld interner Wellen her und plädiert für eine Abhängigkeit $\mu \approx N^{-1}$, während RUDDICK & JOYCE (1979) diese Werte in Messungen nicht bestätigen können.

In einer bedeutenden Arbeit von RHINES & YOUNG (1982) wird die Möglichkeit des vertikalen Impulsflusses durch mesoskalige Wirbel hervorgehoben. Es wird gezeigt, daß in einem nahezu isopyknenparallelen Strömungsfeld der vertikale Impulsfluß einer horizontalen Diffusion von potentieller Vorticity auf Dichteflächen entspricht, wenn der vertikale Austauschkoefizient $\mu \approx N^{-2}$ gewählt wird.

Bevor wir mit der Berechnung der Zirkulation in einem rechteckigen Becken beginnen, empfiehlt es sich, den direkt erzeugten Anteil der Zirkulation außerhalb des westlichen Randstroms zu berechnen und diesen mit dem vertikal integrierten Modell zu vergleichen. Da das Windfeld eine erheblich größere Ost-West- als Nord-Südskala besitzt, läßt sich eine analytische Lösung des tiefenabhängigen Stroms durch Ausführung der Integration über k_1 in IV.1.3 bewerkstelligen. Wir nehmen an, daß der Wert der Stromfunktion an einer östlichen Berandung gegeben sei. In Anlehnung an das Stommel-Problem wählen wir das Windfeld

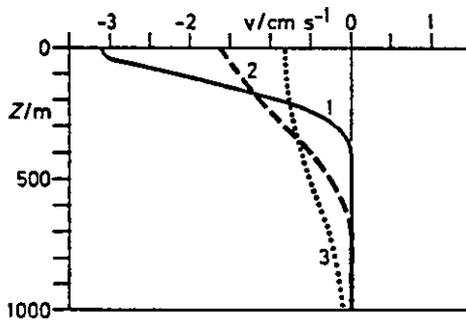


Abb. 28: Vertikalprofil der meridionalen windgetriebenen Horizontalgeschwindigkeit im einseitig berandeten Meer. Entfernung zum Ostrand: 1) 250 km
2) 1000 km
3) 4000 km

Anregung durch ein Stommel'sches Windfeld mit $B = 3140$ km und einer Ekmanzahl $E = 2 \cdot 10^{-4}$.

$$\text{IV.15} \quad T_x = \begin{cases} -T_0 \cos(\pi y/B); & 0 < y < B, x < 0 \\ 0 & ; x > 0 \end{cases}$$

Es ergibt sich für die Meridional Komponente der Strömung

$$\text{IV.16} \quad v(x,y,z) = -\frac{T_0 \pi}{B\beta H} \sin(\pi y/B) \cdot \theta^4\left(\frac{1+z}{2}; \frac{x}{L_\beta}\right)$$

$$L_\beta = -\frac{\beta B^2}{E\pi^2 f_0}$$

Dabei ist θ^4 die Jakobische θ -Funktion vierter Art und L_β eine charakteristische Längenskala. Abbildung 28 zeigt das Tiefenprofil der meridionalen Geschwindigkeitskomponente für eine Reihe von Abständen westlich eines Ostrandes. Klar zu erkennen ist die Zunahme der vertikalen Tiefenskala mit wachsender Entfernung vom Ostrand. Dabei verringert sich der Betrag der Geschwindigkeit. Dies ist notwendig, um die Sverdrup-Relation zu erfüllen, die einen außerhalb des östlichen Randstroms konstanten Massentransport für nicht x-abhängige Felder der Rotation des Windschubs fordert.

Für große Entfernungen vom Ostrand $-x \gg L_\beta$ wird die Strömung tiefenunabhängig. Mit den Werten $\beta = 2 \cdot 10^{-13}$ /s/cm, $B/\pi = 2000$ km ist L_β durch $8 \cdot 10^2/E$ km gegeben. Für Ekmanzahlen der herkömmlichen Größenordnung von 10^{-5} bis 10^{-6} überschreitet diese Skala die Ost-Westdimension der Meeresbecken um ein Vielfaches, so daß die vertikale Tiefenskala wesentlich kleiner als die Wassertiefe wird. Nehmen wir eine Tiefenskala von 800 m in etwa 1000 km Entfernung vom Ostrand an, muß die Ekmanzahl von der Größenordnung 10^{-3} sein. Es ergibt sich dann eine Oberflächengeschwindigkeit von etwa 1 cm/s bei einem Wert der Rotation der Windschubspannung von 10^{-8} cm/s². Diese Geschwindigkeit liegt im Bereich der im Kanarenbecken gemessenen Werte (SAUNDERS, 1982; KÄSE et al., 1983; SIEDLER & STRAMMA, 1982).

Diese Werte gelten für einen konstanten Austauschkoefizienten. Rechnungen mit einem aktuellen Vertikalprofil gemäß N^{-2} sind noch nicht abgeschlossen (LIPPERT & KÄSE, in Vorbereitung).

IV.1.2 Die Bedeutung der Rossbywellen beim Aufbau der mittleren Zirkulation

Untersuchungen zum Einschwingverhalten der ozeanischen Zirkulation beschränken sich bisher auf Modelle mit wenigen Schichten. Dabei muß wegen der starken nichtlinearen Kopplung der thermohalinen und der windgetriebenen ozeanischen Zirkulation von einem Anfangszustand ausgegangen werden, in dem sich eine mittlere Schichtung bereits aufgebaut hat. Das Einschwingverhalten definiert sich nun als Reaktion auf eine zeitliche (und/oder) räumliche Veränderung durch Einwirkung einer äußeren Kraft (CHARNEY & FLIERL, 1981). Für ein Zweischichten-Modell zeigten ANDERSON & GILL (1975), daß aus einem Ruhezustand durch plötzliches Einsetzen eines zonal konstanten Windes mit Nord-Süd-Variation in einer Entfernung von einer östlichen Berandung die Strömung linear anwächst, bis eine nichtdispersive Rossbywelle mit der Gruppengeschwindigkeit $-\beta r_1^2$ an diesem Meridian eintrifft. Nach Durchzug der Rossbywellenfront hat sich östlich dieser Länge eine stationäre Sverdrup-Zirkulation aufgebaut.

Wenn die Rossbywelle auf eine westliche Berandung trifft, erfaßt die Zirkulation bis auf eine schmale Randzone das gesamte ozeanische Becken. Im westlichen Randstrom wird die Rossbywelle reflektiert und dissipiert. Die Zeitskala des Einschwingens ist damit die Zeit, die die barokline Mode im Zweischichten-Modell benötigt, um das Meeresbecken zu überqueren. Für eine Breite von 6000 km ergibt dies einen Wert von etwa 5 Jahren. In unserem Modell mit vertikalem Impulsaustausch und kontinuierlicher Schichtung existieren jedoch beliebig viele Moden. Die effektive Einschwingzeit hängt damit entscheidend von der Größe des vertikalen Austauschkoefizienten ab.

Einen ersten Einblick erhalten wir durch Auswertung der Frequenz der gedämpften Rossbywellen ω_3 .

$$IV.17 \quad \omega_3 = \frac{iEk^2 - \left(\frac{E}{En}\right)\beta k_1}{1 + (E\lambda_n^2)^2 + \frac{E}{En}k^2}$$

Dieser Ausdruck geht für verschwindende Ekmanzahl in die Form der Eigenfrequenzen freier Rossbywellen im stetig geschichteten Meer über.

Der Imaginärteil von ω_3 ist in dimensionsbehafteten Größen durch die Abschätzung

$$\text{Im}(\omega_3) \approx E B_0 f_0$$

mit der Burgerzahl B_0 und der Ekmanzahl E gegeben, so daß die Zeitskala der Dissipation der Rossbywellen $(2\pi E B_0)^{-1}$ Trägheitsperioden beträgt. Mit $B_0 = 2.5 \cdot 10^{-3}$ und $E = 10^{-3}$ ergibt sich ein Wert von $6.4 \cdot 10^4$ Trägheitsperioden. Für die Subtropen mit einer typischen Trägheitsperiode von einem Tag sind dies etwa 175 Jahre. Doch ist noch eine andere Zeitskala von Interesse. Da die einzelnen Moden unterschiedlich stark gedämpft werden und eine beschränkte Anzahl das Strömungsprofil genügend genau darstellt, muß das Ergebnis nach der Summation diskutiert werden.

Da wir eine große Ost-Westskala vorausgesetzt hatten, ist bis auf den Term, in dem die Ost-West-Wellenzahl in Verbindung mit β auftritt, k_1 zu vernachlässigen. Damit läßt sich die Lösung IV.11 mit dem Windfeld IV.15, das zur Zeit $t = 0$ auf einen konstanten Wert gebracht wird, in den Originalraum zurücktransformieren.

Wir erhalten für die Meridional Komponente v die Lösung

$$\begin{aligned}
 \text{IV.1.8} \quad v(x,y,z,t) = & - \frac{T_0}{f_0 H} \left[\cos\left(\pi \frac{y}{B}\right) \sum_{n=n_c}^{\infty} Z_n(z) Z_n(0) e^{-\frac{E_k^2 t}{F_n}} \right. \\
 & + \frac{\left(\frac{\pi}{B\beta}\right) \sin\left(\pi \frac{y}{B}\right)}{f_0} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) Z_n(0) e^{E_{\beta}^n x} \right. \\
 & \left. \left. - \sum_{n=n_c}^{\infty} \frac{Z_n(z) Z_n(0)}{F_n} e^{E_{\beta}^n x} \right\} \right]
 \end{aligned}$$

mit

$$k^2 = \left(\frac{\pi N H}{B f_0} \right)^2$$

$$\lambda_n^2 = \mu \left(\frac{n \pi}{H} \right)^2$$

$$F_n = 1 + \frac{\lambda_n^2}{f_0^2} + \left(\frac{\pi r_n}{B} \right)^2$$

$$E_{\beta}^n = \left(\frac{\lambda_n \pi}{B} \right)^2 / \beta$$

Dabei ist die Modenzahl $n_c(x,t)$ durch die Bedingung

$$c_{n_c} t < -x$$

gegeben und c_n die Gruppengeschwindigkeit der Eigenfunktion mit der Modenzahl n_c .

$$c_n = \beta \frac{r_n^2}{F_n} ; r_n = \frac{NH}{f_0 \pi n}$$

Für kleine Reibung und niedrige Modenzahlen ist F_n praktisch gleich eins wie im Falle der quasigeostrophischen Approximation. Damit setzt sich die meridionale Geschwindigkeitskomponente aus dem zum lokalen Wind proportionalen Teil und einem Teil, der durch die Rotation der

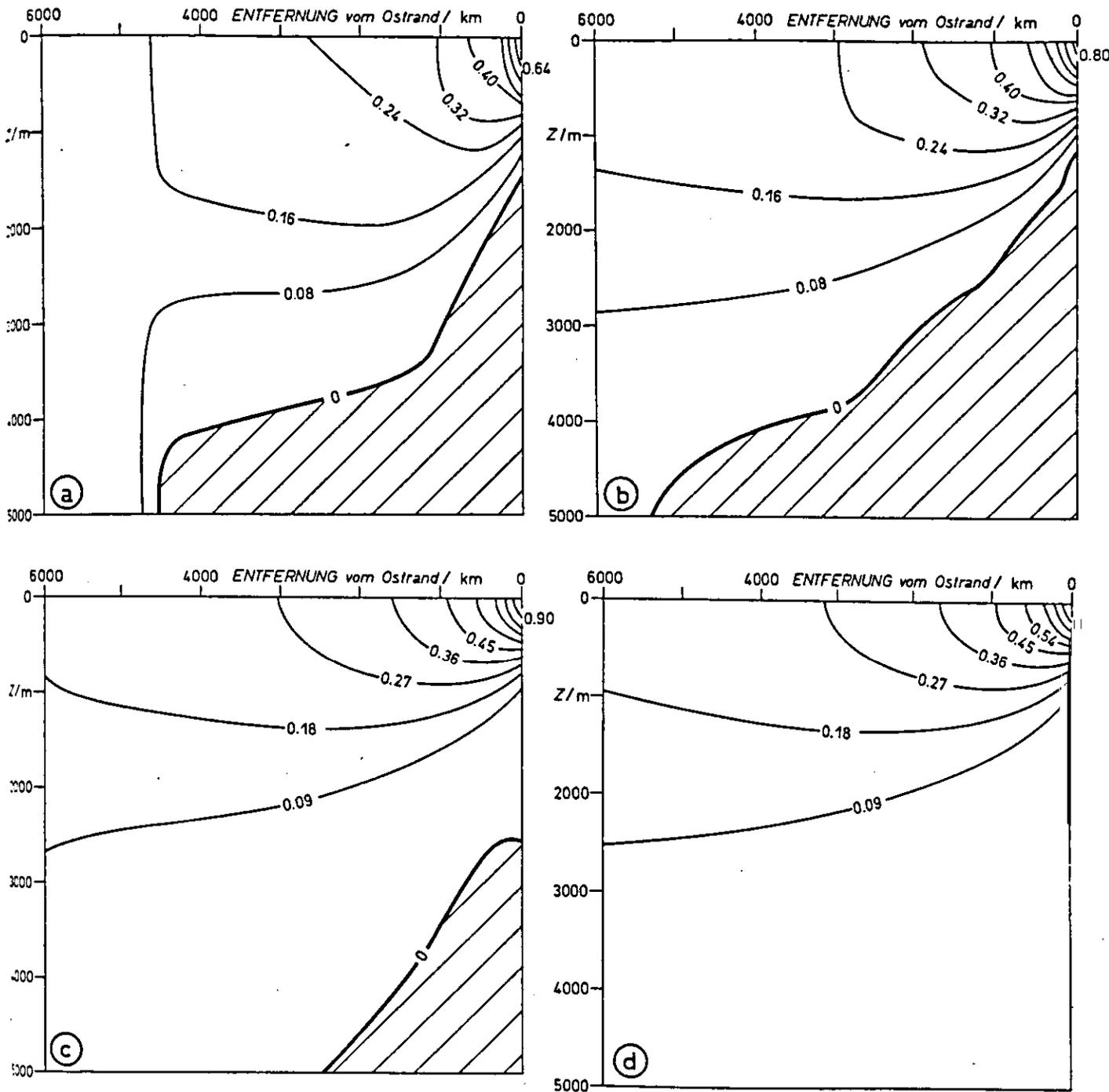


Abb. 29: Zonaler Schnitt der meridionalen Geschwindigkeitskomponente v (cm/s) im Zentrum der Antizyklone
a) 3 Jahre
b) 8 Jahre
c) 16 Jahre
d) 32 Jahre
nach Einschalten eines Stommel-Windfeldes. Der schraffierte Bereich kennzeichnet negative Geschwindigkeit.

Windschubspannung erzeugt wird, zusammen. Es ist bemerkenswert, daß der Ekmanstrom auf der β -Ebene im linearen Modell nicht stabil ist. Er zerfällt durch β -Dispersion in dem Maße, in dem sich die stationäre Sverdrup-Zirkulation aufbaut.

Durch die Konvergenz des Ekmanstroms bei $y = \frac{B}{2}$ und die Ansammlung des leichten Oberflächenwassers entsteht ein geostrophischer Strom, der im Bereich $y = \frac{B}{2}$ bei südwärtigem Ekmanstrom nach Osten, südlich von $y = \frac{B}{2}$ nach Westen gerichtet ist. Zu kleinen Zeiten wird das in der Nordhälfte des großräumigen Wirbels angestaute Wasser in einem jet-artigen Ostrandstrom nach Süden abgeführt und rezirkuliert im südlichen Teil des Wirbels. Mit wachsender Zeit wird die im Küstenstrom enthaltene Energie durch westwärts wandernde Rossbywellen in das Innere des Ozeans verfrachtet. In der Entfernung $-x$ vom Ostrand treffen nach der Zeit $t = \frac{x}{c_n}$ die Fronten der Rossbywellen mit der Ordnung n ein. Die niedrigen Ordnungen besitzen die größere Gruppengeschwindigkeit, und damit ist das Vertikalprofil durch die niedrigen Ordnungen der Rossbywellen bestimmt. Mit zunehmender Zeit treffen immer mehr Wellen am Beobachtungsort ein. Bei verschwindender Reibung besitzen alle Ordnungen die gleiche Energiedichte, so daß für $t \rightarrow \infty$ die Überlagerung aller Ordnungen eine δ -Funktion bei $z = 0$ ergibt. Da jedoch Reibung wirksam ist und die Energie der Rossbywellen auf dem Wege nach Westen dissipiert wird, hängt das Vertikalprofil davon ab, wieviele Ordnungen am Beobachtungsort mit meßbarem Energieanteil eintreffen. Damit ist erklärt, daß die Tiefenskala eine Funktion des Abstands vom Ostrand ist.

Abbildung 29 zeigt die Tiefenabhängigkeit der Meridionalkomponente v bei $y = \frac{B}{2}$ als zonalen Schnitt für Zeiten 3, 8, 16 und 32 Jahre nach Anschalten des Windfeldes für $B = \pi \cdot 1000$ km und $E = 5 \cdot 10^{-3}$. Das Fortschreiten der Rossbywellenfronten nach Westen und die Abnahme der vertikalen Skala mit wachsender Zeit ist klar zu erkennen. Nach 8 Jahren ist praktisch der Endzustand erreicht.

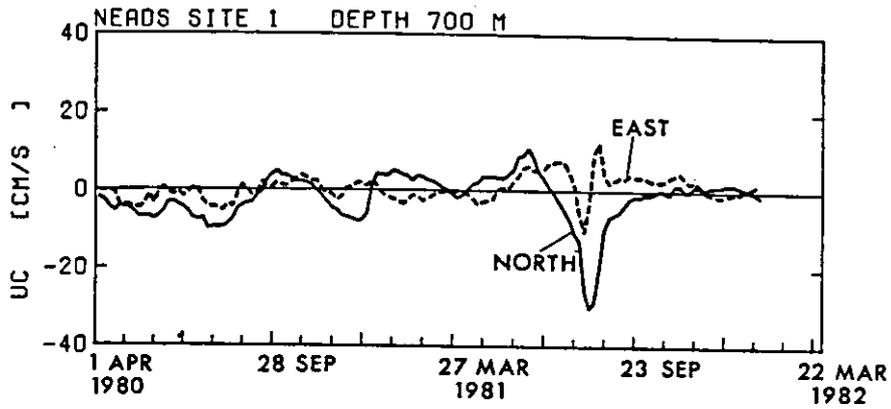


Abb. 30a: Registrierung der zonalen (—) und meridionalen (----) Geschwindigkeitskomponente in 700 m Tiefe im NEADS-Gebiet ($\phi = 33^\circ \text{ N}$, $\lambda = 22^\circ \text{ W}$).

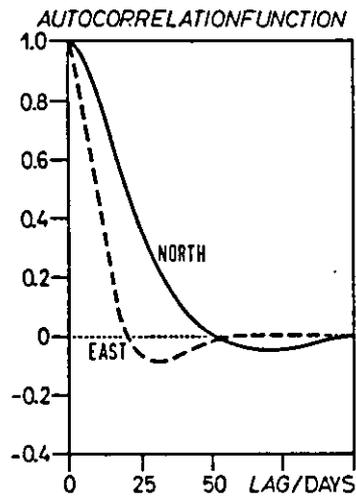


Abb. 30b: Modellautokorrelation aus der Anpassung eines autoregressiven Prozesses. Die Nordkomponente zeigt eine stark gedämpfte Schwingung mit einer Periode von 130 Tagen.

Unsere Lösung ist in direkter Nähe des Ostrand es nicht gültig, da dort auch große Wellenzahlen berücksichtigt werden müssen. Wegen der stärkeren Dämpfung spielen sie in einem Abstand der Größenordnung des ersten Rossbyradius keine Rolle mehr.

Zu kleinen Zeiten, in denen die β -Dispersion noch nicht wirksam ist, führt die Berücksichtigung der großen Wellenzahlen zu internen Kelvinwellen, die insbesondere auch Auftriebsvorgänge im küstennahen Bereich modulieren können (PHILANDER & YOON, 1982).

Es ist von Interesse, daß der vertikal-integrierte Massentransport unterhalb der Ekman-schicht bereits nach dem Durchzug der barotropen Mode konstant ist. Alle weiteren Rossbywellen sorgen nur für eine vertikale Umverteilung der Energie. Dies hat zur Folge, daß für ein beliebig zeitabhängiges Windfeld, das eine größere Zeitskala als die Laufzeit der barotropen Mode bis zum Beobachtungsort besitzt, die Reaktion des Ozeans in einem quasistationären Sverdrup-Gleichgewicht besteht. Dieses Ergebnis deckt sich mit WILLEBRANDS (1981) Analyse der barotropen Strömungen bei stochastischer Windanregung.

Der Ostrand spielt nach den vorangegangenen Erläuterungen offensichtlich eine überragende Rolle bei der Initiierung der gesamten ozeanischen Zirkulation. Die Lage des Untersuchungsgebiets verschiedener Teilprojekte des Sonderforschungsbereichs "Warmwassersphäre" mit Abständen von weniger als 1000 km von der Ostküste des Atlantik bietet die Möglichkeit, die Beteiligung der Rossbywellen bei der zeitlichen Variation der Strömungen im Ostatlantik zu untersuchen. Abbildung 30 zeigt die Meßreihe der beiden horizontalen Geschwindigkeitskomponenten im nördlichen Kanarenbecken bei 33° N, 22° W aus 700 m Tiefe. Die Variation mit einer Pseudoperiode von etwa 130 Tagen (Abb. 30b) in der Nordkomponente werden von KÄSE et al. (1983, eingereicht zur Veröffentlichung) als Rossbywellen mit einer typischen horizontalen Wellenlänge von ~ 500 km interpretiert, die sich aus einer Analyse des mesoskaligen Dichtefelds mit dem Forschungsschiff "Poseidon" im Frühjahr 1982 (KÄSE & RATHLEV, 1982) ergaben. Versuche, das Strömungsprofil mit einer barotropen und zwei baroklinen Moden anzupassen, werden derzeit

von T.J. MÜLLER (persönliche Mitteilung) angestellt und liefern erste positive Ergebnisse.

Die Erzeugung von Rossbywellen an einer östlichen Berandung durch ein periodisches Windfeld wurde im Zweischichten-Modell von WHITE (1977) und für kontinuierliche Schichtung von KRAUSS & WÜBBER (1982) untersucht. Inzwischen liegen weitere Veröffentlichungen u.a. von WHITE & SAUR (1981) vor, die eine starke Ost-West-Variation der Rotation der Windschubspannung in der Nähe der Ostküste des Pazifiks als Ursache für erhöhte Rossbywellenaktivität ansehen.

IV.2 Die tiefenabhängige mittlere Zirkulation im rechteckigen Becken bei Anregung durch ein Stommel-Windfeld

Die Zeitskala der baroklinen Sverdrupzirkulation war nach den Ergebnissen des letzten Abschnitts durch die Laufzeit der baroklinen Rossbywellen mit der größten Periode gegeben, die noch spürbar zur gesamten baroklinen Energie am Beobachtungsort beitrug. In einem Zweischichten-Modell gibt es nur die barotrope und die erste barokline Mode. Damit wird in einem solchen Modell die Einschwingzeit der tatsächlichen baroklinen Zirkulation in einem kontinuierlich geschichteten Medium erheblich unterschätzt. Wenn die tatsächliche Zirkulation mit derjenigen in einem Zweischichtenmodell übereinstimmen soll, muß die Reibung in der Natur derart stark sein, daß auch nur die erste Mode neben der barotropen von Bedeutung ist. Um dies in einem Modell mit kontinuierlicher Schichtung nachzuvollziehen, muß der Austauschkoefizient derart groß gewählt werden, daß Impuls durch virtuelle Reibung über den oberen Tiefenbereich des Zweischichtenmodells verteilt wird. Damit ist die Benutzung eines Austauschkonzepts nicht weniger legitim als die Anwendung eines Zweischichtenmodells. Das Austauschkonzept bietet jedoch Vorteile, da die Möglichkeit besteht, tatsächlich gemessene Vertikalprofile zu reproduzieren, während im Zweischichtenmodell nur der Transport angepaßt werden kann.

Um dies zu veranschaulichen, wenden wir uns dem bekannten Stommelproblem zu und berechnen in Erweiterung seiner Formulierung (STOMMEL, 1948) die Tiefenstruktur der Zirkulation in einem rechteckigen Becken.

Wir hatten gesehen, daß im gesamten Sverdrup-Regime die Eindringtiefe durch die Vertikalskala D der am Einschwingvorgang beteiligten Rossbywellen gegeben war. Die in dieser Region aufgenommene Vorticity muß nach Umwandlung der langen in kurze Rossbywellen in einem Randstrom vernichtet werden, dessen Breite durch die Beziehung

$$\text{IV.19} \quad E_{\beta} = \frac{\mu}{\beta L_x D^2} = \frac{E}{\left(\frac{\beta L_x}{f_0} \right) \left(\frac{H}{D} \right)^2} = O(1)$$

abgeschätzt werden kann, in der eine effektive horizontale Ekmanzahl E_{β} eingeführt wurde.

Dabei ist E die alte Ekmanzahl und H/D das Verhältnis von Wassertiefe zu vertikaler Skala.

Um zu einer Breite von 100 km zu gelangen, ergibt sich mit den benutzten Werten $E \left(\frac{H}{D} \right)^2 = 4 \cdot 10^{-2}$. Die vertikale Skala ist eine Funktion des Abstandes von einer östlichen Berandung. Nehmen wir als typische Skala 1 km bei einer Wassertiefe von 5 km an, so muß die herkömmliche Ekmanzahl von der Größenordnung von 10^{-3} und somit etwa 100 mal größer sein als die in numerischen Modellen im allgemeinen benutzten Werte, wie es bereits aus dem vorangegangenen ersichtlich war.

Um eine Lösung im abgeschlossenen Gebiet zu erhalten, gehen wir von der allgemeinen Lösung IV.1.1 für $t \rightarrow \infty$ aus. Diese Lösung transformieren wir unter Benutzung des Windfeldes IV.21 in den Originalraum zurück. Da diese Lösung nicht die Randbedingungen an den meridionalen Berandungen erfüllt, werden zwei lineare unabhängige Lösungen des homogenen Problems (analog zu STOMMEL, 1948) benötigt, die zur erzwungenen Lösung addiert allen Randbedingungen genügen.

Diese Lösungen entsprechen völlig den Stommelschen exponentiellen Ter-

men, wobei lediglich der Reibungsparameter r durch den Eigenwert λ_n^2 für die jeweilige Mode zu ersetzen ist. Wir erhalten

$$\text{IV.20} \quad \psi_n = -\frac{T_0 B}{\pi \lambda_n^2} \left\{ e^{-b_n(x+L)} \frac{\sinh l_n x}{\sinh l_n L} - e^{-b_n x} \frac{\sinh l_n(x+L)}{\sinh l_n L} + 1 \right\}$$

$$* Z_n(z) Z_n(0) \sin \left(\pi \frac{y}{B} \right)$$

$$b_n = \frac{\beta}{2 \lambda_n^2}$$

$$l_n = \sqrt{b_n^2 + \left(\frac{\pi}{B} \right)^2}$$

unabhängig von der am Boden benutzten Randbedingung.

Es ist für die verschiedenen Randbedingungen nur das entsprechende Eigenwertproblem zu lösen. Wir wählen hier zur Demonstration eine "no-slip" Bedingung mit verschwindender Horizontalgeschwindigkeit am Boden. (Eine nähere Untersuchung zeigt, daß für "free-slip" das Problem am Westrand singular ist.)

Die Eigenfunktionen sind für den Fall $\mu = \text{const}$ durch

$$\text{IV.21} \quad Z_n(z) = \sqrt{\frac{2}{H}} \cos \left((2n-1) \frac{\pi z}{2H} \right); \quad n = 1, 2, \dots$$

gegeben.

Eine "barotrope Mode" existiert in diesem Fall nicht, da sie die Randbedingung am Boden nur mit verschwindender Amplitude erfüllen kann. Dennoch ergibt sich Massentransport, da die "baroklinen" Moden nicht in dem Sinne baroklin sind, daß ihr vertikales Integral verschwindet. Wir rufen ins Gedächtnis zurück, daß die Eigenfunktionen freie Schwingungen eines reibungsbehafteten Systems sind und keine internen Wellen repräsentieren.

Die Summation der modalen Amplituden ist numerisch einfach durchzuführen. Außerhalb eines schmalen westlichen Randstroms befindet sich

die bekannte Zone mit nahezu linearem Verlauf der Stromfunktion, so daß die meridionale Geschwindigkeitskomponente nur einen geringen zonalen Gradienten aufweist (Abb. 31). Die Breite des Randstroms als auch die Eindringtiefe der Sverdrup-Zirkulation ist reibungsabhängig und ausschließlich durch die modifizierte Ekmanzahl E_{β} bestimmt. Abbildung 32 zeigt die Tiefenabhängigkeit der meridionalen Geschwindigkeit v für eine typische Ekmanzahl an verschiedenen Abständen vom östlichen Rand. Der kumulative Massentransport $\int_z^0 v dz'$ im Sverdrup-Regime (Abbildung 33) zeigt deutlich die Unabhängigkeit von der Ekmanzahl. Eindringtiefen des Sverdrup-Transports um 1 km ergeben sich für Ekmanzahlen $E = O(10^{-3})$ entsprechend einem vertikalen Austauschkoefizienten von $\mu = 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$.

Die Massentransportfunktion $\int_{-H}^0 \psi dz$ wird in der Literatur in Anlehnung an das Stommel-Modell als barotrope Stromfunktion bezeichnet. Diese Bezeichnung ist nicht glücklich gewählt, weil die tatsächliche Zirkulation starke vertikale Gradienten aufweist. In unserem Modell läßt sich durch geeignete Wahl des Austauschkoefizienten eine völlige Analogie mit der Stommel-Zirkulation erzielen, obwohl im Sverdrup-Regime der Transport auf die oberen 1000 m des Ozeans beschränkt ist.

Da die Zirkulation außerhalb der westlichen Randzone nur den oberen Bereich des Ozeans erfaßt und die tiefen Schichten in Ruhe bleiben, ziehen wir den Ausdruck Massentransportfunktion der Bezeichnung barotrope Stromfunktion vor. Uns ist keine ältere Arbeit bekannt, die den tiefenabhängigen Sverdrup-Transport im analytischen Modell behandelt. Neue Ansätze sind in der Arbeiten von YOUNG (1981), YOUNG & RHINES (1982a,b) und RHINES & YOUNG (1982) enthalten. Dort wird eine funktionale Darstellung der Tiefe des Sverdrup-Transports unter der Voraussetzung abgeleitet, daß die potentielle Vorticity außerhalb des Bereichs direkter Windanregung einen Trend zu homogener Verteilung aufweist, so daß horizontale Gradienten der potentiellen Vorticity

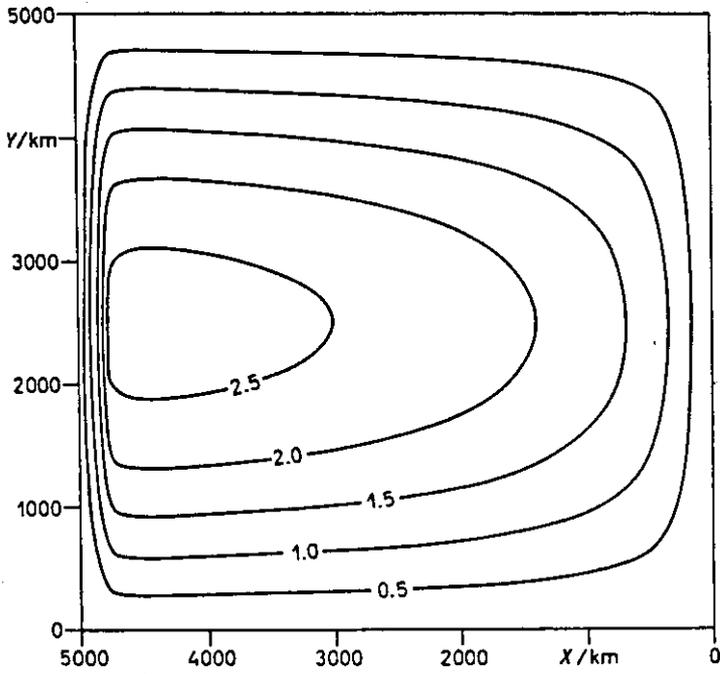


Abb. 31: Stromfunktion der windgetriebenen Strömung in 100 m Tiefe.
Das Konturintervall ist $0.5 \cdot 10^8 \text{ cm}^2/\text{s}$.
Parameter: $L = B = 5000 \text{ km}$, $E = 8 \cdot 10^{-4}$.

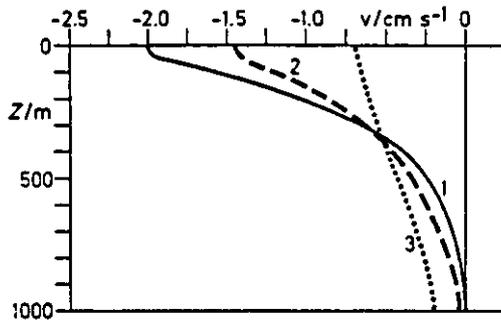


Abb. 32: Tiefenprofil der windgetriebenen Meridionalgeschwindigkeit im berandeten Meer bei einer Ekmanzahl $E = 8 \cdot 10^{-4}$ in 250 km (1), 1000 km (2) und 6000 km (3) Entfernung vom Ostrand. ($L = 10000$ km, $B = 3140$ km).

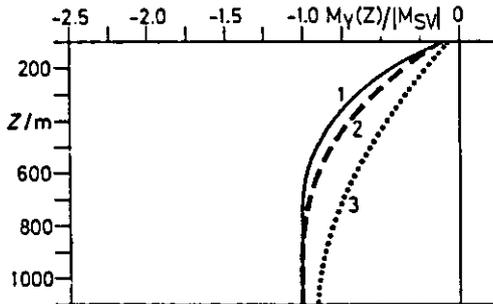


Abb. 33: Kumulativer Massentransport normiert mit $\text{rot}_z \tau / \beta$ in 250 km (1), 1000 km (2) und 6000 km (3) Abstand vom Ostrand. Parameter wie in Abb. 32.

normal zu geschlossenen Stromlinien gering sind. In unserer Formulierung ist jedoch der Einfluß des vertikalen Impulsflusses entscheidend. Dennoch erhalten wir bezüglich der Eindringtiefe des Sverdrup-Transports vergleichbare Aussagen. Auch in der Rhines-Young-Theorie nimmt die Tiefe mit dem Abstand von einer östlichen Berandung, an der sich eine jet-artige flache Küstenströmung befindet, nach Westen zu. Dies ist ebenfalls in unserem einfachen Modell enthalten.

YOUNG & RHINES gehen von einem quasigeostrophischen Regime unterhalb einer Deckschicht aus und koppeln die windgetriebene Deckschicht über die Vertikalgeschwindigkeit w_{Ekman} an die innere Schicht an. In unserem Modell existiert eine Vertikalgeschwindigkeit nur in der Anfangsphase des Einschwingvorganges. Damit wäre die Unterschicht bei verschwindender Reibung stromlos, da nach der Young-Rhines-Theorie ohne w_{Ekman} kein Anregungsfeld existiert. Der gesamte Effekt des vertikalen Impulsflusses in unserem Modell taucht damit in Form der Vertikalgeschwindigkeit im Young-Rhines-Modell auf.

Die prinzipielle lineare Vorticity-Balance im Young-Rhines-Modell und auch im β -Spiralenmodell von SCHOTT & STOMMEL (1978) wird in unserer Formulierung durch ein völlig anderes Gleichgewicht ersetzt. Hier wird der Term $\beta \cdot v$ nicht durch $\frac{fdw}{dz}$ kompensiert, sondern durch den Term $\frac{d(\mu\Delta\psi)}{dz}$. Gehen wir von einer nichtlinearen Dichtegleichung aus, so erfordert unser Modell mit verschwindender Vertikalgeschwindigkeit die Existenz von Diffusionstermen, die nicht mehr die mittlere vertikale, sondern die horizontale Advektion kompensieren müssen. Neuere Messungen in der Nähe der nördlichen Grenze des inneren subtropischen Wirbels im Kanarenbecken (KÄSE et al., 1983, eingereicht) weisen auf die Bedeutung der mesoskaligen Wirbel bei der Aufrechterhaltung des mittleren Zustandes hin. Es konnte dort gezeigt werden, daß die mittlere horizontale Advektion der Dichte durch die turbulenten horizontalen Flußdivergenzen kompensiert werden können. Damit ist nicht auszuschließen, daß die Erneuerung des Wassers in der subtropischen Antizyklone nicht durch stetigen Ekman-Abtrieb, sondern durch zeitlich variable Vorgänge in Verbindung mit mesoskaligen Wirbeln geschieht.

Ein interessanter Aspekt dieses Modells liegt in der Interpretation des Sverdrup-Transports. Er ergibt sich als vertikales Integral einer Ekmanströmung auf der β -Ebene. Damit ist die tiefenabhängige Sverdrup-Zirkulation das Ergebnis konsequenter Anwendung der Ekmantheorie auf der β -Ebene, wobei der gesamte Massentransport vom Austauschkoefizienten unabhängig ist, die Vertikalstruktur jedoch ausschließlich durch eine neue Ekmanzahl E_β bestimmt ist. Da in der Sverdrup-Region der Meeresboden keine Rolle spielt, läßt sich die Strömung bei einer meridional verlaufenden Küste durch die θ -Funktionslösung IV.2.2 beschreiben. Für realistische Eindringtiefen ist die Konvergenz dieser Reihe hervorragend und praktisch durch einen einzigen Term bestimmt.

Für das Stommelsche Windfeld erhalten wir dann im Sverdrup-Regime

$$IV.2.4 \quad u(x,y,z) = -\frac{T_0 \pi(x)}{\beta D_{sv} B^2} \left\{ e^{-\left(\frac{z}{2 D_{sv}}\right)^2} - \frac{\sqrt{\pi} z}{2 D_{sv}} \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2 D_{sv}}\right) \right\} \cos \pi \frac{y}{B}$$

$$v(x,y,z) = -\frac{T_0 \pi}{\beta D_{sv}} e^{-\left(\frac{z}{2 D_{sv}}\right)^2} \sin \pi \frac{y}{B}$$

mit der Sverdrup-Tiefe

$$D_{sv} = \sqrt{\frac{\mu \pi^2(x)}{\beta B^2}}$$

Damit ist wie im unendlich tiefen Meer auf der f -Ebene die Horizontalgeschwindigkeit umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Ekmanzahl. Der stationäre Ekmanstrom war als Endzustand nach Abklingen aller Trägheitswellen erreicht, der stationäre Sverdrup-Strom damit nach Abklingen aller Rossbywellen.

Die Ekmanspirale wird zu einer Sverdrup-Spirale, deren Drehsinn jedoch nicht immer antizyklonal ist, sondern von der Rotation der Windschubspannung und dem Vorzeichen der östlichen Geschwindigkeitskomponente abhängt.

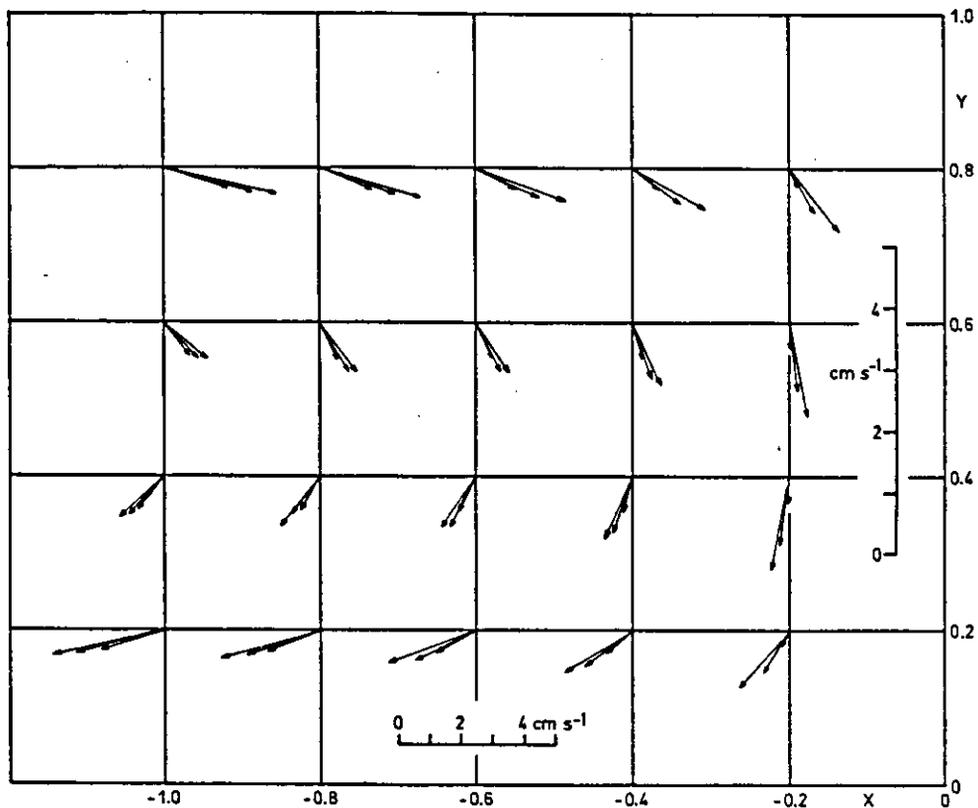


Abb. 34: "Sverdrupspirale" im subtropischen Wirbel für $z = 0, 200$ und 400 m bei einer Ekmanzahl $E = 8 \cdot 10^{-4}$ und einem Stommel-Windfeld. Koordinaten normiert mit der Nord-Südskala B. Man beachte den unterschiedlichen Maßstab in der Meridional Komponente.

In großer Entfernung vom Ostrand verschwindet die Drehung, in unmittelbarer Nähe ist sie besonders stark. Damit ist im Gegensatz zur β -Spirale die Drehung auch durch die Nähe zur Küste bestimmt. Es wird sich herausstellen müssen, ob diese Abhängigkeit in der Natur tatsächlich zu beobachten ist. Abbildung 34 zeigt die Sverdrup-Spirale für verschiedene Austauschkoefizienten in unterschiedlichen Entfernungen von den nördlichen und südlichen Berandungen. Im Gegensatz zur β -Spirale (SCHOTT & STOMMEL, 197) ändert sich die Drehung innerhalb eines Wirbels. In einem antizyklonalen Wirbel herrscht in der nördlichen Hälfte (Nordhemisphäre) Rechtsdrehung vor, im südlichen Teil Linksdrehung. Dieses Verhalten sollte sich in Strömungsmessungen verifizieren lassen. Insbesondere muß bei Verlagerung des Zentrums der Wechsel des Drehsinns bemerkt werden. Eine Analyse der langjährigen Strömungsmessungen im Kanarenbecken scheint hierfür geeignet, da nach den Analysen von Driftbojen der Übergang von östlichem zu westlichem Strom zwischen 30° und 35° N liegt (KRAUSS & KÄSE, 1983). Die bisher vorliegenden Meßreihen sind noch nicht lang genug, um gesicherte Aussagen zu erhalten, doch sprechen die Analysen von ARMI & STOMMEL (1983) gegen eine Linksdrehung im südlichen Teil des subtropischen Wirbels.

V. ZUSAMMENFASSUNG UND SCHLUSSBETRACHTUNG

Zeitlich und räumlich variable Windfelder erzeugen in der oberflächennahen ozeanischen Grenzschicht Schwankungen des Strömungs- und Dichtefeldes in einem breiten Skalenbereich. Ein bedeutendes Problem der physikalischen Ozeanographie stellt sich darin, durch welche Prozesse die aus der Atmosphäre auf den Ozean übertragene Energie aus dieser Oberflächenschicht in größere Tiefen und über weite Bereiche des Ozeans verfrachtet wird. In dieser Arbeit wurde der Versuch unternommen, die Beteiligung linearer Wellenvorgänge in verschiedenen spektralen Bändern bei der Energieausbreitung zu ermitteln und zu Messungen in Beziehung zu setzen. Im Vordergrund stand dabei die Untersuchung barokliner Trägheitswellen, die durch Massenflußdivergenzen in der Grenzschicht entstehen, wenn in der angrenzenden Unterschicht der vertikale turbulente Impulsfluß beträchtlich kleinere Werte als in der Deckschicht besitzt. Der Mechanismus, als "Ekman-suction" in der Literatur bekannt, hängt im einfachsten Fall von der vertikalen Komponente der Schubspannungsrotation ab, die das erforderliche Vertikalgeschwindigkeitsfeld am unteren Rand der Deckschicht erzeugt. Der mit den horizontalen Neigungen der Sprungschicht verbundene Druckgradient erzwingt einen vertikalen Energiefluß, dessen Größe im spektralen Band oberhalb der Trägheitsfrequenz durch das Verhältnis der horizontalen Skala der Massenflußdivergenz zum internen Rossbyradius freier interner Wellen (Burgerzahl B_0) beeinflusst wird. Da der interne Rossbyradius die Skala ist, die bei der Rückkehr zum geostrophischen Gleichgewicht bevorzugt ist, kann überschüssige Energie auf dieser Skala schnell in Form abwärts wandernder interner Wellen abgestrahlt werden.

Die zu dieser Skala gehörende Frequenz freier interner Schwerewellen ist um den Faktor $(1 + B_0)^{1/2}$ höher als die Trägheitsfrequenz, so daß bei der Anregung mit einem weißen Frequenzspektrum der Vertikalgeschwindigkeit die Energieabstrahlung für höhere Frequenzen stetig zunimmt. Das Spektrum der von der Rotation der Windschubspannung erzeugten "Ekman-suction"-Geschwindigkeit ist jedoch nicht weiß, sondern besitzt eine durch die Dissipation in der Deckschicht

bestimmte Bandbreite, die den spektralen Bereich der Energieabstrahlung einengt.

Bisherige Modelle, die von OLBERS (1983) zusammenfassend beschrieben werden, waren nicht in der Lage, einen direkten Zusammenhang zwischen der Verschiebung des spektralen Maximums zu Frequenzen oberhalb der Trägheitsfrequenz und Parametern des Windfeldes anzugeben. Die hier vorgelegte Formulierung liefert eine Erklärung dafür, daß in gemäßigten Breiten nur selten energiereiche Trägheitswellen in der Sprungschicht mit lokalen Windereignissen korreliert werden können. Die tropischen Regionen sind wegen des niedrigen Werts der planetarischen Vorticity, die sich bei vergleichbarer Dichteschichtung durch einen größeren Rossbyradius ausdrückt, begünstigte Zonen vertikaler Energieabstrahlung. Deshalb konnten bei der Analyse der Strömungsmessungen des GATE-Experiments vertikale Korrelationen zwischen Deckschicht und Sprungschicht nachgewiesen werden. Da die Energieabstrahlung über die Burgerzahl das quadratische Verhältnis des möglichen Bereichs interner Schwerewellen zwischen N und f enthält, der im GATE-Gebiet zwanzigfach breiter ist als etwa im Seegebiet zwischen Schottland und Island, in dem das Experiment JASIN stattfand, ist es einsichtig, daß es bei JASIN keinen Nachweis eines Zusammenhangs der Trägheitsbewegung in Deckschicht und Sprungschicht gegeben hat (ROYAL SOCIETY, 1983).

Die weitere Begünstigung des GATE-Gebiets liegt in der Vergleichbarkeit der synoptischen Zeitskala der Wettersysteme und der herrschenden Trägheitsperiode, so daß dort eine gleichmäßige Einwirkung der Windschubschwankungen die Anwendung eines einfachen stochastischen Modells rechtfertigt. Dagegen ist die Westwindzone unserer Hemisphäre durch einen unregelmäßigen Durchzug von Frontensystemen gekennzeichnet, so daß die Erzeugung von Trägheitswellen besser durch isolierte Störungen zu beschreiben ist.

Die Analyse der baroklinen Trägheitswellen beschränkte sich auf die vereinfachte Form der Gleichung auf der f -Ebene. Eine genauere

Untersuchung in gemäßigten Breiten sollte daher die Erdkrümmung wegen der großen Entfernungen, die Trägheitswellen dort zurücklegen können, bevor sie aus einem Erzeugungsgebiet am Beobachtungsort eintreffen, nicht vernachlässigen. Dies erfordert einen erheblich größeren Rechenaufwand und sollte deshalb besser auch gleich den Einfluß nichtlinearer Terme in die Untersuchung einbeziehen.

Diesen Weg sind wir in dieser Arbeit nicht gegangen, sondern haben uns bei den größeren Horizontalskalen auch auf größere Zeitskalen festgelegt, so daß Rossbywellen und eine stationäre mittlere Strömung unter dem Einfluß einer östlichen Berandung bei Anregung durch ein räumlich variables Windfeld diskutiert werden konnten. Das Kapitel IV schloß ganz bewußt die stochastische Anregung von Rossbywellen im freien Meer aus, wie sie z.B. von FRANKIGNOUL & MÜLLER (1979) diskutiert wurde, da der Einfluß einer östlichen Berandung im Hinblick auf den Antrieb der mittleren Zirkulation von großer Bedeutung ist (ANDERSON & GILL, 1975). Der Schwerpunkt der Diskussion lag auf den Auswirkungen, die ein im herkömmlichen Sinn "unvernünftig" hoher Wert des vertikalen Austauschkoefizienten auf die Erzeugung von barotropen und baroklinen Rossbywellen und den sich anschließenden Endzustand der mittleren Zirkulation im linearen Modell hätte.

Dabei ergaben sich neue Gesichtspunkte, die bei der numerischen Simulation windgetriebener Strömungen mit vereinfachten Modellen von Bedeutung sind. In geläufigen Modellen der linearen windgetriebenen Zirkulation wird im Zweischichtenmodell der Einfluß der Windschubspannung als Volumenkraft in der oberen Schicht berücksichtigt. Bei Modellen mit nichtlinearer Dichteerhaltungsgleichung und linearer Vorticity-Balance (SCHOTT & STOMMEL, 1978, YOUNG & RHINES, 1982) wird die Eindringtiefe des Sverdrup-Transports wesentlich durch die Vertikalgeschwindigkeit, also durch einen ageostrophischen Term bestimmt. In unserer Formulierung betrachten wir im "quasi-geostrophischen" Regime den Einfluß eines anderen ageostrophischen Terms, den durch ein Austauschkonzept parametrisierten vertikalen Impulsfluß. Jeder andere kleine

ageostrophische Term könnte ähnliche Abweichungen wie die Vertikalgeschwindigkeit bewirken. Die linearisierte Vorticitybalance lautet nun

$$\beta v = f \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial z} \right)$$

Es ist zu erwarten, daß die Wirkung auf das Strömungsfeld etwa gleich sein wird, wenn der Reibungsterm dem Term $f \frac{\partial w}{\partial z}$ entspricht. Nehmen wir an, daß dies der Fall ist und drücken w über die nichtlineare Dichtegleichung durch

$$w = - \frac{u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y}}{\frac{\partial \rho}{\partial z}}$$

aus, so können wir unter der Annahme, daß die Horizontalströmungen in erster Näherung geostrophisch sind, die Beziehung

$$f \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{fg}{N^2} \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \right)$$

herleiten. Dieser Term soll nun unsere rechte Seite darstellen, so daß unter Benutzung der Geostrophie die Dichteerhaltungsgleichung die Form

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{N^2 \mu}{f^2} \nabla^2 \rho$$

besitzt. Eine Parametrisierung des vertikalen Impulsflusses hätte dann die gleiche Wirkung wie eine parametrisierte horizontale Massendiffusion mit einem Austauschkoeffizienten

$$k_H = \frac{N^2 \mu}{f^2}$$

Ein vertikaler Austauschkoeffizient der Größenordnung $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ besitzt die gleiche Wirkung wie ein Massendiffusionskoeffizient von

$2.5 \cdot 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$ für einen typischen Wert von $\frac{N}{f} = 50$. Ist der vertikale Austauschkoeffizient umgekehrt proportional zu N , würde dies analog zu RHINES & YOUNG (1982) einer Diffusion potentieller Vorticity entsprechen. Damit muß unsere Lösung mit großen vertikalen Austauschkoeffizienten ähnliche Ergebnisse bezüglich der Eindringtiefe des Sverdrup-Transports liefern, wie sie mit komplizierten nichtlinearen Modellen der Dichteerhaltung erreicht werden, obwohl eine dynamisch völlig unterschiedliche Grundbalance herrscht.

Die lineare Lösung des angesprochenen Problems liefert in der Tat im Grenzfall großer Zeiten ein Strömungsfeld, das im Osten eines rechteckigen Beckens eine breite Zone mit lokaler Sverdrup-Balance enthält. Der von der windgetriebenen Zirkulation erfaßte Tiefenbereich nimmt von Osten nach Westen zu, wie es auch bei YOUNG & RHINES (1982) der Fall ist. Vernachlässigen wir wie diese Autoren die relative Vorticity, so tritt ebenfalls der in deren Modell vorhandene östliche Randstrom gemäß $\delta(z)$ bei uns auf. Der wesentliche Unterschied der Lösung besteht in der Behandlung der freien Funktion, deren Festlegung das Strömungsfeld im Inneren eindeutig bestimmt. Da wir keine Forderung an den Wert der potentiellen Vorticity an einer nördlichen Berandung stellen, können wir bei einem in Nord-Südrichtung symmetrischen Windfeld auch nur eine symmetrische Zirkulation aufbauen. Dies entspricht einem von YOUNG & RHINES (1982) ebenfalls diskutierten Fall, der von ihnen aber als unrealistisch abgelehnt wird.

Sicher ist die Möglichkeit, mit einem linearen Modell großräumige Zirkulationsvorgänge angemessen zu beschreiben, gering, doch soll hier dieser Anspruch auch nicht erhoben werden. Es ging uns darum, die Wirkung eines verstärkten vertikalen Impulsflusses in der Hauptsprungschicht, wie er z.B. durch mesoskalige Wirbel oder interne Wellen hervorgerufen sein könnte, nicht von vornherein als unrealistisch anzusehen. Die Ergebnisse rechtfertigen diesen Versuch.

Sie beschreiben die mittlere windgetriebene großräumige Zirkulation als Endzustand eines durch den Ekmanstrom angefachten Strömungsfeldes,

in dem die Rossbywellen die Energie aus dem östlichen Küstenstrom nach Westen tragen und nach deren Durchzug sich ein stationärer Sverdrup-Strom mit einem Vertikalprofil einstellt, das in vielerlei Hinsicht Parallelen zum Ekmanstrom auf der f -Ebene bietet. Diese Zirkulation beinhaltet keine mittleren Vertikalgeschwindigkeiten und benötigt daher, um eine nichtlineare Dichteadvektion letztlich ausgleichen zu können, horizontale oder auch vertikale Dichtediffusion. Dies ist der wesentliche Nachteil des einfachen linearen Modells, dessen Hauptanwendung damit auf die Variabilität im Skalenbereich barokliner Rossbywellen beschränkt bleibt. Es vermag jedoch Interpretationshilfe bei weiteren numerischen Rechnungen mit nichtlinearer Dynamik zu leisten.

DANKSAGUNG

Die Arbeiten zum Themenkreis "Interne Schwerewellen" entstanden während meiner Zugehörigkeit zur Abteilung Meeresphysik. Herrn Prof. G. Siedler sei für die Bereitwilligkeit, mir den GATE-Datensatz zur Analyse zu überlassen, sowie für sein ständiges Interesse am Fortgang der Arbeiten herzlich gedankt.

Die Thematik "Rossbywellen" wurde hauptsächlich nach meinem Eintritt in die Abteilung Theoretische Ozeanographie abgehandelt. Mein Dank gilt in diesem Zusammenhang insbesondere Herrn Prof. W. Krauß für viele anregende Diskussionen sowie meinen Kollegen aus der Abteilung.

Herrn Prof. J. Willebrand bin ich für eine kritische Durchsicht des Manuskripts zu Dank verpflichtet.

Schließlich danke ich Frau A. Schurbohm, Frau E. Mempel, Frau D. Raasch und Frau C. Schuster für Ihre Hilfe bei der Fertigstellung der Arbeit.

LITERATUR

- ANDERSON, D.L.T. & A.E. GILL, 1975: Spin-up of a stratified ocean, with applications to upwelling. Deep-Sea Res., 22, 583-596.
- ARMI, L. & H. STOMMEL, 1983: Four views of a portion of the North Atlantic subtropical gyre. J. Phys. Oceanogr., im Druck.
- ARONS, A.B. & H. STOMMEL, 1956: A β -plane analysis of the free periods of the second class in meridional and zonal oceans. Deep-Sea Res., 4, 23-31.
- BAKER, D. James Jr., 1981: Ocean instruments and experimental design. In Warren & Wunsch (Eds.): Evolution of Physical Oceanography. The MIT Press, Cambridge, Mass., 623 pp; 396-433.
- BATCHELOR, G.K., 1970: The theory of homogeneous turbulence. University Press, Cambridge, 197 pp.
- BRISCOE, MG., 1975: Preliminary results from the tri-moored internal wave experiment (IWEX). J. Geophys. Res., 80, 3872-3884.
- CHARNEY, J.G. & G.R. FLIERL, 1981: Oceanic analogues of large-scale atmospheric motions. In Warren & Wunsch (Eds.): Evolution of Physical oceanography, 623 pp; 504-548.
- CREASE, J., 1962: Velocity measurements in the deep water of the western North Atlantic, Summary. J. Geophys. Res., 67, 3173-3176.
- DAVIS, R.E., R. DE SZOEKE, D. HALPERN & P. MILLER, 1981: Variability in the upper ocean during MILE. I. The heat and momentum balances. Deep-Sea Res., 28, 1427-1451.
- DAY, C.G. & F. WEBSTER, 1965: Some current measurements in the Sargasso Sea. Deep-Sea Res., 12, 805-814.
- EMERY, W.J. & L. MAGAARD, 1976: Baroclinic Rossby waves as inferred from temperature fluctuations in the eastern Pacific. J. Mar. Res., 34, 365-384.
- FJELDSTAD, J.E., 1958: Ocean currents as an initial problem. Geofys. Publ., 20(7), 1-24.
- FJELDSTAD, J.D., 1964: Internal waves of tidal origin. Geofys. Publ., 25(5).
- FRANKIGNOUL, C. & P. MÜLLER, 1979: Quasi-geostrophic response of an infinite β -plane ocean to stochastic forcing by the atmosphere. J. Phys. Oceanogr., 9, 104-127.

- FU, L.-L., 1981: Observations and models of inertial waves in the deep ocean.
Rev. Geophys. Space Phys., 19, 141-170.
- GARRETT, C.J.R. & W.H. MUNK, 1972: Space-time scales of internal waves
Geophys. Fl. Dyn., 2, 225-264.
- GARRETT, C.J.R. & W.H. MUNK, 1975: Space-time scales of internal waves: a progress report.
J. Geophys. Res., 80, 291-297.
- GARRETT, C.J.R. & W.H. MUNK, 1979: Internal waves in the ocean.
An. Rev. Fluid Mech., 11, 339-369.
- GEISLER, J.E., 1970: Linear theory of the response of a two-layer ocean to a moving hurricane.
Geophys. Fluid Dyn., 1, 249-272.
- GREGG, M.C. & M.G. BRISCOE, 1979: Internal waves, finestructure, microstructure and mixing in the ocean.
Rev. Phys. and Space Phys., 17(7), 1524-1548.
- HARRISON, D.E., 1979: On the equilibrium linear basin response to fluctuating winds and mesoscale motions in the ocean.
J. Geophys. Res., 84, 1221-1224.
- HAURWITZ, B., 1940: The motion of atmospheric disturbances.
J. Mar. Res., 3, 254-267.
- HOLLAND, W.R. & L.B. LIN, 1975a: On the generation of mesoscale eddies and their contribution to the oceanic general circulation. I. A preliminary numerical experiment.
J. Phys. Oceanogr., 5, 642-657.
- HOLLAND, W.R. & L.B. LIN, 1975b: On the generation of mesoscale eddies and their contribution to the oceanic general circulation. II. A parameter study.
J. Phys. Oceanogr., 5, 658-669.
- KÄSE, R.H., 1979: Calculations of the energy transfer by the wind to near-inertial internal waves.
Deep-Sea Res., 26, 227-232.
- KÄSE, R.H. & R.A. CLARKE, 1978: High frequency internal waves in the upper thermocline during GATE.
Deep-Sea Res., 25, 815-825.
- KÄSE, R.H. & D.J. OLBERS, 1980: Wind-driven inertial waves observed during Phase III of GATE.
Deep-Sea Res., 26(Suppl. I), 191-216.
- KÄSE, R.H. & G. SIEDLER, 1980: Internal wave kinematics in the upper tropical Atlantic.
Deep-Sea Res., 26(Suppl. I), 161-189.

- KÄSE, R.H. & J. RATHLEV, 1982: CTD-data from the North-Canary Basin - "Poseidon"-Cruise 86/2 - 26 March - 13 April, 1982.
Ber. Inst. Meersk. Kiel, Nr. 103.
- KÄSE, R.H. & C.L. TANG, 1976: Spectra and coherences of wind-generated internal waves.
J. Fish. Res. B. Can., 33, 2323-2328.
- KÄSE, R.H., W. ZENK, T.B. SANFORD & W. HILLER, 1983: Currents, fronts and eddy fluxes in the Canary Basin.
Prog. 1. Oceanogr. (eingereicht).
- KRAUSS, W., 1973: Dynamics of the homogeneous and the quasihomogeneous ocean.
Borntraeger, Berlin und Stuttgart, 302 pp.
- KRAUSS, W., 1981: The erosion of a thermocline.
J. Phys. Oceanogr., 11, 415-433.
- KRAUSS, W. & R.H. KÄSE, 1983: Mean circulation and eddy kinetic energy in the eastern North Atlantic.
J. Geophys. Res., eingereicht.
- KRAUSS, W. & C. WÜBBER, 1982: A detailed description of a semi-spectral model on the plane.
Ber. Inst. Meeresk. Kiel, Nr. 104.
- KUNDU, P.K., 1976: An analysis of inertial oscillations observed near the Oregon coast.
J. Phys. Oceanogr., 6, 879-893.
- LEAMAN, K.D., 1976: Observations on the vertical polarization and energy flux of near-inertial waves.
J. Phys. Oceanogr., 6, 894-908.
- LEBLOND, P.H. & L.A. MYSAK, 1978: Waves in the ocean.
Elsevier, Amsterdam, 602 pp.
- LEETMA, A., P. NIILER & H. STOMMEL, 1977: Does the Sverdrup relation account for the Mid-Atlantic circulation?
J. Mar. Res., 35, 1-9.
- LIGHTHILL, M.J., 1970: Group velocity. In M. Froissart (Ed.): Hyperbolic equation and waves.
Springer, Berlin - Heidelberg - New York, 393 pp; 96-123.
- LONGUET-HIGGINS, M.S., 1964: Planetary waves on a rotating sphere.
Proc. Roy. Soc. London, A, 279, 446-473.
- LONGUET-HIGGINS, M.S., 1965: Planetary waves on a rotating sphere II.
Proc. Roy. Soc. London, A, 284, 40-68.

- MAGAARD, L., 1973: On the generation of inertial gravity waves by meteorological forces.
Mem. Soc. Roy. Sc. Liège, 6(IV), 79-84.
- MAGAARD, L., 1977: On the generation of baroclinic Rossby waves in the ocean by meteorological forces.
J. Phys. Oceanogr., 7, 359-364.
- MORK, M., 1968: The response of a stratified sea to atmospheric forces
Univ. Bergen. Geofisisk Institutt, 30 pp.
- MÜLLER, P., 1973: On the interaction between short internal waves and larger scale motion in the ocean.
Dissertation Universität Hamburg.
- MÜLLER, P., D.J. OLBERS & J. WILLEBRAND, 1978: The IWEX spectrum.
J. Geophys. Res., 83, 479-500.
- OLBERS, D.J., 1983: Models of the oceanic internal wave field.
Rev. Geophys. Space Phys., im Druck.
- PHILANDER, S.G.H. & J.-H. YOON, 1982: Eastern boundary currents and coastal upwelling.
J. Phys. Oceanogr., 12(8), 862-879.
- PHILLIPS, N., 1966: Large-scale eddy motion in the western Atlantic.
J. Geophys. Res., 71, 3883-3891.
- POLLARD, R.T., 1970: On the generation by winds of inertial waves in the ocean.
Deep-Sea Res., 17, 797-812.
- POLLARD, R.T., 1980: Properties of near-surface inertial oscillations.
J. Phys. Oceanogr., 10, 385-398.
- POLLARD, R.T. & R.C. MILLARD, Jr., 1970: Comparison between observed and simulated wind-generated inertial oscillations.
Deep-Sea Res., 17, 813-321.
- PRICE, J.F., 1981: Upper ocean response to a hurricane.
J. Phys. Oceanogr., 11(2), 153-175.
- PRICE, J.F., 1982: Internal wave wake of a moving storm. Part I and II
Unveröffentlichtes Manuskript.
- PRICE, J.M. & L. MAGAARD, 1980: Rossby wave analysis of the baroclinic potential energy in the upper 500 meters of the North Pacific.
J. Mar. Res., 38, 249-264.
- RATTRAY, M. Jr., 1964: Time-dependent motion in an ocean; A unified two-layer, β -plane approximation. In Yoshida (Ed.): Studies on Oceanography. Univ. Tokyo Press, 598 pp; 19-29.

- RHINES, P.B. & W.R. YOUNG, 1982a: Homogenization of potential vorticity in planetary gyres.
J. Fluid Mech., 122, 347-367.
- RHINES, P.B. & W.R. YOUNG, 1982b: A theory of the wind-driven circulation. I. Mid-ocean gyres.
J. Mar. Res., 40(Suppl.), 559-596.
- ROBERTS, G.E. & H. KAUFMAN, 1966: Table of Laplace Transforms.
Saunders Co., Philadelphia - London, 367 pp.
- ROBINSON, A.R., D.E. HARRISON, Y. MINTZ & A.J. SEMTNER, 1977: Eddies and the general circulation of an idealized oceanic gyre: A wind and thermally driven primitive equation numerical experiment.
J. Phys. Oceanogr., 7, 182-207.
- ROSSBY, C.-G. et al., 1939: Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action.
J. Mar. Res., 2, 38-55.
- ROYAL SOCIETY, The, 1983: Results of the Royal Society Joint Air-Sea Interaction Project (JASIN).
Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 308, 221-449.
- RUDDICK, B.R. & T.M. JOYCE, 1979: Observations of interactions between the internal wavefield and low-frequency flows in the North Atlantic.
J. Phys. Oceanogr., 9, 498-517.
- SANFORD, T.B., 1975: Observations of the vertical structure of internal waves.
J. Geophys. Res., 80, 3861-3871.
- SAUNDERS, P.M., 1982: Circulation in the eastern North Atlantic.
J. Mar. Res., 40, 641-657.
- SCHOTT, F., 1971: Spatial structure of inertial period motions in a two-layered sea, based on observations.
J. Mar. Res., 29, 85-102.
- SCHOTT, F. & H. STOMMEL, 1978: β -spirals and absolute velocities in different oceans.
Deep-Sea Res., 25, 961-1010.
- SIEDLER, G. & L. STRAMMA, 1983: The applicability of the T/S method to geopotential anomaly computations in the North Atlantic.
Oceanologica Acta, 8(2), 167-172.
- SIEDLER, G. & J.D. WOODS (Eds.), 1980: Oceanography and surface layer meteorology in the B/C-scale.
Deep-Sea Res., 26(GATE Suppl. I), 294 pp.

- STOMMEL, H., 1948: The westward intensification of wind-driven ocean currents.
Trans. Am. Geophys. Union, 29, 202-206.
- STRAMMA, L., 1981: Die Bestimmung der Dynamischen Topographie aus Temperaturdaten aus dem Nordostatlantik.
Ber. Inst. Meeresk. Kiel, Nr. 84.
- SWALLOW, J.C., 1971: The Aries current measurements in the western North Atlantic.
Phil. Trans. Roy. Soc. London, A, 270, 451-460.
- THOMPSON, R.M. Jr., S.W. PAYNE, E.E. RECKER & R.J. REED, 1979: Structure and properties of synoptic-scale wave disturbances in the intertropical convergence zone of the eastern Atlantic.
J. Atmos. Sci., 36, 53-72.
- THORPE, S.A., 1975: The excitation, dissipation and interaction of internal waves in the deep ocean.
J. Geophys. Res., 80, 328-338.
- TOMCZAK, M. Jr., 1967: Über Eigenwerte freier und Resonanz erzwungener interner Wellen in einem stetig geschichteten flachen Meer.
Dt. Hydr. Zt., 20, 217-232.
- U.S. POLYMODE ORGANIZING COMMITTEE, 1976: U.S. POLYMODE program and plan.
M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 87 pp. (Unveröffentl. Manuskript).
- VERONIS, G., 1956: Partition of energy between geostrophic and non-geostrophic motions.
Deep-Sea Res., 3, 157-177.
- VERONIS, G., 1981: Dynamics of large-scale ocean circulation. In: Warren & Wunsch (Eds.): Evolution of Physical Oceanography. The M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 623 pp; 140-183.
- WHITE, W.B., 1977: Annual forcing of baroclinic long waves in the tropical North Pacific Ocean.
J. Phys. Oceanogr., 7, 50-61.
- WHITE, W.B. & J.F.T. SAUR, 1981: A source of annual baroclinic waves in the eastern subtropical North Pacific.
J. Phys. Oceanogr., 11, 1452-1462.
- WILLEBRAND, J., 1978: Temporal and spatial scales of the wind field over the North Pacific and North Atlantic.
J. Phys. Oceanogr., 8, 1080-1094.
- WILLEBRAND, J., 1981: Zur Erzeugung großräumiger ozeanischer Strömungsschwankungen in mittleren Breiten durch veränderliche Windfelder.
Ber. Inst. Meeresk. Kiel, Nr. 83.

WUNSCH, C., 1981: Low-frequency variability of the sea. In: Warren & Wunsch (Eds.): Evolution of Physical Oceanography. The M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 623 pp; 342-374.

YOUNG, W.R., 1981: The vertical structure of the wind-driven circulation.

Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology/Woods Hole Oceanographic Institution WHOI-81-89.