

Copyright ©

Es gilt deutsches Urheberrecht.

Die Schrift darf zum eigenen Gebrauch kostenfrei heruntergeladen, konsumiert, gespeichert oder ausgedruckt, aber nicht im Internet bereitgestellt oder an Außenstehende weitergegeben werden ohne die schriftliche Einwilligung des Urheberrechtinhabers. Es ist nicht gestattet, Kopien oder gedruckte Fassungen der freien Onlineversion zu veräußern.

German copyright law applies.

The work or content may be downloaded, consumed, stored or printed for your own use but it may not be distributed via the internet or passed on to external parties without the formal permission of the copyright holders. It is prohibited to take money for copies or printed versions of the free online version.

Aus dem Institut für Meereskunde an der Universität Kiel

Die Veränderlichkeit der Strömungsverteilung
im Gotland-Becken am Beispiel von Strömungsmessungen
im Gotland-Tief

von

ECKARD HOLLAN

Zusammenfassung: Ausgehend von Strömungsmessungen in der Nähe des Gotland-Tiefs bei $\varphi = 57^{\circ}20'N$, $\lambda = 20^{\circ}3'E$ vom 6.9. – 12.9.1967 werden die Veränderungen im zeitlichen Ablauf und vertikalen Aufbau des Strömungsfeldes untersucht. Mit Hilfe der Registrierungen von 5 RICHARDSON-Strommessern, die getrennt vom Schiff in einem eigenen Verankerungssystem in den Tiefen 18 m, 43 m, 94,5 m, 144,5 m und 205 m senkrecht übereinander ausgelegt waren, ergibt sich folgendes Bild über die Veränderlichkeit der Strömung im Periodenbereich zwischen 4 Minuten und 15 Stunden:

In allen Tiefen bildet eine langperiodische Schwingung der Periode von etwa 13,5 h, die unterhalb der örtlich gegebenen Trägheitsperiode von 14 h 13 min liegt, den beherrschenden Teil der Veränderlichkeit. Die Amplituden nehmen von einem Wert von 20 cm/sec in Oberflächennähe auf etwa 2 cm/sec in mittleren Tiefen ab und vergrößern sich in Bodennähe wieder auf einen Wert von 4 – 5 cm/sec. In vertikaler Richtung treten auf kurzer Distanz verhältnismäßig hohe Phasendifferenzen im Bewegungsablauf auf. So ist z.B. auf 60 m Tiefendifferenz zwischen 144,5 m und 205 m eine Phasenverschiebung von nahezu 180° über den gesamten Beobachtungszeitraum gegeben.

Einen erheblichen Einfluß hat neben der langperiodischen Variation die kurzperiodische innere Unruhe. Mit maximalen Amplituden von 2 – 3 cm/sec sind kurzperiodische Schwingungen im Periodenbereich zwischen 6 min und etwa 1 h in der Deckschicht und in mittleren Tiefen am stärksten ausgebildet. Zeiträume erhöhter Intensität werden wiederholt für mehrere Stunden unterbrochen, in denen die Aktivität kurzperiodischer Bewegungen vermindert ist. Die Spektralanalyse der Meßreihen führt zu dem Ergebnis, daß die kurzperiodischen internen Schwingungen häufig in einer 100 m mächtigen Schicht, gemessen von der Oberfläche ab, zusammenhängend ablaufen und daß in mehreren Einzelfällen die gesamte Wassersäule in die Bewegungen einbezogen ist.

In einer theoretischen Betrachtung über die Entstehung und die horizontalen Ausdehnungen der beobachteten Wellenbewegungen zeigt sich, daß die kurzperiodische Unruhe im Gotland-Becken Wellenlängen zwischen etwa 100 m und mehreren Kilometern aufweist und durch kurze Zeit andauernde Kräftefelder von entsprechender horizontaler Ausdehnung erzeugt werden kann. Die Ursachen sind in Inhomogenitäten im mittleren Strömungsfeld und entsprechend kleinräumigen Druck- oder Windschwankungen der Atmosphäre in Oberflächennähe zu suchen.

Für die langperiodischen Bewegungen ergibt sich eine wesentlich größere Ausdehnung. Die Erzeugung und Verbreitung der Störungen setzt ein Kräftefeld von 50 km und größeren Werten an horizontaler Erstreckung voraus. Die Bewegungen erfassen somit sämtliche Teile der Gotlandsee fast gleichzeitig. Die Dauer der Anregung kann sich auf wenige Stunden beschränken und läßt sich in direkten Zusammenhang mit Starkwindfeldern über der zentralen Ostsee bringen. Die Häufigkeit stürmischer Wetterbedingungen über der Ostsee hat zur Folge, daß die langperiodische Veränderlichkeit der Schichtung und Strömungsverteilung im Gotland-Becken nur selten auf verschwindend kleine Werte abklingt.

On the variability of the current distribution in the Central Baltic (Summary): The analysis of internal motions of the sea near the Gotland Deep ($\varphi = 57^{\circ}20'N$, $\lambda = 20^{\circ}3'E$) is based on current measurements carried out in 5 different depths (18 m, 43 m, 94.5 m, 144.5 m, 205 m) during the time of September 6 to 12 in 1967. The 5 Richardson current meters used were put into action by means of a mooring system tied to one anchor-stone and held vertically by 3 buoys in 15 m, 40 m and 64 m depth. Owing to a sampling interval of 2 min (3 series) and 5 min (2 series) and the length of the records spectral analysis give information about the variability of the current distribution in the range of periods from 4 minutes to about 15 hours.

Marked peaks in the vicinity of the inertial period $T_i = 14\text{ h }13\text{ min}$ at 13,5 h and in the range of periods between 4 min and 1 h show that high activity is caused by internal periodical motions in two distinct bands of frequency. While the long periodic oscillations are acting on all layers of the water

column during the whole recording time, the short period waves appear for several hours with high amplitudes of about 3 cm/sec, being interrupted by periods of weak intensity. The observed vertical extent of single short internal waves amounts to about 100 m and in some cases to more than 200 m, which proves the whole water column to be affected. The amplitudes of the long waves diminish from high values of about 20 cm/sec near the surface to 2 or 3 cm/sec in mid depths. In the vicinity of the bottom in 234 m depth an increase can be stated resulting in amplitudes of about 5 cm/sec. As another remarkable feature high phase differences of 180° over a vertical distance of 60 m are to be found. Because of lack of data vertical phase relations of short internal waves have been examined only qualitatively yielding the rough picture of vertical connexion between the motions in different depths given above.

In a theoretical investigation two features are dealt with concerning the generation and horizontal distribution of the waves. As main result it is shown that local initial forces in the sea are sufficient to cause slowly decaying periodic internal motions. With respect to waves with a period in the range of 6 min to 1 h the horizontal scale of the initial disturbance has a length of about 100 m to several kilometers. The wave lengths of the resulting wave-like motion show the same figure. For long periodic waves an initial disturbance extended over more than 50 km is necessary to create internal waves with periods just below the inertial period. With the help of two theoretical examples computed under the assumption of two idealized distributions of generating forces the following figures are obtained: For a short wave with a period of 18 min an amplitude of 5 m is excited in mid depths by a maximum vertical force of $0,24 \text{ gr cm}^{-2}\text{sec}^{-2}$, for a long wave with a period of about 14 h an amplitude of current oscillation near the surface of about 18 cm/sec is caused by a maximum horizontal force of $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ gr cm}^{-2}\text{sec}^{-2}$.

The origin of the generating forces can be specified with great certainty only for long internal waves. The required field of external forces is realized by the action of strong winds upon the surface layer of the sea. Since stormy weather conditions do occur very often in the Baltic, the variability due to long periodic motions proves to be a permanent phenomenon. As to the forces generating short waves the observation and interpretation permit the conclusion, that short-dated local variations in the mean current distribution or appropriate changes in the pressure and wind field of the atmosphere near the sea surface are responsible for the internal unrest in the sea.

A. Einleitung

Untersuchungen über die Verteilung hydrographischer Größen und chemischer Bestandteile in kleineren Meeresgebieten stehen vor der Schwierigkeit, die überlagerte kurzfristige und kleinräumige Veränderlichkeit aus den Messungen zu eliminieren. Wie sich durch gezielte Beobachtungen der Feinstruktur der Schichtung in verschiedenen Teilen des Weltmeeres erwiesen hat, werden kurzzeitige Schwankungen durch sehr komplizierte Vorgänge verursacht, die nur mit hohem technischen Aufwand erfasst werden können. Neben turbulenten Bewegungen bilden häufig periodische Vorgänge die Hauptanteile an der Veränderlichkeit. Dies ist besonders in der stark geschichteten Ostsee der Fall. Die hydrographischen und chemischen Beobachtungen von Bord des F.K. „Alkor“ im Gotland-Tief vom 6.9. – 12.9.67, zu denen auch die im folgenden betrachteten Strömungsmessungen gehören, dienen einer in dieser Ausführlichkeit erstmaligen Untersuchung der Veränderlichkeit im Gotland-Becken. Die Beobachtungen haben die Zielsetzung, eine genauere Vorstellung von den kurzfristigen Veränderungen in diesem Seegebiet zu vermitteln und damit wichtige Anhaltspunkte für die Planlegung neuer synoptischer Unternehmungen in der Ostsee zu liefern.

Das Gotland-Becken nimmt in der Ostsee den Raum zwischen $55^\circ 40' \text{N}$ (Breite von Memel) und $59^\circ 20' \text{N}$ (Breite von Stockholm) zwischen der schwedischen und baltischen Küste ein. Das entspricht einer Nord-Süd-Erstreckung von 400 km und einer Breite von 280 km. Ein unterseeischer Rücken, der die Insel Gotland trägt, teilt das Becken in einen westlichen und östlichen Teil. Das größere östliche Becken hat eine Breite von etwa

160 km zwischen Gotland und Lettland und besteht dort aus einer ausgedehnten Mulde mit Tiefen zwischen 100 und 250 m. Die größte Tiefe von 249 m wird im Zentrum dieser Mulde bei $\varphi = 57^{\circ}20'N$, $\lambda = 20^{\circ}E$ erreicht und als Gotland-Tief bezeichnet.

Im Hinblick auf die hydrographischen Verhältnisse hat das Gotland-Becken weniger eine zentrale Stellung, sondern bildet in der Reihe der Becken, durch die unterhalb der leichteren Wasserschichten von Westen her salzreiches Wasser aus dem Kattegat einströmt, den Abschluß. Der Einstrom des Tiefenwassers in die zentrale Ostsee ist durch flache Schwellen behindert, so daß das Vordringen bis ins Gotland-Becken nicht regelmäßig erfolgt. Bei Unterbrechung dieses Zuflusses stagniert das tiefe Wasser im Gotland-Becken, da es durch eine Schicht kalten Wassers mit geringem Salzgehalt und in der warmen Jahreszeit zusätzlich durch eine erwärmte Deckschicht von dem Kontakt mit der Atmosphäre ausgeschlossen bleibt. Sauerstoffzehrung und im Extremfalle nachfolgende Bildung von Schwefelwasserstoff tritt ein, bis eine neue Zufuhr von Tiefenwasser die Stagnation aufhebt.

Die Dauer einer solchen Isolierung kann mehrere Jahre betragen. K. KALLE (1943) hat einen solchen Vorgang in den Jahren 1926–1932 zuerst nachgewiesen und die anschließende Erneuerung und Umschichtung der Wassermassen beschrieben. Die Fortsetzung dieser Beobachtungen durch S. H. FONSELIUS (1962, 1967) hat ergeben, daß Stagnation in jüngerer Zeit häufiger auftritt und durch die Unregelmäßigkeit des Nachschubs von Tiefenwasser von sehr unterschiedlicher Dauer ist. Die Einschübe erfolgen nicht in größeren Mengen. Nur einzelne bodennahe oder darüber gelegene Schichten werden erneuert, während andere gleichzeitig ihrem alten Zustand überlassen bleiben.

Wenn so die großräumige Zirkulation im Gotland-Becken geringe Intensität aufweist, bestehen im Gegensatz hierzu seit den Strömungsmessungen von T. GUSTAFSON und B. KULLENBERG (1933) und B. KULLENBERG und I. HELA (1942) Hinweise auf eine beträchtliche kurzperiodische Veränderlichkeit. Wellenförmig geordnete Bewegungen mit Schwingungszeiten im Bereich der Trägheitsperiode sind in den oberen Wasserschichten im gesamten Gotland-Becken nachweisbar. Die Amplituden können bis über 20 cm/sec betragen.

Während B. KULLENBERG diese Schwankungen der Stromgeschwindigkeit nur bis in 30 m Tiefe hinab verfolgt hat und ihre Existenz in tieferen Schichten nur vermuten kann, bestätigen Strömungsmessungen von Z. KOWALIK (1967) im Farö-Tief östlich der Insel Farö, daß auch in Tiefen von 100 m und 165 m Trägheitsschwingungen vorwiegend an der Veränderung der Strömungsverteilung beteiligt sind.

Diese Beobachtungen deuten auf die Ausbildung langer interner Wellen in diesem Seegebiet hin, deren Periode näherungsweise gleich derjenigen von Trägheitsschwingungen ist. Die mit diesen Wellen verbundenen Vertikalbewegungen täuschen einerseits bei einer herkömmlichen Einzelmessung hydrographischer Größen eine falsche mittlere Lage der Wasserschichten vor und tragen andererseits zusammen mit den Horizontalkomponenten der Bewegung zur allmählichen Vermischung der verschiedenen Schichten bei.

Beobachtungen über sehr viel schneller verlaufende Veränderungen mit den gleichen Auswirkungen beschreibt G. SIEDLER (1961). Auf zwei Stationen im Nordosten des Gotland Beckens und westlich von Gotland wurden in der kalten Zwischenschicht zwischen 20 und 60 m im Sommer 1960 Vertikalverlagerungen von mehreren Metern festgestellt, die bei einem Zeitabstand von 30 min zwischen den einzelnen Messungen nicht ausreichend erfaßt werden konnten. Die Meßergebnisse deuten darauf hin, daß es in der Gotlandsee ebenso wie in der mittleren und westlichen Ostsee verstärkt zur

Ausbildung innerer Unruhe kommt, die der Veränderlichkeit zusätzliche Unübersichtlichkeit verleiht.

Um genaueren Aufschluß über die Veränderlichkeit der Schichtung zu erhalten, wurden während der Ankerstation des F.K. „Alkor“ im Gotland-Tief vom 6. – 12.9.67 neben zeitlich engabständigen Messungen charakteristischer chemischer Bestandteile Strömungsmessungen ausgeführt. Über die Ergebnisse der chemischen Beobachtungen berichten M. EHRHARDT, J. GIESKES und K. GRASSHOFF in diesem Heft. In der nachfolgenden Behandlung der Stromregistrierungen wird eine ausführliche Darstellung der ausgewerteten Meßreihen mit dem Ziel gegeben, die wesentlichen Erscheinungen herauszustellen. Die erhaltenen Ergebnisse werden anschließend durch theoretische Betrachtungen interpretiert.

B. Die Beobachtungsergebnisse

Die Messung der Strömung erfolgte mit Hilfe eines vom Schiff getrennten Verankerungssystems, das sechs RICHARDSON-Strommesser in verschiedenen Tiefen untereinander verband und durch Auftriebskörper am oberen Ende senkrecht über dem Boden gehalten wurde. Damit das System dem Einfluß von Wind und Oberflächenwellen entzogen war, lag das obere Ende in 15 m Tiefe und war lediglich durch eine 50 m lange Schwimmleine und eine leichte Markierungsboje mit der Oberfläche lose verbunden. Die Position der Verankerung befand sich wenige 100 m von der Ankerstation des F. K. „Alkor“ entfernt, die bei $\varphi = 57^{\circ}20'N$, $\lambda = 20^{\circ}3'E$ gelegen hat. Die Wassertiefe betrug 234 m. Die Strommesserkette war am Boden mit einem 300 kgr-Gewicht verankert und mit drei Auftriebskörpern mit insgesamt 300 kgr Auftrieb bestückt. Die sechs Strömungsmesser befanden sich in den Tiefen: 18 m, 43 m, 69 m, 94.5 m, 144.5 m und 205 m. Die oberen vier Geräte waren auf eine Meßwertdistanz von 5 sec eingestellt, die unteren zwei auf einem Intervallabstand von 5 min.

Bei der Auswertung der fotografisch gespeicherten Daten durch die Herstellerfirma der Strömungsmesser, Geodyne Division der EG & G International—USA, wurden Mittelungen über mehrere benachbarte Meßwerte ausgeführt, um kurzperiodische Störschwingungen der Verankerung zu eliminieren. Die Meßwertdistanz der schnellregistrierenden Geräte vergrößerte sich dadurch auf 1 bzw. 2 min.

Die zurückerhaltenen Ergebnisse in Form von Richtungs- und Betragsangaben der Stromvektoren wiesen in fünf Meßreihen lediglich kurzfristige Ausfälle von Meßwerten auf, die durch lineare Interpolation ersetzt werden konnten. Eine Meßreihe, die aus 69 m Tiefe stammte, enthielt infolge mangelhafter Registrierung soviel nicht interpretierbare Aufzeichnungen, daß sie in die weitere Analyse nicht mit einbezogen werden konnte.

Die verwertbaren Daten wurden einer Zerlegung in Ostkomponenten (u) und Nordkomponenten (v) unterworfen und vor Anwendung der Periodenanalyse mit Hilfe eines Graphomaten im Rechenzentrum der Universität Kiel gezeichnet. Die Ergebnisse sind in Abb. 1–5 dargestellt.

Um die Registrierungen im ersten Überblick verstehen zu können, ist eine Bemerkung über äußere und technische Umstände zu machen, die Einfluß auf die Aufzeichnungen gehabt haben. Besonders hervorgehoben ist in der Meßreihe aus 18 m Tiefe eine Schwingung mit einer Periode von etwa 13,5 h, deren Amplitude von anfangs 25 cm/sec in der u-Komponente auf sehr kleine Werte am Ende der Beobachtungszeit abnimmt.

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 1):

Abb. 1: Meßwertfolge der Strömung im Gotland-Tief vom 6.9.67, 11.73 h – 7.9.67, 21.00 h in 18 m, 94.5 m, 144.5 m und 205 m Tiefe (u = Ostkomponente, v = Nordkomponente).

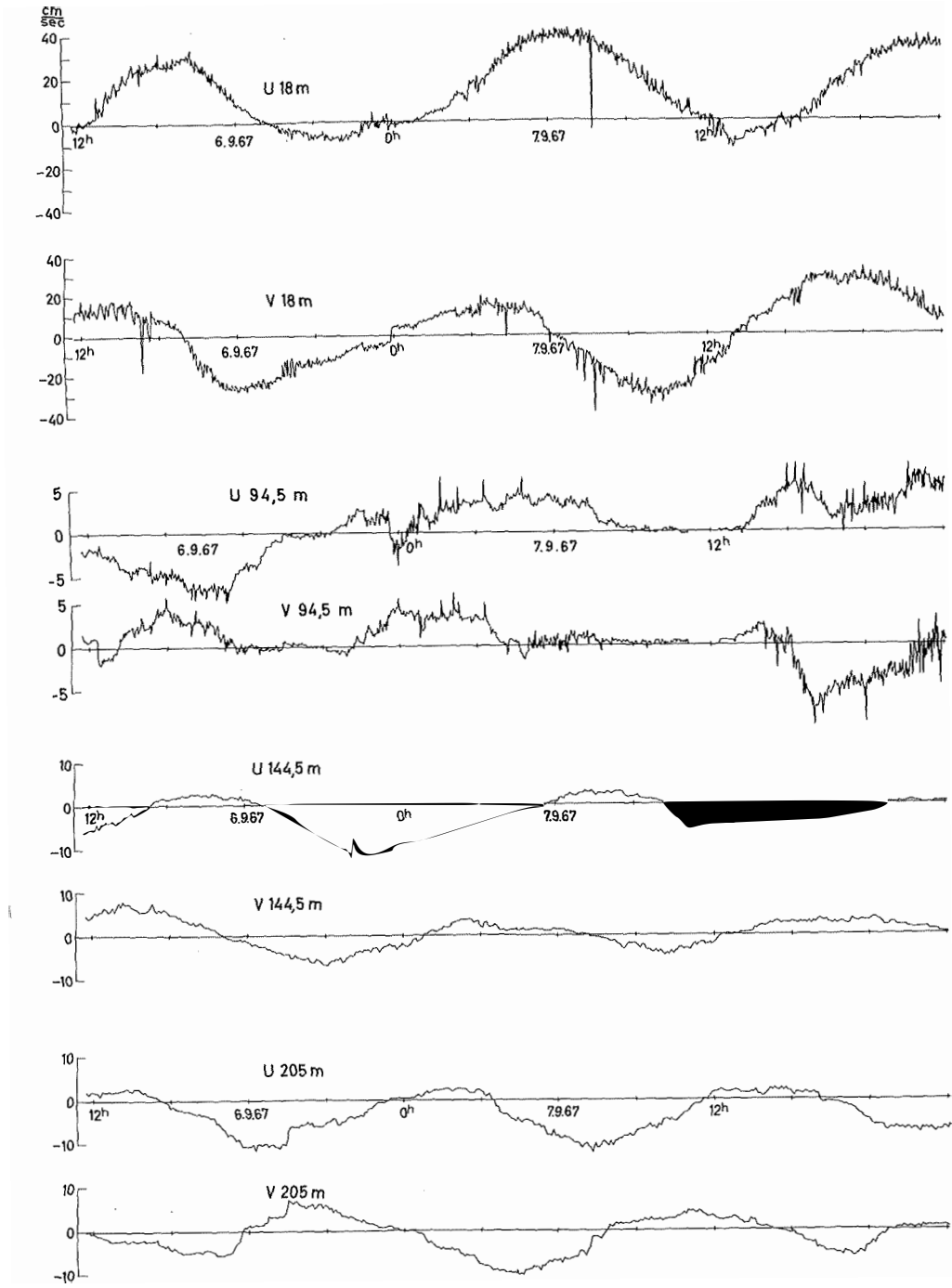


Abb. 1

Tafel 1 (zu Hollan)

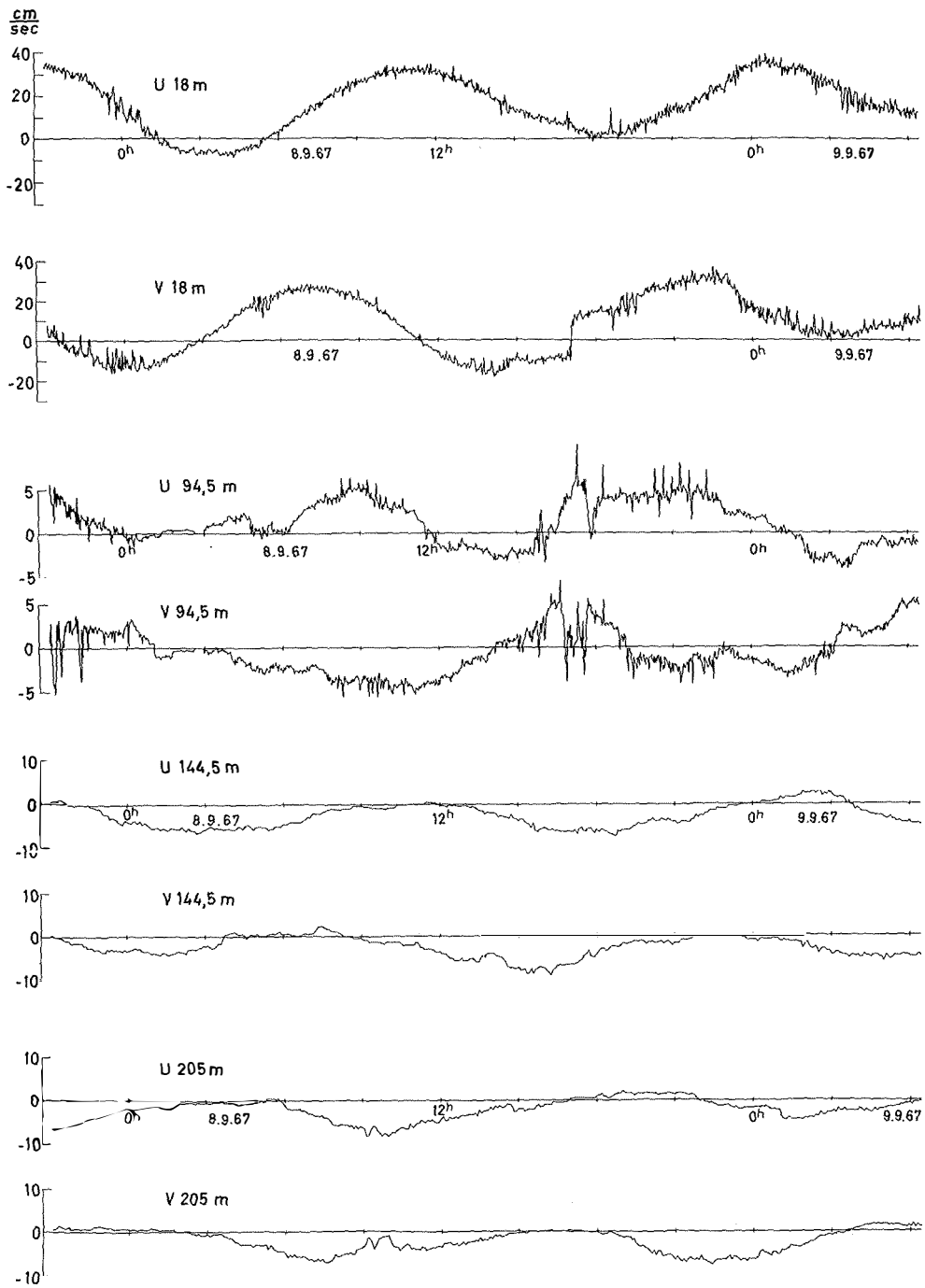


Abb. 2

Tafel 2 (zu Hollan)

Diese Erscheinung deutet darauf hin, daß man es mit dem abklingenden Teil einer unmittelbar vorher angefachten Schwingung zu tun hat. Es liegt nahe, die Entstehung in den Wetterbedingungen zu suchen, die ein Auslegen der Strommesser während der Tage vor dem 6.9.67 nicht erlaubten: Es herrschte stürmisches Wetter in der Gotlandsee mit Windstärken 6–7 aus südwestlicher Richtung. Die Strömungsmessungen wurden unmittelbar nach Beruhigung des Wetters aufgenommen und zeigen in Übereinstimmung mit der mittleren Windrichtung, daß in der oberflächennahen Schicht eine Ostströmung erzeugt worden ist.

Der Einfluß dieser Wetterbedingungen auf die Strömungsverteilung in größeren Tiefen ist nicht so einwandfrei erkennbar, obwohl eine solche Tiefenwirkung nicht auszuschließen ist. Denn Schwankungen mit gleicher Periode sind bis zum Boden hin zu verfolgen. Die mittlere Strömung in den unteren Schichten in 144,5 m und 205 m Tiefe weist zudem zum Oberflächenstrom entgegengesetzte Richtungen auf und kann als Kompensationsströmung von den Bewegungen in Oberflächennähe erzwungen worden sein.

Systematische Fehlanzeigen bei der Aufzeichnung sehr kurzperiodischer Schwankungen sind vor allem durch Eigenschwingungen des Verankerungssystems möglich. Die abgebildeten Registrierungen enthalten eine erhebliche Unruhe im Periodenbereich unterhalb von 2 Stunden, aus der zur Identifizierung als innere Unruhe des Meeres die Anteile der Eigenschwingungen des Systems ausgeschieden werden müssen.

Setzt man in erster Näherung voraus, daß die verankerte Strommesserkette mit den Auftriebskörpern am oberen Ende ein reibungsfreies umgekehrtes Pendel darstellt und daß die Masse m_p der gesamten Verankerungsteile oberhalb des Ankersteins im oberen Endpunkt des Systems vereinigt ist, so kann man zur Abschätzung der Periode der ersten Eigenschwingung die Beziehung

$$(1) \quad m_p \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{m_a g}{l} x$$

für kleine horizontale Auslenkungen x am oberen Ende l Meter über dem Boden zugrundelegen. Die wirkende Nettoauftriebskraft beträgt $m_a g$ (g = Erdbeschleunigung und m_a = Nettoauftriebsmasse). Für die Periode T folgt

$$(2) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m_p l}{m_a g}}$$

Für die verwendete Verankerung ergibt sich mit den Zahlenwerten $m_p = 700$ kg, $m_a = 135$ kg, $l = 210$ m eine Periode von 66,2 sec. Diese langsamste Eigenschwingung fällt in den Mittelungsbereich der von der Firma Geodyne ausgeführten Auswertungen und tritt in den Meßreihen nicht mehr hervor. Wie N.P. FOFONOFF (1966) gezeigt hat, entsteht diese Schwingung nur beim Absetzen der Verankerung während des Auslegens und klingt rasch ab. Eigenschwingungen höherer Ordnung – Querschwingungen einzelner Strommesser zur Strömung – bilden sich dagegen wiederholt aus, erreichen jedoch höchstens Perioden von 10 sec. Einflüsse sind deshalb in den gezeichneten Meßreihen nicht mehr enthalten.

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 2):

Abb. 2: Meßwertfolge der Strömung im Gotland-Tief vom 7.9.67, 21.00 h – 9.9.67, 22.33 h in 18 m, 94,5 m, 144,5 m und 205 m Tiefe.

Die wiedergegebenen kurzzeitigen Schwankungen stellen daher eindeutig Aufzeichnungen der inneren Unruhe der Wassermassen dar. Sprunghafte Abweichungen im allgemeinen Verlauf der engabständigen Meßreihen werden jedoch nicht der Realität entsprechen, sondern durch Lesefehler bei der maschinellen Umsetzung vom Originalfilm verursacht sein. An einigen Stellen dieser Filme waren die Messungen zu kontrastarm registriert worden.

Im einzelnen vermitteln die Meßergebnisse in Abb. 1 – 4, die die Meßreihen aus 18 m, 94.5 m, 144.5 m und 205 m Tiefe in voller Länge wiedergeben, folgendes Bild: Als Hauptmerkmal ist in allen Tiefen eine Schwingung mit der Periode von näherungsweise 13,5 h vorhanden. Die Amplituden nehmen von maximal 25 cm/sec in Oberflächennähe bis auf 3 – 4 cm/sec in Bodennähe ab. Über dem Boden ist ein leichter Anstieg der Amplitude zu beobachten.

Der geordnete wellenförmige Ablauf der Schwankungen ist besonders deutlich an der Phasenbeziehung zwischen u- und v-Komponenten in jeder Tiefe zu erkennen: Ein Extremwert tritt jeweils dann ein, wenn v durch die Mittellage geht und umgekehrt. Ein komplizierteres Bild verursachen die Phasenunterschiede der Schwingungen in verschiedenen Tiefen untereinander. Die Phasenverschiebung zwischen 18 m und 94.5 m Tiefe z.B. beträgt zwischen 90° und 180° , während in 144.5 m Tiefe wieder angenähert Phasengleichheit mit der Bewegung in 18 m Tiefe herrscht. In 205 m Tiefe, in Bodennähe, besteht zu der 60 m höher aufgenommenen Registrierung wieder eine hohe Phasendifferenz von 180° . Diese Phasenunterschiede in vertikaler Richtung deuten an, daß lange interne Wellen höherer als erster Ordnung und möglicherweise instationäre Triftströmungen die Hauptanteile der Bewegungen bilden.

Dem regelmäßigen Verlauf der betrachteten langen Schwingung überlagern sich in allen Tiefen kurzfristige Schwankungen, die von der inneren Unruhe des Meeres verursacht sind. Die periodischen Anteile sind trotz des kleinen Zeitmaßstabes der Zeichnungen wiederholt deutlich erkennbar, so z.B. die wellenförmigen Änderungen mit der Periode von etwa 20 min und der Amplitude von ungefähr 2 cm/sec in 18 m Tiefe am 9.9.67 von 15h – 21h in Abb. 3.

Einen weiteren Einblick in die Verteilung der Schwingungsenergie in dem kurzperiodischen Bereich zwischen wenigen Minuten und etwa 3 Stunden ermöglicht die Periodenanalyse, deren Ergebnisse im Anschluß an die Beschreibung der Beobachtungen dargestellt sind. Über den vertikalen Zusammenhang kurzperiodischer Bewegungen in verschiedenen Tiefen geben die Meßreihen aus 43 m und 94.5 m Tiefe bereits qualitativ Auskunft. In Abb. 5 ist ein längerer Abschnitt beider Reihen zum Vergleich untereinander gezeichnet. Berücksichtigt man den verkleinerten Maßstab der Registrierung in 43 m Tiefe, so erkennt man, daß in Zeitabschnitten erhöhter Unruhe in 94.5 m Tiefe ebenfalls in 43 m Tiefe erhöhte Aktivität herrscht. Deutliche Beispiele sind in Abb. 5 bei den Zeiten 0 h und 15 h am 10.9.67 zu entnehmen.

Anhand der Abb. 1–4 ist die Zuordnung stärkerer Unruhe in 18 m Tiefe möglich. Die Vertikalerstreckung kurzperiodischer Schwankungen kann nach diesem Überblick im Gotland-Tief bis zu 70 m betragen und reicht damit über die beiden Dichtesprungschichten hinaus, die zur Beobachtungszeit in 70 m und in 30 m Tiefe gelegen haben (s. Abb. 9 a). Die Wirkung auf Tiefen von mehr als 100 m läßt sich auf diesem Wege nicht ausreichend nachweisen. Der größere Meßwertabstand von $\Delta t = 5$ min in den beiden

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 3):

Abb. 3: Meßwertfolge der Strömung im Gotland-Tief vom 9.9.67, 22.33 h – 10.9.67, 15.83 h in 18 m, 94.5 m, 144.5 m und 205 m Tiefe.

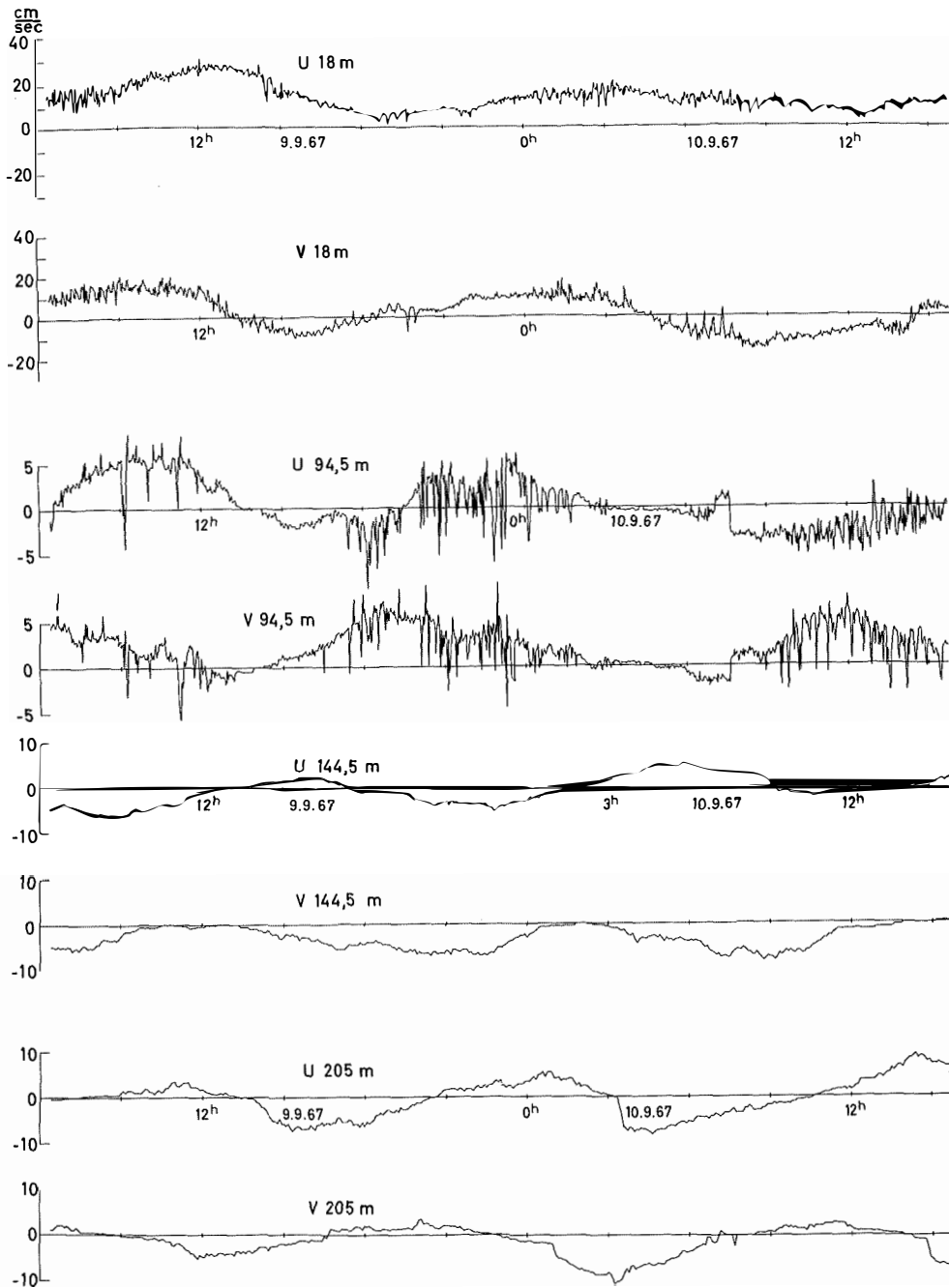


Abb. 3

Tafel 3 (zu Hollan)

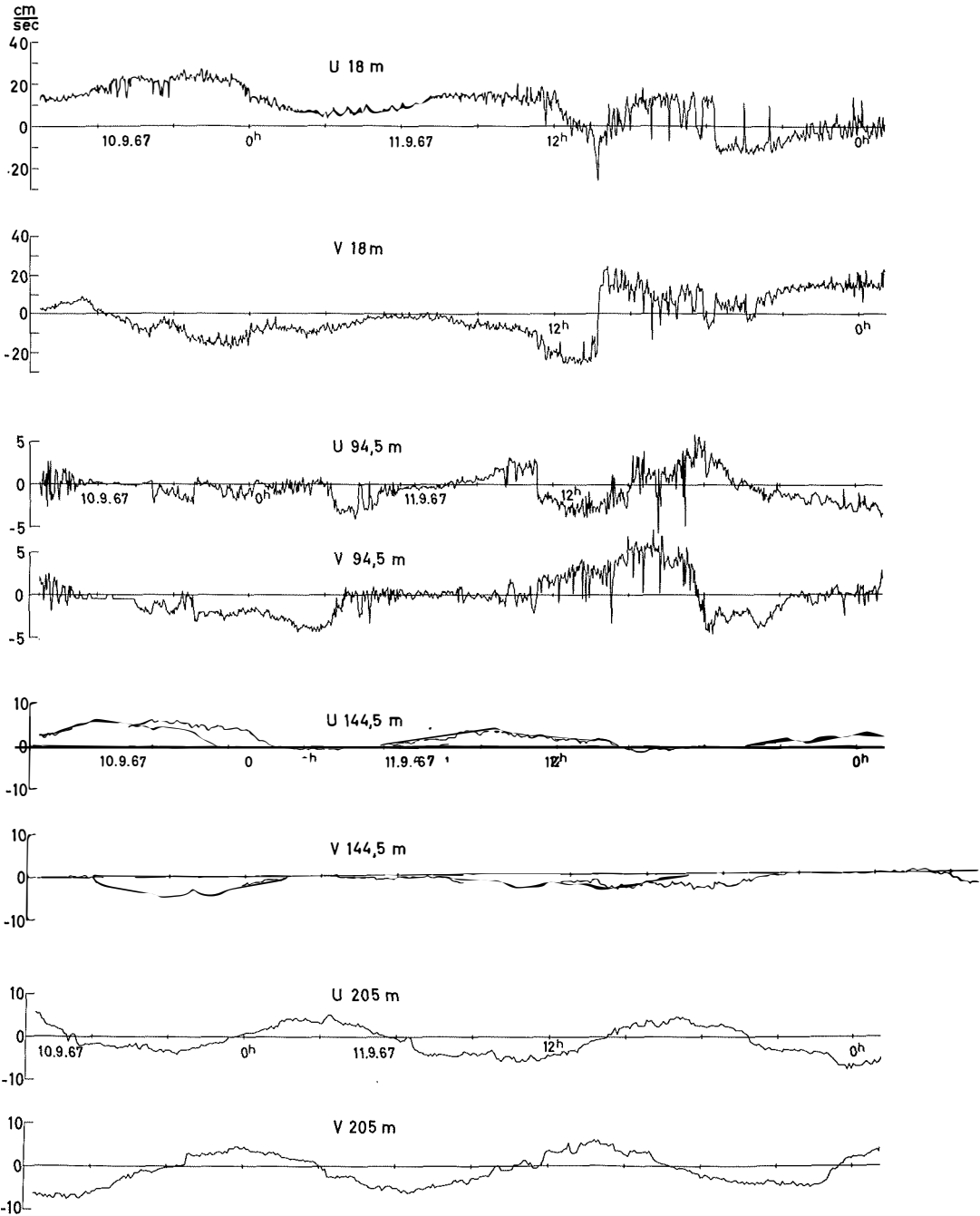


Abb. 4

Tafel 4 (zu Hollan)

Registrierungen aus größerer Tiefe und eine annähernd gleichbleibende Intensität der Unruhe bieten keine Unterscheidungsmöglichkeit wie in den oberen Meßtiefen. Genauere Aufschlüsse lassen sich nur mit Hilfe der Periodenanalyse ermitteln.

Anhand der bisher gewonnenen Ergebnisse ist eine Teilung der Spektralanalyse jeder Meßreihe für einen kurz- und einen langperiodischen Bereich angebracht. Die kurzzeitigen Vorgänge werden mit einem Periodenbereich von $2 \Delta t$ bis 2 bzw. 4 Stunden ausreichend erfaßt. In einem nur nach unten bei 1 Stunde begrenzten Periodenbereich sind die interessierenden langperiodischen Schwingungen enthalten, deren Isolierung das Auflösungsvermögen einengt, das durch die Länge der Meßreihen von 6 Tagen in Bezug auf die beobachtete lange Periode von mehr als 13 h zu klein ist.

Die maximale Korrelationsdistanz $N' \Delta t$ muß im Verhältnis zur Gesamtlänge $N \Delta t$ der Reihe größer gewählt werden als üblich $1/10$ dieses Wertes, um die Energiebeiträge in diesem Periodenbereich noch unterscheiden zu können. Andererseits wird mit zunehmendem N' die Stabilität des Spektrums verringert. Mit $\Delta t = 30$ min ergibt sich eine Meßwertanzahl von etwa $N = 280$. Mit $N' = 66$ d. h. $N'/N = 1/4,4$ ist ein Mittelweg zwischen beiden Forderungen eingeschlagen. Die Intervallbreite im Bereich der Trägheitsperiode erstreckt sich dann für den bei 13,2 h ausgegebenen Wert der Amplitudendichte auf alle Perioden zwischen 12 h und 14,66 h. Eine Trennung von der Trägheitsperiode T_{tr} , die für die Breite von $57^{\circ}20'N$ 14 h 13 min beträgt, ist mit dieser Parameterwahl jedoch nicht möglich. Nach der Theorie langer interner Wellen (W. KRAUSS, 1966) sind kleinere Perioden als T_{tr} zu erwarten. Die Spektren können in dem interessierenden Bereich nur Aufschluß über die Amplitudendichte in Abhängigkeit von der Tiefe geben. In Abb. 6 sind alle Amplitudenspektren für den langperiodischen Bereich zusammengestellt. Wie erwartet sind maximale Beiträge im Bereich der Trägheitsperiode bei 13,2 h zu finden. Von hohen Werten von etwa 13 cm/sec in 18 m Tiefe nehmen die Beiträge bis auf 2 cm/sec in 94,5 m Tiefe ab. Bis in 205 m Tiefe ist wieder ein Anstieg auf 4 cm/sec festzustellen. Diese Zunahme zum Boden hin weist auf die Verhältnisse in einer internen Welle hin, in der ebenfalls an der Oberfläche und am Boden maximale horizontale Strömung herrscht.

In Bezug auf die kurzperiodischen Bewegungsanteile liegen wesentlich bessere Bedingungen für die Periodenanalyse vor. Das Auflösungsvermögen ist infolge der Länge der Reihen so hoch, daß selbst noch für Teilstücke der Meßreihen gesonderte Analysen gerechnet werden können.

Die wichtigsten Ergebnisse sind in den Abb. 7 und 8 wiedergegeben. Für die Analyse der langperiodischen Schwingungen wurden keine Filterungen vorgenommen, um die Meßreihen nicht noch weiter zu kürzen. Im kurzperiodischen Spektralbereich wurden hingegen Rechteckfilter mit der Öffnungsweite von $(2 \Delta t, 2h)$ bzw. $(2 \Delta t, 4 h)$ angewendet. Die Filtergrenzen sind in jedem dargestellten Spektrum durch senkrechte Striche auf der Abszisse markiert. Die Untergrenze fällt jeweils mit der kleinsten analysierbaren Periode zusammen, die in 18 m und 94,5 m Tiefe 4 min und in 144,5 m und 205 m Tiefe 10 min beträgt.

Der allgemeine Verlauf der Spektren stimmt mit den bereits aus der westlichen Ostsee und anderen Meeresgebieten bekannten Energiedichteverteilungen der inneren Unruhe überein: Von höheren Beträgen bei Perioden von mehr als 2 Stunden fallen die Werte ab und erreichen bei etwa 1 Stunde ein konstantes niedriges Niveau, das sich bis zur

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 4):

Abb. 4: Meßwertfolge der Strömung im Gotland-Tief vom 10.9.67, 15.83 h – 12.9.67, 1.00 h in 18 m, 94,5 m, 144,5 m und 205 m Tiefe.

Untergrenze bei $2 \Delta t$ erstreckt. Aus diesem Niveau treten mehrere scharf abgegrenzte Maxima hervor, die die starke Beteiligung periodischer Bewegungen an der inneren Unruhe erkennen läßt. Es handelt sich dabei um kurze interne Wellen, deren Schwingungsdauer oberhalb der örtlich gegebenen minimalen Väisälä-Periode liegt. Dies trifft für die Beobachtungen aus dem Gotland-Tief zu. Denn die minimale Väisälä-Periode ergibt sich aus der mittleren Schichtung während der Beobachtungszeit (Abb. 9) zu $T_v = 6$ min 8 sec.

Anhand der Spektren in Abb. 7 und 8 ist ein Einblick in den vertikalen Zusammenhang der Schwingungsvorgänge zu gewinnen. Die zur Darstellung gekommenen Teilspektren gehören zu vier aufeinander folgenden Teilstücken der Meßreihen aus 18 m Tiefe (Abb. 7) und aus 94.5 m, 144.5 m und 205 m Tiefe (Abb. 8). Es ergibt sich eine zeitlich stark variierende Beteiligung verschiedener Schwingungen. Diese Erscheinung hatte sich bereits bei der Betrachtung der Stromregistrierungen herausgestellt.

Die abklingenden und sich neu bildenden Wellen können die Periode beibehalten, wie besonders die Spektren in 18 m und 94.5 m Tiefe bei $T = 20$ min zeigen. Für diese Periode läßt sich auch der vertikale Zusammenhang der Bewegung bis in Bodennähe verfolgen. So ist während des ersten und letzten Viertels der Beobachtungszeit die gesamte Wassersäule von der Bewegung erfaßt. Im zweiten und dritten Viertel ist die Tiefenwirkung nicht sicher nachweisbar. Bei anderen Perioden ist ebenfalls eine gleichzeitige Wirkung in allen Tiefen zu erkennen, so z. B. für $T = 13$ min in der dritten Teilreihe jeweils und für $T = 11$ min in der vierten jeweils.

Damit ist ein Nachweis erbracht, daß die kurzzeitige innere Veränderlichkeit nicht nur auf obere und mittlere Wasserschichten beschränkt ist, sondern zusammenhängend bis zum Boden wirkt und vorwiegend periodischen Charakter hat. Die Schwingungen sind als kurze interne Wellen anzusehen, deren Perioden in den Spektralbereich zwischen der minimalen örtlichen Väisälä-Periode und etwa 1 Stunde fallen. Bei zunehmender Intensität der Unruhe treten die Wellenamplituden stark vergrößert in Erscheinung (s. Abb. 7 und 8). Diese Beobachtung legt den Schluß nahe, daß das geschichtete Meer bei der Erregung bevorzugt in schwingungsförmigen Bewegungen reagiert. Rückschlüsse darauf, ob tatsächlich eine besondere Reaktionsform auf kleinräumige Störungen vorliegt oder darin eine periodische Wirkung anregender Kräfte zu sehen ist, lassen sie Beobachtungen nicht zu. In den folgenden theoretischen Betrachtungen wird deshalb der Versuch gemacht, den Anregungsmechanismus durch äußere Kräfte exakt zu verfolgen und auf diese Weise einen Zugang zu den Ursachen der Veränderlichkeit zu finden. Ein möglicher Einfluß der Gezeiten auf die Vorgänge kann von vornherein ausgeschlossen werden, da in der Ostsee Gezeitenbewegungen nur sehr schwach ausgebildet sind.

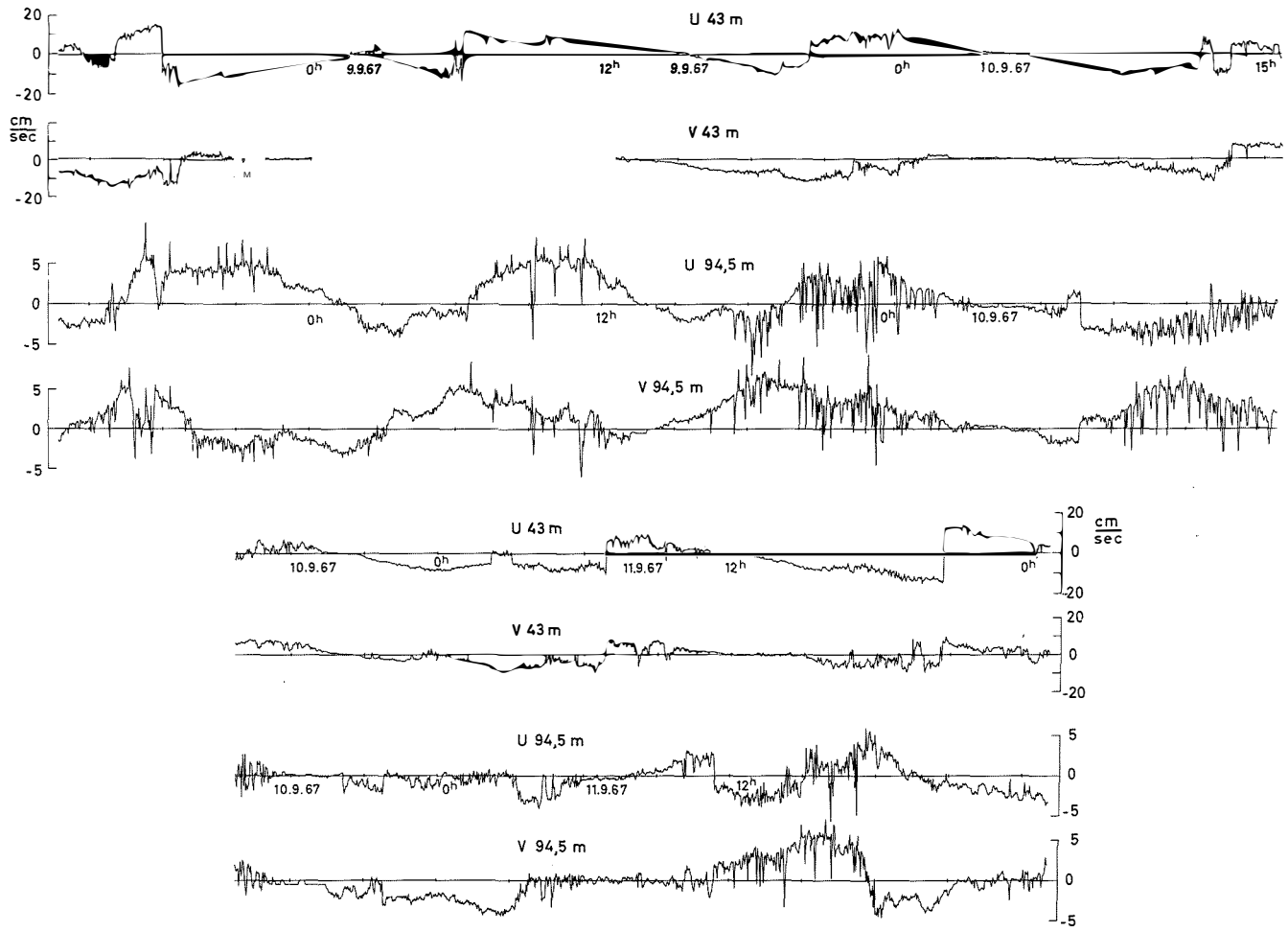
C. Interpretation der Meßergebnisse

Die beobachteten Hauptanteile der Veränderlichkeit bestehen aus Schwingungen, deren Perioden weit getrennt voneinander im Periodenbereich der inneren Unruhe und der Trägheitsschwingungen liegen. Dieser ausgeprägte Unterschied ist bedingt durch eine charakteristische Verschiedenheit unter den Kräften, die in jedem Falle die Wellen erregen und in ihrem weiteren Ablauf beherrschen.

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 5):

Abb. 5: Vergleich zwischen den Meßreihen der Strömung aus 43 m und 94.5 m Tiefe im Gotland-Tief für den Zeitabschnitt vom 8.9.67, 13.67 h — 12.9.67, 1.00 h (u = Ostkomponente, v = Nordkomponente)

Tafel 5 (zu Hollan)



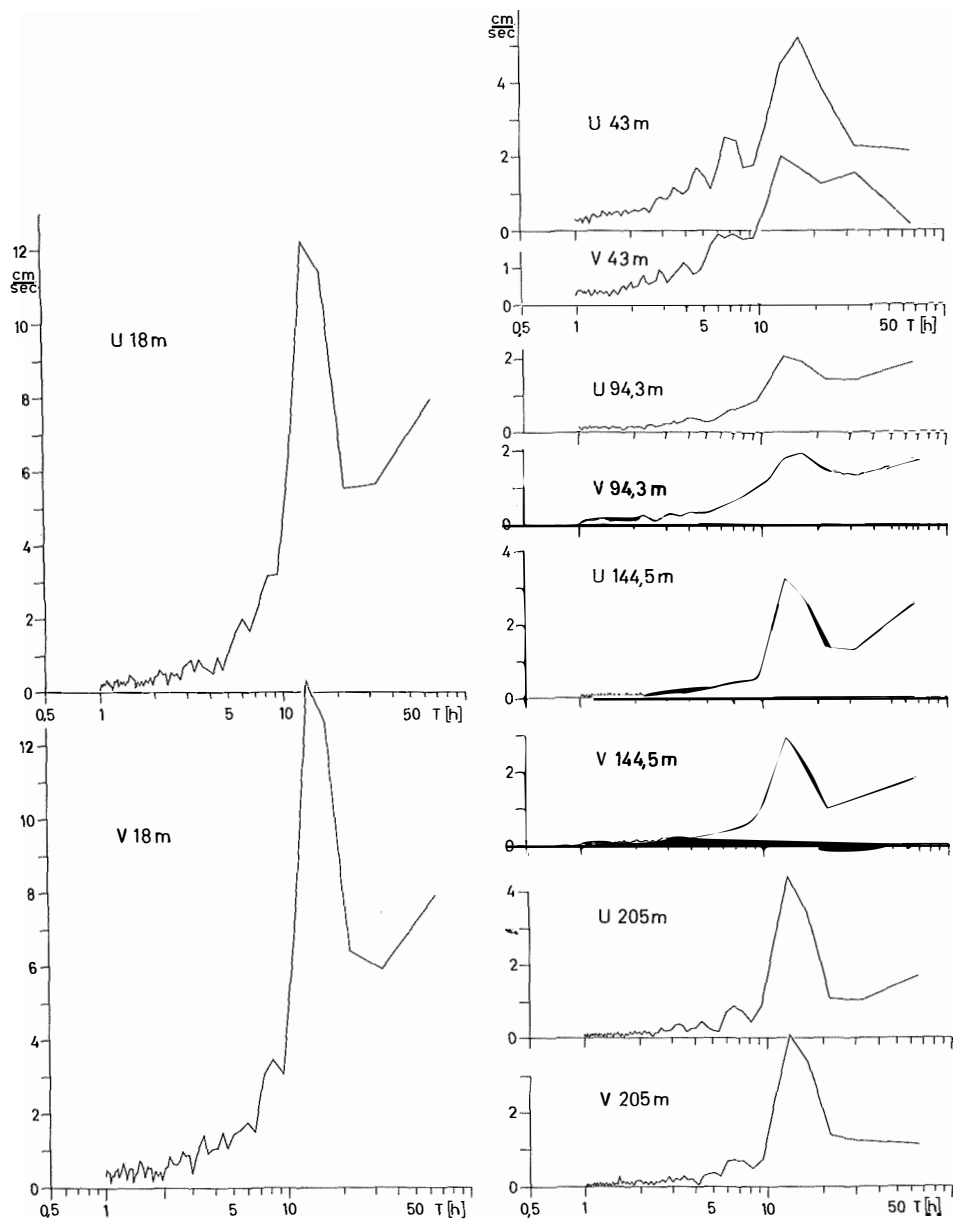


Abb. 6

Tafel 6 (zu Hollan)

Kurzperiodische interne Störungen des Meeres haben im Vergleich mit den Ausdehnungen des betrachteten Seegebietes sehr kleine Horizontalerstreckung. Für die Rechnung kann daher die horizontale Begrenzung des Meeres und wegen der im Vergleich zur Ablenkung durch die Erdrotation sehr viel schneller erfolgenden zeitlichen Änderungen der Störungen auch die Corioliskraft außer acht gelassen werden. Die langperiodischen Schwingungsvorgänge stehen dagegen vorwiegend unter dem Einfluß der Corioliskraft. Da gleichzeitig mit der Vergrößerung der Periode auch eine Zunahme der horizontalen Ausdehnungen der Wellen verbunden ist, sind die endlichen horizontalen Ausmaße des Seegebietes in Betracht zu ziehen. Die erheblich langsamer ablaufenden Bewegungen erlauben lediglich die Vernachlässigung der zeitlichen Ableitung $\frac{\partial w}{\partial t}$ der vertikalen Geschwindigkeitskomponente gegenüber der Schwerebeschleunigung und der vertikalen Druckänderung $\frac{\partial p}{\partial z}$ in der dritten Bewegungsgleichung. Während der Schwingungen bleiben quasistatische Verhältnisse gewahrt. Die unterschiedliche Beteiligung erregender Kräfte führt für kurze und lange Wellen im folgenden zu einem verschiedenen Gang der Betrachtung, der durch die genannten Vernachlässigungen angezeigt ist.

In einem kartesischen Koordinatensystem mit vertikal nach unten gerichteter z-Achse, nach Norden und nach Westen gerichteter y- bzw. x-Achse lauten die zugrundegelegten Bewegungsgleichungen für die Störungsgrößen allgemein:

$$\begin{aligned}
 \bar{\rho} \frac{\partial u}{\partial t} + \bar{\rho} f v &= -\frac{\partial p}{\partial x} + X, & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\
 \bar{\rho} \frac{\partial v}{\partial t} - \bar{\rho} f u &= -\frac{\partial p}{\partial y} + Y, & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{d\bar{\rho}}{dz} w &= 0, \\
 \bar{\rho} \frac{\partial w}{\partial t} - g \rho &= -\frac{\partial p}{\partial z} + Z.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Wechselwirkungen der Störung mit einer mittleren Strömung \vec{u}_0 sowie Reibungskräfte werden vernachlässigt. Äußere Kräfte

$$\mathfrak{K} = X i + Y j + Z k$$

werden insbesondere zur Anregung der beobachteten Wellen berücksichtigt.

Durch Eliminierung der Unbekannten u, v, p, ρ ergibt sich für w die Differentialgleichung (W. KRAUSS, 1966):

$$\begin{aligned}
 \Delta_h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + g \Gamma \Delta_h w + \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial t^2} + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \Gamma \left(\frac{\partial^3 w}{\partial z \partial t^2} + f^2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\
 = \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\Delta_h \frac{\partial Z}{\partial t} + f \left(\nabla \times \frac{\partial \mathfrak{K}}{\partial z} \right)_z - \nabla_h \cdot \frac{\partial^2 \mathfrak{K}}{\partial z \partial t} \right]
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

mit $\Gamma = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{d\bar{\rho}}{dz}$. Der Index z im inhomogenen Teil der Gleichung bedeutet, daß die z-Komponente des betreffenden Gliedes zu nehmen ist und der Index h, daß nur horizontale Ableitungen auftreten.

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 6):

Abb. 6: Amplitudenspektren der Stromregistrierungen vom 6.9.67 — 12.9.67 im Gotland-Tief im Periodenbereich zwischen 1 h und 60 h.

Lösungen dieser Gleichung mit den charakteristischen Merkmalen interner Wellen werden erreicht, wenn die Randbedingungen

$$(5) \quad w(z=0) = w(z=H) = 0, \quad H \text{ Wassertiefe,}$$

befriedigt werden.

Die Behandlung dieser Randwertaufgabe ist durch die Fragestellung nach der Entstehung interner Wellen bestimmt. Die gesuchten Lösungen müssen die Eigenschaft haben, den zeitlichen Verlauf der Bewegungen als Folge von Anfangsbedingungen und erregenden Kräften wiederzugeben. Dies läßt sich mit Hilfe der CAUCHY'schen Integrationsmethode erreichen. Die Differentialgleichungen (3) bzw. (4) nehmen die hierfür notwendige Form unter Bedingungen an, die zum Teil durch die erwähnten Vernachlässigungen bereits erfüllt werden und nur für die Untersuchung bei kurzen internen Wellen die Beschränkung auf eine exponentielle mittlere Dichteverteilung nach sich ziehen.

1. Die Erzeugung kurzperiodischer Schwingungen

Für die zu betrachtenden Bewegungen ist die ablenkende Kraft der Erdrotation bedeutungslos und kann deshalb vernachlässigt werden. Aus (4) ergibt sich für diesen Fall die Differentialgleichung

$$(6) \quad \Delta_h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial t^2} + g \Gamma \Delta_h w + \Gamma \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial t^2} = \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\Delta_h \frac{\partial Z}{\partial t} - \nabla_h \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{K}}{\partial z \partial t} \right].$$

Die rechte Seite dieser Gleichung besteht aus zwei Gliedern, die additiv getrennt den Einfluß der Horizontalkomponenten und der Vertikalkomponente der erregenden Kräfte wiedergeben. Wegen der Linearität der Differentialgleichung läßt sich die Lösung w in zwei Summanden schreiben, die entsprechend nur die Wirkung horizontaler oder vertikaler Kraftkomponenten enthalten. Zur Vereinfachung der Betrachtung genügt es, nur die Folgeerscheinungen vertikal gerichteter Kräfte zu ermitteln, um eine Vorstellung von den charakteristischen Eigenschaften der erzeugten Bewegungen zu erhalten. Denn die von horizontal gerichteten Kräften verursachten Bewegungen werden gleiche oder ähnliche Merkmale aufweisen, wenn das betreffende zweite inhomogene Glied in (6) eine gleiche oder ähnliche Werteverteilung besitzt wie das erste. Aus den Auswirkungen vertikaler Kraftkomponenten lassen sich daher noch Rückschlüsse auf horizontale Kräfte ziehen, wenn es zu annähernd gleichen Bewegungsformen kommt.

Die entsprechende homogene Differentialgleichung zu (6) ist in Bezug auf die unabhängige Variable z separabel, wenn $\Gamma = \Gamma_0 = \text{const}$ gilt (E. HOLLAN, 1966). Die partikulären Lösungen können in diesem Fall in der Form

$$w(x, y, z, t) = \tilde{w}_n(x, y, t) \cdot W_n(z)$$

dargestellt werden, wobei \tilde{w}_n eine Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$\Delta_h \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} + g \Gamma_0 \Delta_h \tilde{w}_n - c_n \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} = 0$$

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 7):

Abb. 7: Amplitudenspektren der Stromregistrierung aus 18 m Tiefe im Gotland-Tief im kurzperiodischen Spektralbereich von 4 min bis 8 h bzw. 4 min bis 4 h für die gesamte Reihe und vier gleichlange Teilabschnitte der Reihe.

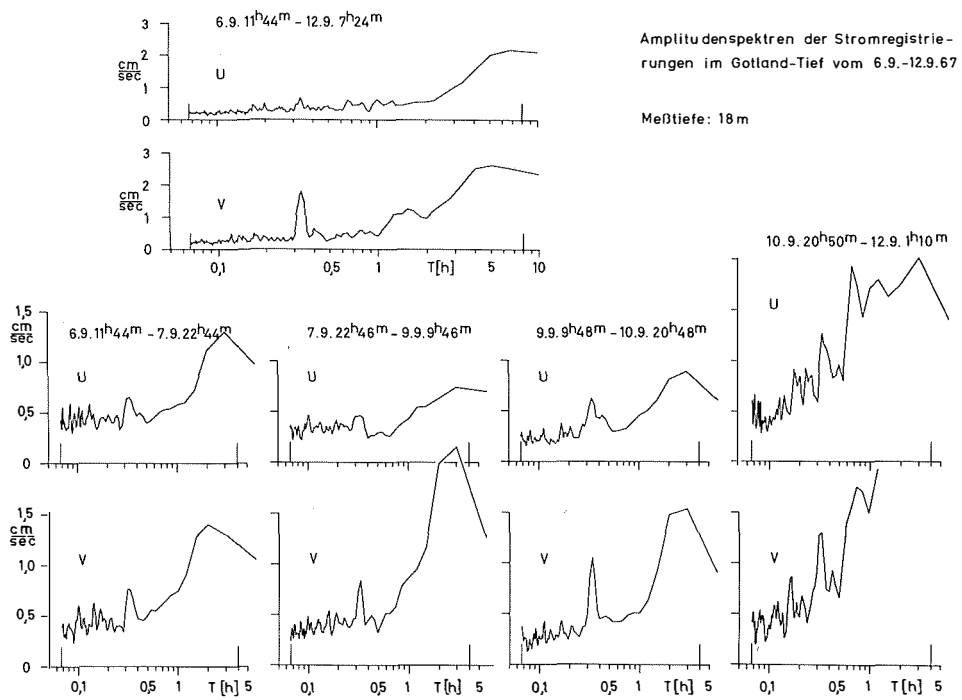


Abb. 7

Tafel 8 (zu Hollan)

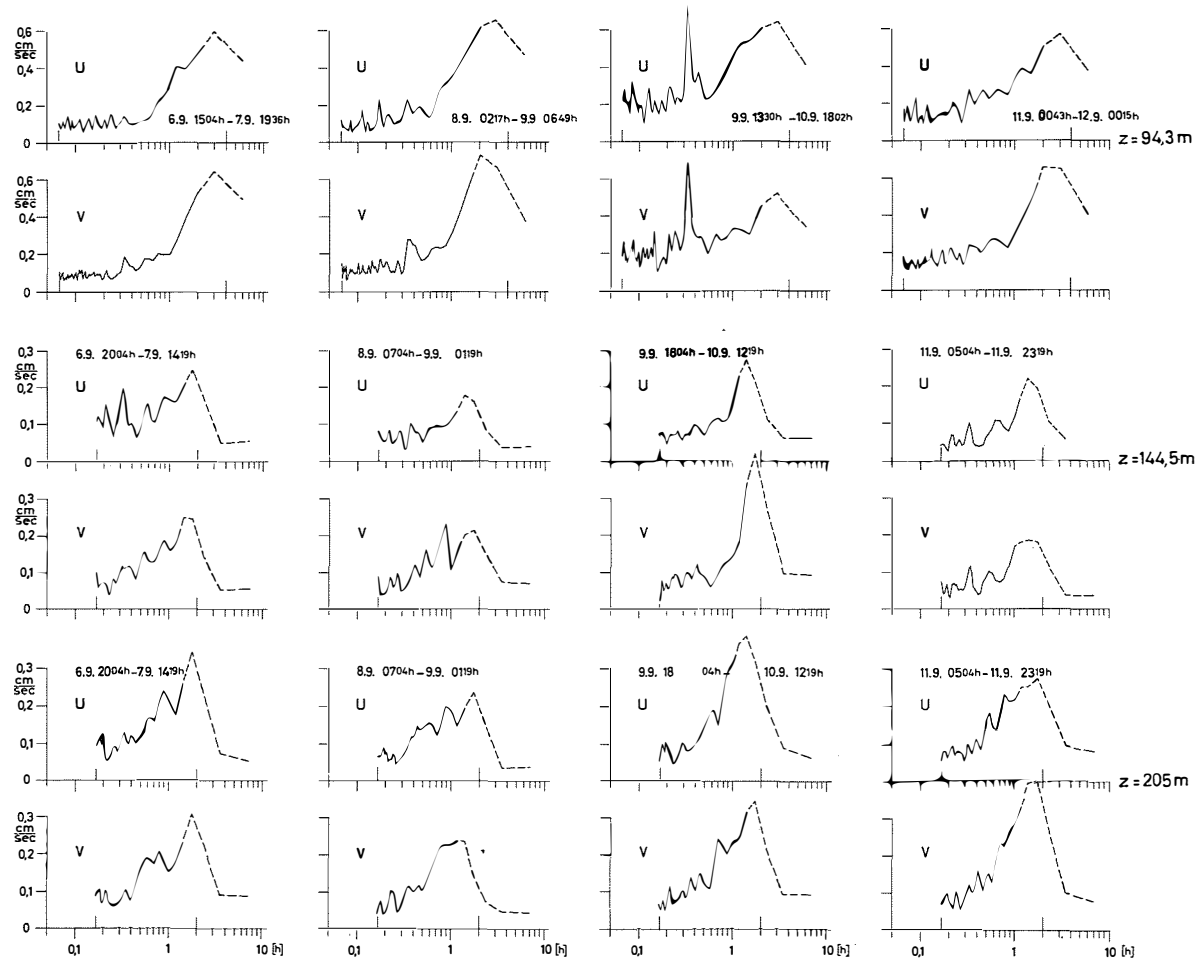


Abb. 8

und W_n eine Lösung des Eigenwertproblems:

$$(7) \quad \frac{d^2 W_n}{dz^2} + \Gamma_0 \frac{dW_n}{dz} + c_n W_n = 0 \quad \text{mit} \quad W(0) = W(H) = 0$$

ist. Die Eigenfunktionen W_n lauten:

$$(8) \quad W_n(z) = A_n e^{-\frac{\Gamma_0}{2} z} \sin \frac{1}{2} \lambda_n z, \quad \text{mit}$$

$$(9) \quad \lambda_n^2 = \frac{4n^2 \pi^2}{H^2} = 4c_n - \Gamma_0^2,$$

so daß die Separationskonstante gemäß der Beziehung

$$(10) \quad c_n = \frac{n^2 \pi^2}{H^2} + \frac{\Gamma_0^2}{4}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

festgelegt ist. Die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung zu (6) läßt sich durch eine Superposition von partikulären Lösungen angeben. Mit dem gleichen Ansatz

$$(11) \quad w(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{w}_n(x, y, t) \cdot W_n(z)$$

ergibt sich die Lösung der inhomogenen Aufgabe:

Aus der Differentialgleichung (6) folgt mit diesem Lösungsansatz, wenn $\Gamma = \Gamma_0 = \text{const}$ angenommen wird:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\Delta_h \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} + g \Gamma_0 \Delta_h \tilde{w}_n \right) \cdot W_n + \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} \left(\frac{d^2 W_n}{dz^2} + \Gamma_0 \frac{dW_n}{dz} \right) \right] = \frac{1}{\bar{p}} \Delta_h \frac{\partial Z}{\partial t}$$

Da die Funktionen n Lösungen der Eigenwertaufgabe (7) sind, ergibt sich:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\Delta_h \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} + g \Gamma_0 \Delta_h \tilde{w}_n - c_n \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} \right) W_n \right] = \frac{1}{\bar{p}} \Delta_h \frac{\partial Z}{\partial t}$$

Multiplikation mit $\bar{p} \cdot W_m$ und Integration von $z = 0$ bis $z = H$ liefert die Beziehung:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\Delta_h \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} + g \Gamma_0 \Delta_h \tilde{w}_n - c_n \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} \right) \int_0^H \bar{p} W_n W_m dz \right] = \int_0^H \Delta_h \frac{\partial Z}{\partial t} W_m dz,$$

$m = 1, 2, 3 \dots$

Mit Hilfe der Orthogonalitätsrelation für die Eigenfunktionen:

$$(12) \quad \int_0^H \bar{p} W_n W_m dz = \begin{cases} 0 & \text{für } n \neq m \\ \bar{p}_0 \frac{H}{2} & \text{für } n = m \end{cases} \quad \text{mit } \bar{p}(z) = \bar{p}_0 e^{\Gamma_0 z}$$

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 8):

Abb. 8: Amplitudenspektren der Stromregistrierungen aus 94.3 m, 144.5 m und 205 m Tiefe im Gotland-Tief im kurzperiodischen Spektralbereich von 4 min – 4 h bzw. 10 min – 2 h für je vier gleichlange Teilabschnitte der Meßreihen.

erhält man schließlich als inhomogene Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten für die Faktoren \tilde{w}_m der Lösung (11):

$$(13) \quad \Delta_h \frac{\partial^2 \tilde{w}_m}{\partial t^2} + g \Gamma_o \Delta_h \tilde{w}_m - c_m \frac{\partial^2 \tilde{w}_m}{\partial t^2} = \frac{2}{\bar{\rho}_o H} \Delta_h \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_0^H Z W_m dz \right)$$

Der Ausdruck $\frac{2}{\bar{\rho}_o H} \int_0^H Z W_m dz$ stellt den m-ten Koeffizienten

einer verallgemeinerten Fourier-Reihenentwicklung der Kraftkomponente $Z(x, y, z, t)$ nach den Eigenfunktionen $W_n(z)$ dar. Es genügt für die Betrachtung, die Teilwirkung der Kraft durch ein Glied in dieser Reihe zu verfolgen, um das Prinzip des Anregungsvorganges kennen zu lernen. Hierfür sei der Anteil bei der 1. Eigenfunktion $W_1(z)$ ausgewählt:

$$Z_1(x, y, z, t) = \tilde{z}_1(x, y, t) \cdot \bar{\rho}(z) \cdot W_1(z).$$

(13) erhält dann die Form:

$$(14) \quad \Delta_h \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial t^2} + g \Gamma_o \Delta_h \tilde{w}_1 - c_1 \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial t^2} = \Delta_h \frac{\partial \tilde{z}_1}{\partial t}.$$

Diese Differentialgleichung hängt nur noch von x, y , und t ab und hat konstante Koeffizienten. Wirkt die Kraft von dem Zeitpunkt $t = 0$ ab ein und herrscht vorher Ruhe, so lauten die Anfangsbedingungen

$$\tilde{w}_1(x, y, t = 0) = \frac{\partial \tilde{w}_1(x, y, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0$$

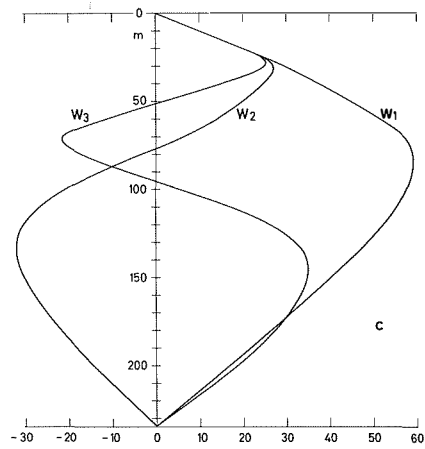
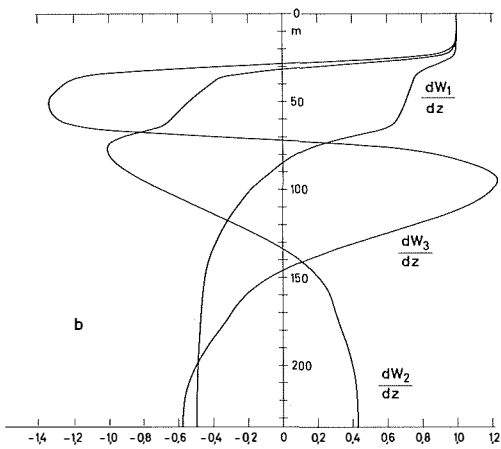
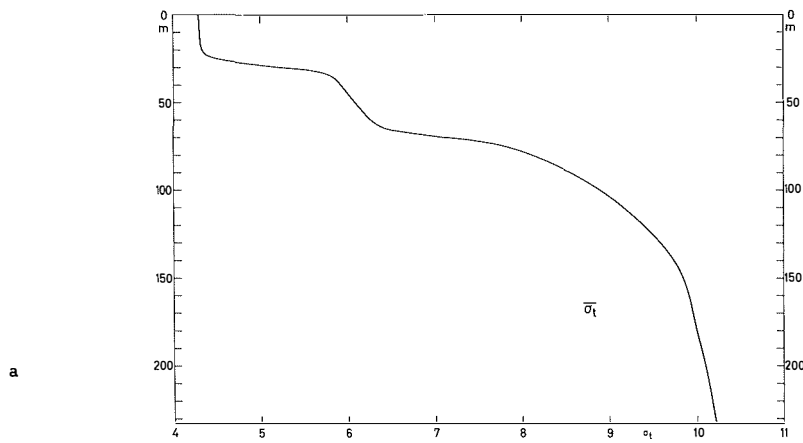
Mit Hilfe der Fourier-Integraltransformation der Funktionen \tilde{w}_1 und \tilde{z}_1 :

$$\tilde{w}_1(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{w}_1(\alpha, \beta, t) e^{i[\lambda(\alpha - x) + \mu(\beta - y)]} d\alpha d\beta d\lambda d\mu,$$

$$\tilde{z}_1(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{z}_1(\alpha, \beta, t) e^{i[\lambda(\alpha - x) + \mu(\beta - y)]} d\alpha d\beta d\lambda d\mu$$

Legende zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 9):

- Abb. 9: a) Mittlere vertikale Dichteverteilung im Gotland-Tief für die Zeit vom 6.9. – 12.9.67.
 b) 1. Ableitung der drei Eigenfunktionen $W_1(z), W_2(z), W_3(z)$ für lange interne Wellen im Gotland-Tief mit der mittleren Dichteschichtung wie in a).
 c) Die Eigenfunktionen $W_1(z), W_2(z), W_3(z)$ für lange interne Wellen im Gotland-Tief mit der mittleren Dichteschichtung wie in a).
 d) Tabelle der zugehörigen horizontalen Wellenlängen in km für die Perioden 13 h, 13,5 h und 14 h (n = Ordnung der Wellen).
 e) Graphische Darstellung der Funktion $h(\lambda) = \lambda(\lambda^2 + c_1)^{-\frac{1}{2}}$
 mit $c_1 = 1,802 \cdot 10^{-4}$.



d

T	13h	13,5h	14h
n=1	153,8	205,7	378,6
n=2	62,3	83,4	153,5
n=3	47,1	63,0	116,0

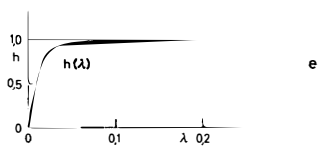


Abb. 9

Tafel 9 (zu Hollan)

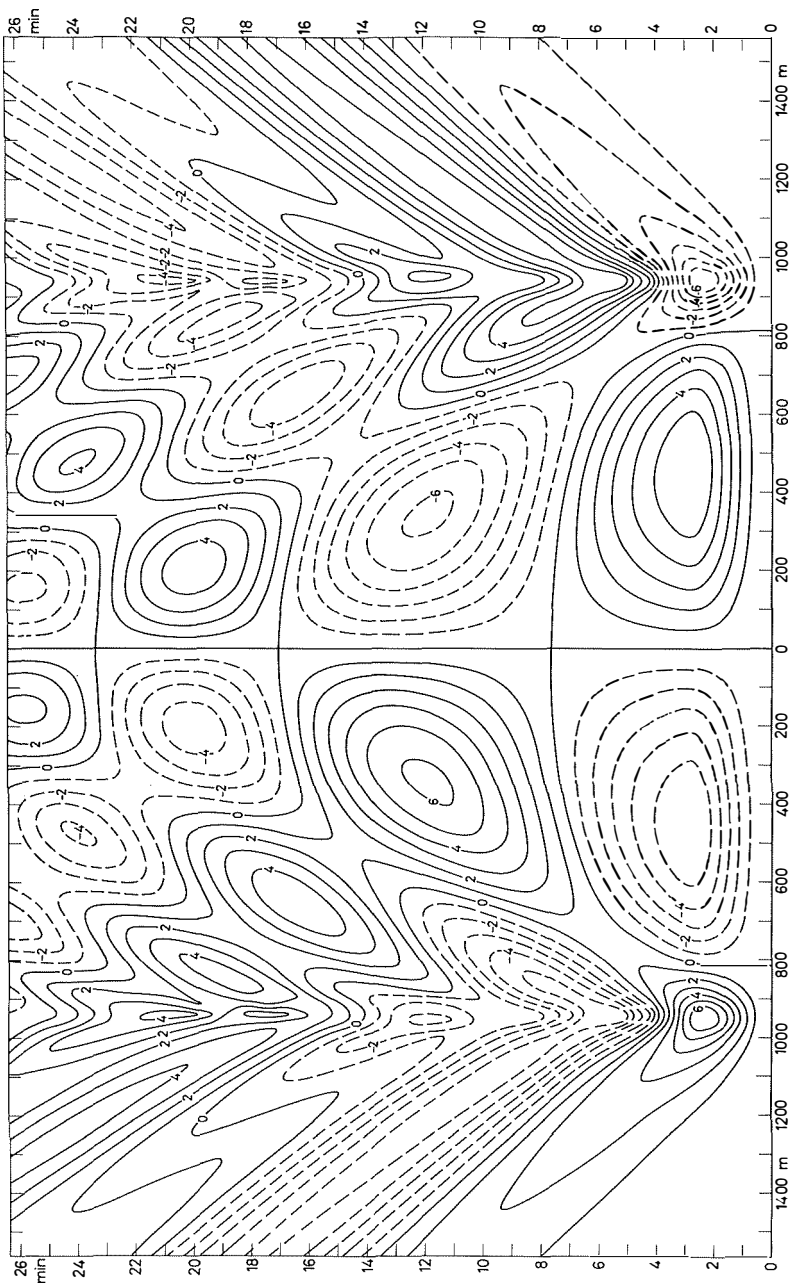


Abb. 10

Tafel 10 (zu Hollan)

erhält man durch Einsetzen in die Differentialgleichung (14) und Berücksichtigungen der Anfangsbedingungen die Lösung:

$$(15) \quad \tilde{w}_1(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^t \frac{\partial \tilde{z}_1(\alpha, \beta, \tau)}{\partial \tau} \sin \sqrt{\frac{g \Gamma_0 (\lambda^2 + \mu^2)}{\lambda^2 + \mu^2 + c_1}} (t - \tau) d\tau \cdot \frac{\cos(\lambda(\alpha - x) + \mu(\beta - y))}{\sqrt{g \Gamma_0} \sqrt{\frac{\lambda^2 + \mu^2 + c_1}{\lambda^2 + \mu^2}}} d\alpha d\beta d\lambda d\mu$$

Für den eindimensionalen Fall ergibt sich:

$$(16) \quad \tilde{w}_1(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^t \frac{\partial \tilde{z}_1(\alpha, \tau)}{\partial \tau} \sin \sqrt{\frac{g \Gamma_0 \lambda^2}{\lambda^2 + c_1}} (t - \tau) d\tau \cdot \frac{\cos(\lambda(\alpha - x))}{\sqrt{g \Gamma_0} \sqrt{\frac{\lambda^2 + c_1}{\lambda^2}}} d\alpha d\lambda$$

Die erhaltenen Lösungen sind infolge der Integraldarstellung wenig übersichtlich. Eine allgemeine Diskussion ist dadurch erschwert, daß die uneigentlichen Integrale über λ und μ in (15) bzw. λ in (16) nicht analytisch gelöst vorliegen. Es besteht deshalb ohne umfangreiche analytische Behandlung nur die Möglichkeit, durch numerische Berechnung von Lösungsbeispielen Einblick zu gewinnen. Die Rechnung vereinfacht sich sehr, wenn die horizontale Verteilung der Kräfte, die mit der Funktion $\tilde{z}_1(x, y, t)$ beschrieben wird, so gewählt wird, daß die Integration über α und β analytisch auszuführen ist.

Allgemein lassen die Lösungen (15) und (16) erkennen, daß \tilde{w}_1 umgekehrt proportional zur Stabilität Γ_0 der Schichtung ist, wie es den physikalischen Vorstellungen entspricht.

Die Integration über die Zeit τ im Faltungsintegral liefert zusätzlich im Nenner den Faktor $N = \sqrt{g \Gamma_0}$, der mit dem dort bereits stehenden gleichen Faktor N zusammen die Proportionalität der Lösung zu N^{-2} bzw. Γ_0^{-1} ergibt. Ferner läßt sich aus dem Verlauf der

Funktion $h = \lambda(\lambda^2 + c_1)^{-\frac{1}{2}}$ schließen, daß die Väisälä-Periode

$T_v = \frac{2\pi}{N}$ die kürzest mögliche Schwingungsdauer der Bewegungen ist. Aus der graphischen Darstellung der Funktion h in Abb. 9 ist ersichtlich, daß von dem Wert 0 im Ursprung ausgehend der Wert 1 mit wachsendem λ asymptotisch erreicht wird. Alle möglichen Werte von h liegen zwischen 0 und 1. Das bedeutet aber, daß nur Schwingungen mit Frequenzen von $\nu \gg N$ bei der Integration über die Zeit beteiligt sind und daß daher nur Schwingungen mit größeren Perioden als T_v resultieren können, wie es nach der Theorie kurzer interner Wellen ist.

Anhand eines Lösungsbeispiels, das auf die beobachtete interne Welle mit der Periode von 20 min im Gotland-Tief zugeschnitten ist, lassen sich weitere Einzelheiten über das

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 10):

Abb. 10: Höhenlinienbild der Funktion $\tilde{w}_1(x, t)$.

Verhalten der Lösungen aufdecken. Beschränkt man sich auf eindimensionale Störungen und wählt speziell eine Verteilung der vertikal gerichteten Kraft in der Form:

$$(17) \quad Z_1(x, y, z, t) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{\Delta t} t \cdot \sin \frac{2\pi}{L} x \cdot \bar{p}(z) W_1(z) & \text{für } 0 \leq t \leq \Delta t \\ & -\frac{L}{2} \leq x \leq +\frac{L}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

so nimmt die zugehörige Lösung gemäß (16) nach längerer Rechnung die folgende Gestalt an, wenn mit M der Ausdruck $(g \Gamma_0 \lambda^2 / (\lambda^2 + c_1))^{1/2}$

bezeichnet ist:

$$(18) \quad \tilde{w}_1(x, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda \frac{L}{2}}{\frac{4\pi^2}{L^2} - \lambda^2} \frac{2\pi}{L} \frac{M^2}{g \Gamma_0} \frac{1}{\frac{\pi^2}{\Delta t^2} - M^2} \frac{\pi}{\Delta t} \cdot$$

$$\left(\cos Mt - \cos \frac{\pi}{\Delta t} t \right) \sin \lambda x d \lambda \quad \text{für } 0 \leq t \leq \Delta t$$

und

$$(19) \quad \tilde{w}_1(x, t) = \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda \frac{L}{2}}{\frac{4\pi^2}{L^2} - \lambda^2} \frac{2\pi}{L} \frac{M^2}{g \Gamma_0} \frac{1}{\frac{\pi^2}{\Delta t^2} - M^2} \frac{\pi}{\Delta t} \cdot$$

$$\cos M \frac{\Delta t}{2} \cdot \cos M \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) \sin \lambda x d \lambda \quad \text{für } t \geq \Delta t.$$

Die verbliebene Integration über λ wird numerisch ausgeführt. Durch den ersten Faktor des Integranden ist jeweils mit wachsendem λ eine Abnahme der Beiträge proportional zu λ^{-2} gegeben, so daß von einer passend gewählten endlichen Obergrenze ab das Restintegral ohne spürbaren Fehler vernachlässigt werden kann.

Das vorgegebene Beispiel wurde mit den Parameterwerten $\Delta t = 3 \text{min}$, $L = 6\pi \times 10^2 \text{m} = 1,886 \text{km}$, $c_1 = 1,802 \times 10^{-4} \text{m}^{-2}$ ($H = 234 \text{m}$), $\Gamma_0 = 2,9683 \times 10^{-5} \text{m}^{-1}$ berechnet.

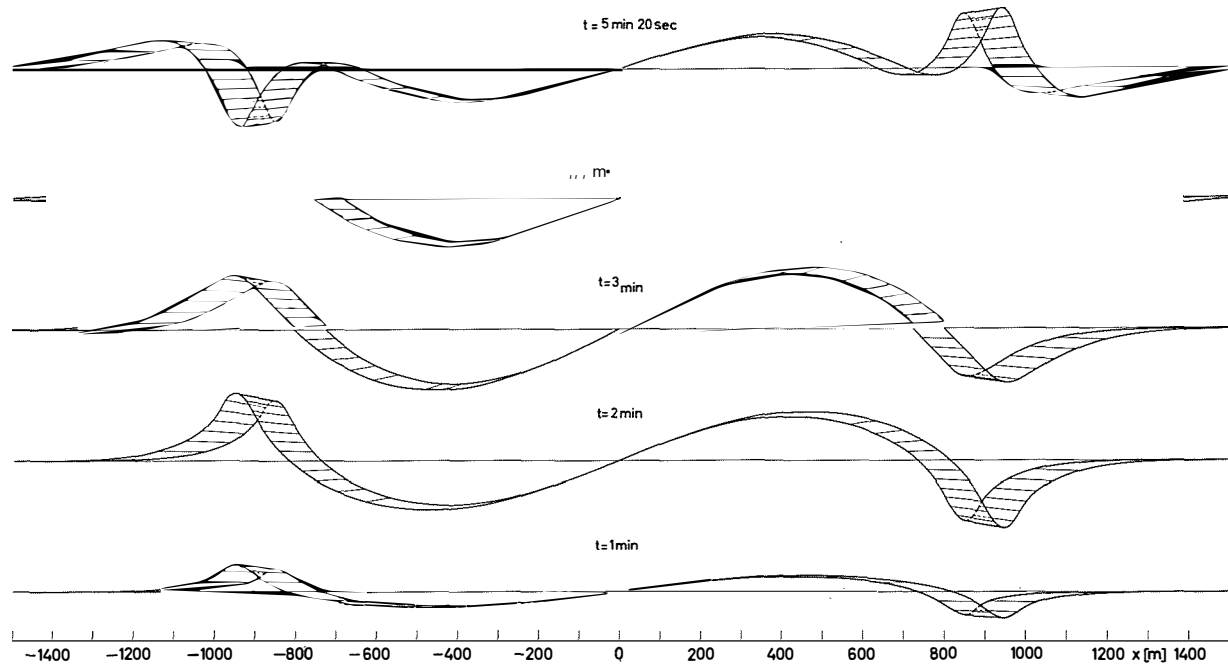
Die numerische Approximation des Integrals mit Hilfe der Simpson'schen Formel wurde so angelegt, daß mindestens 20 Stützwerte die im Integranden vorkommenden kürzesten Oszillationen erfassen. Die Integration wurde bei der Obergrenze $\lambda_0 = 10$ abgebrochen, so daß die Vernachlässigung des Restintegrals einen Fehler von etwa 1% bedeutete.

Die erhaltene Lösung ist in Abb. 10 wiedergegeben. In Abhängigkeit von der Zeit- und Raumkoordinate ergibt sich ein kompliziertes Bild der w -Verteilung. Als charakteristische Merkmale fallen jedoch folgende Eigenschaften sofort auf. Im Einwirkungsbereich der Kräfte zwischen -943m und $+943 \text{m}$ entstehen nahezu stehende Schwingungen, deren Amplituden am Ende der Krafteinwirkung bei $t = 3 \text{min}$ höchste Werte erreichen und mit fortschreitender Zeit ständig abnehmen. Gleichzeitig verkleinert sich die horizontale

Legende zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 11, 12, 13):

Abb. 11, 12, 13: Zeitliche Änderung der Vertikalgeschwindigkeit $w(x, t, z)$ für einen Beobachter in der Tiefe z .

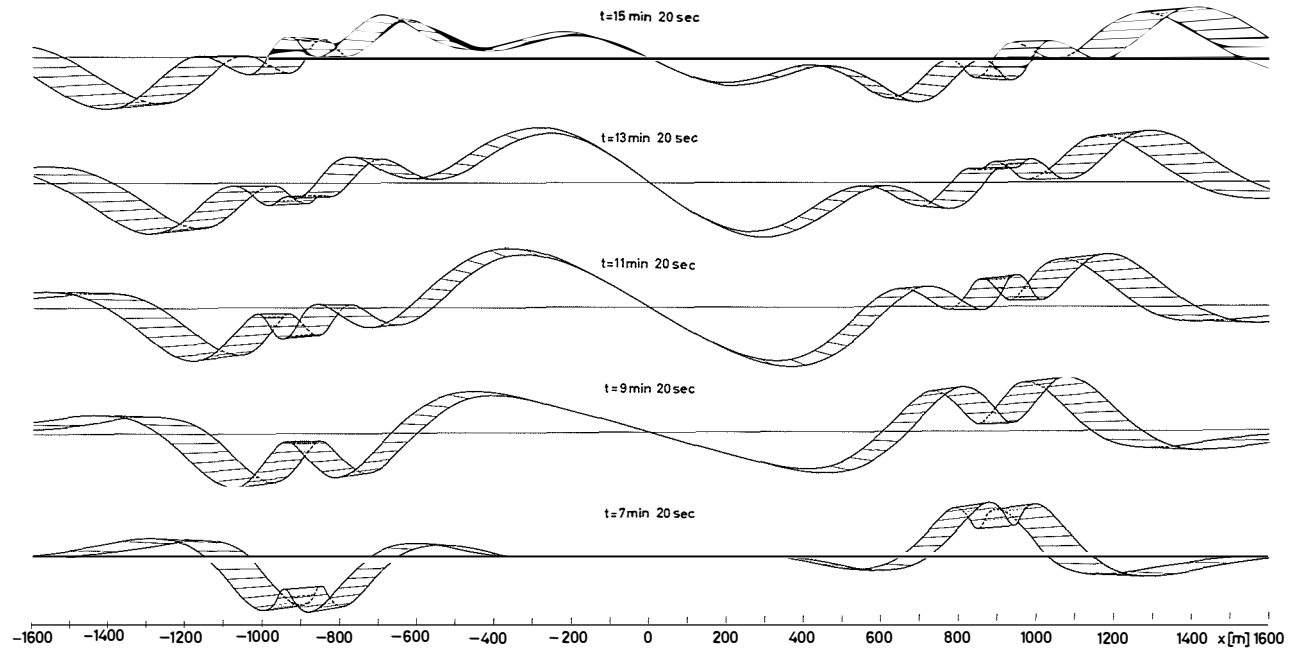
Zeitlicher Ablauf der Vertikalgeschwindigkeit $w(x,t,z)$ erzwungener kurzer interner Wellen



Tafel 11 (zu Hollan)

Abb. 11

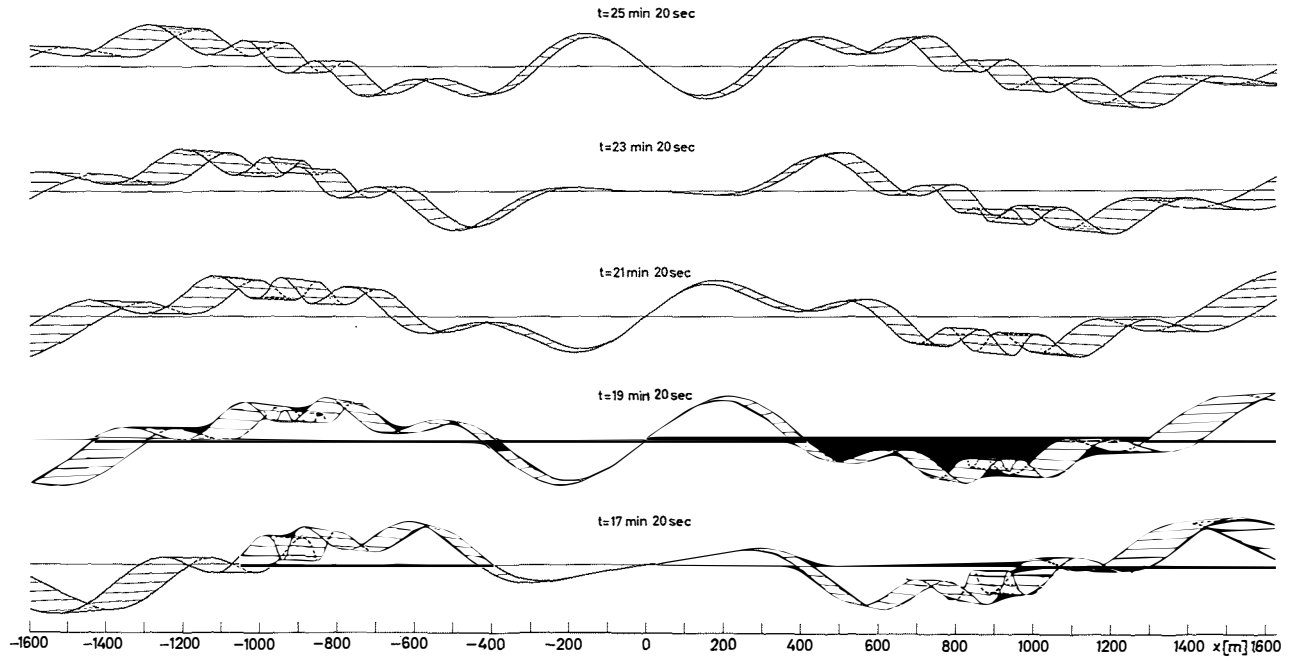
Zeitlicher Ablauf der Vertikalgeschwindigkeit $w(x,t,z)$ erzwungener kurzer interner Wellen



Tafel 12 (zu Hollan)

Abb. 12

Zeitlicher Ablauf der Vertikalgeschwindigkeit $w(x,t,z)$ erzwungener kurzer interner Wellen



Tafel 13 (zu Hollan)

Abb. 13

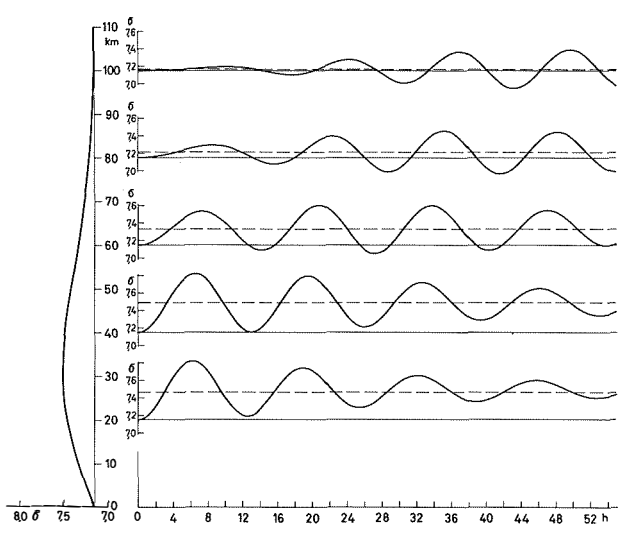
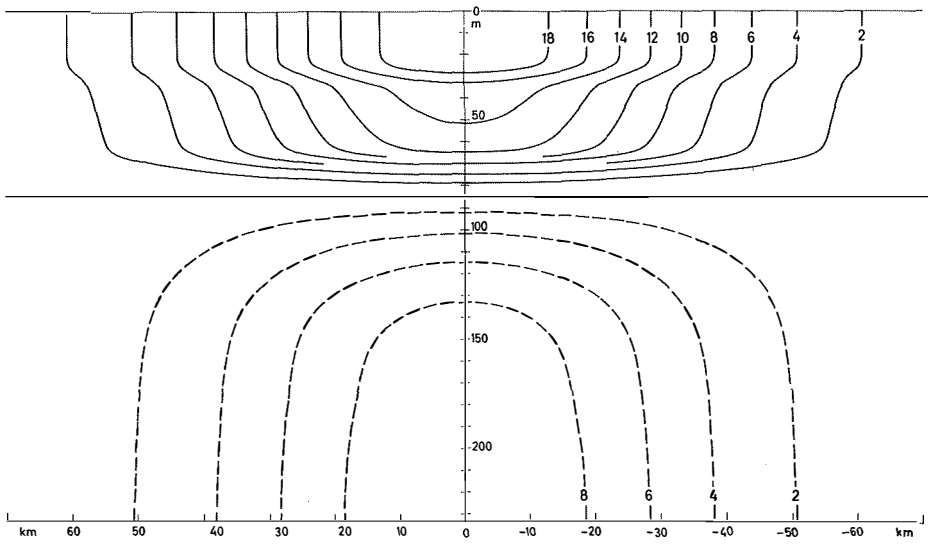


Abb. 14

Tafel 14 (zu Hollan)

Ausdehnung der stehenden Schwingungen: bei $t = 24\text{min}$ beträgt sie nur noch 600m. Auch die Periode hat zu diesem Zeitpunkt von dem Wert von 16min zu Anfang auf etwa 10min abgenommen.

Außerhalb des Anregungsbereichs, ungefähr von 1km Entfernung vom Ursprung ab, entstehen fortschreitende interne Wellen. Einen ersten vom Zentrum fortlaufenden Wellenzug erkennt man beiderseits der Zeitachse an den schräggestellten Höhenlinien der Funktion \tilde{w}_1 . Aus der Steigung der Linien ist eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von $c = 1,125\text{ m/sec}$ zu entnehmen. Die Periode beträgt ungefähr 16 min. Später lösen sich langsamer laufende, kürzere Wellen mit kleinerer Periode ab und folgen den ersten nach. Dieser Vorgang setzt bereits nach 14min am Rand des Anregungsbereiches ein.

In der Übergangszone zwischen stehenden und fortschreitenden Schwingungen entwickeln sich kompliziertere Vorgänge, die sich mit wachsender Zeit auf das Zentrum und nach außen zu ausbreiten und die anfangs erzeugten längeren Wellen in schnell veränderliche, sehr kurze Bewegungen umwandeln.

Der Bewegungsablauf ist in den Abb. 11 – 13 noch einmal anschaulich dargestellt. In aufeinander folgenden Zeitpunkten ist das Wellenprofil wiedergegeben, wie es ein Beobachter bei $x = 0$ in mittleren Tiefen zu beiden Seiten sehen würde. Die zunehmende Verkleinerung der Schwingungen und das Abwandern der fortschreitenden Wellen nach außen sind als Hauptmerkmale deutlich erkennbar. Zu ähnlichen Ergebnissen führen entsprechende Betrachtungen über die kurzperiodische Unruhe in der westlichen Ostsee (E. HOLLAN, 1966).

Der beschriebene interne Schwingungsvorgang erweist sich in seinen wesentlichen Merkmalen als Reaktionsform des ruhenden Mediums auf lokale kleinräumige Störungen. Die erzeugte kinetische Energie wird auf die weitere ungestörte Umgebung verteilt, bis nach vorübergegangener Störung die Ausbreitung so weit vorangeschritten ist, daß keine Bewegung mehr zu spüren ist und schließlich wieder Ruhe eintritt.

Die Herkunft der erzeugenden Kräfte ist unbekannt. Aus der Rechnung folgt, daß für den in Frage kommenden Periodenbereich zwischen 6 min und 1 h Horizontalausdehnungen der Störungen bis zu wenigen Kilometern gegeben sein müssen. Während Vertikal-komponenten dieser Kräfte direkt Vertikalauslenkungen der Wasserteilchen aus ihrer Ruhelage erzwingen, können horizontalgerichtete Kräfte nur zu entsprechender Wirkung gelangen, wenn ihr Feld divergent ist, was sich aus dem inhomogenen Bestandteil

$$\nabla_h \cdot \frac{\partial^2 \mathfrak{K}}{\partial z \partial t}$$

der Differentialgleichung (6) ergibt. Diese divergente Kraftverteilung muß ähnliche horizontale Ausmaße und zeitliche Abhängigkeit haben wie im betrachteten Beispiel, um zu vergleichbaren internen Schwingungen zu führen. Die Häufigkeit kurzer interner Wellen am Beobachtungsort gibt Anlaß zu der Annahme, daß solche Kraftfelder eine verbreitete Erscheinung sind und in der mittleren horizontalen Strömungsverteilung entsprechend häufig Inhomogenitäten ausgebildet sein müssen. Atmosphärische Ursachen können dazu den Anstoß geben ebenso wie größere horizontale Wirbelbewegungen oder Änderungen der Strömung durch Hindernisse.

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 14):

Abb. 14: Vertikalschnitt in Nord-Süd-Richtung \perp quer zur Anfangsverteilung der eindimensionalen Strömung mit $k = 6,25 \cdot 10^{-10}\text{ m}^{-2}$. Zur Adaptation gehörige Dichteschwankungen in 70 m Tiefe in den Entfernungen $y = 20, 40, 60, 80, 100\text{ km}$ vom Ursprung nach Norden zu sowie die stationäre Verteilung der Dichte nach der Adaptation in gleicher Tiefe. (Isotachen in Einheiten cm/sec .)

Die Größenordnung der vertikal gerichteten Anregungskräfte ergibt sich aus dem berechneten Lösungsbeispiel, wenn man eine maximale Auslenkung der Teilchen durch die Welle vorgibt. Bei einer maximalen Hebung der Teilchen um 5 m in mittleren Tiefen von etwa 100 m in der Anregungsphase und im Zentrum erhält man einen Betrag von $0,24 \text{ gr/cm}^2 \text{sec}^2$ für das Maximum der gemäß Gleichung (17) aufzubringenden Kräfte.

Für die mittlere Vertikalgeschwindigkeit während dieser erstmaligen Auslenkung ergibt sich ein Wert von $1,2 \text{ cm/sec}$.

2. Die Entstehung langperiodischer Schwingungen

Die Ausbildung langperiodischer Schwankungen mit der Schwingungsdauer im Bereich der Trägheitsperiode ist eine im Weltmeer weitverbreitete Erscheinung. Die Schwingungen werden in Gang gesetzt durch horizontal weit ausgedehnte Störungen des geostrophischen Gleichgewichtes im Meer und bewirken eine Veränderung des mittleren Strömungsfeldes.

Ausführliche Untersuchungen über Adaptationsvorgänge im Meer und in der Atmosphäre wurden von C.G. ROSSBY (1938), A. DEFANT (1940), F. DEFANT (1940), A. CAHN (1945) sowie B. BOLIN (1953), J.E. FJELDSTAD (1958), J.M. MIHALJAN (1963) und M. CREPON (1967) angestellt. Weitgehende Annäherung an die natürlichen Verhältnisse im Meer haben B. BOLIN und J.E. FJELDSTAD in ihren Arbeiten durch die Berücksichtigung der kontinuierlichen Dichteschichtung erreicht. Während BOLIN lediglich für den Spezialfall linearer Zunahme der Dichte mit der Tiefe die Anpassungsbewegungen berechnet, liefert FJELDSTAD eine Theorie, die beliebige stabile mittlere Dichteverteilungen zuläßt und verschiedene Typen von unbalancierten Anfangsströmungen berücksichtigt.

Im folgenden werden die beobachteten Schwingungen im Gotland-Tief zunächst mit Hilfe der FJELDSTAD'schen Theorie auf ihre Ursachen hin untersucht und später in einer erweiterten Rechnung auf anregende horizontal gerichtete Kräfte zurückgeführt.

Mit der quasistatischen Approximation ergibt sich aus den Gleichungen (3) für die Vertikalkomponente der Bewegungen die Differentialgleichung.

$$(20) \quad g \Gamma \Delta_h w + \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial t^2} + \Gamma \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial t^2} + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \Gamma \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

wobei äußere Kräfte nicht mehr in die Rechnung einbezogen sind. Diese Differentialgleichung gestattet eine Separation gemäß dem Ansatz

$$(21) \quad w(x, y, z, t) = \tilde{w}(x, y, t) \cdot W(z),$$

ohne daß $\Gamma(z)$ spezialisiert werden muß.

Der Separationsansatz führt auf folgende Differentialgleichungen für W und \tilde{w} :

$$(22) \quad \frac{d^2 W}{dz^2} + \Gamma \frac{dW}{dz} + g \Gamma \nu W = 0, \quad W(z=0) = W(z=H) = 0,$$

und

$$(23) \quad \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial t^2} + f^2 \tilde{w} - \frac{1}{\nu} \Delta \tilde{w} = 0,$$

worin ν die Separationskonstante bedeutet.

Für die unabhängigen Variablen u, v, ρ, p , die als Störungsgrößen 1. Ordnung zu verstehen sind und für die Auslenkung ζ der Wasserteilchen wird eine Entwicklung nach den Eigenfunktionen $W_n(z)$ der Aufgabe (22) vorgenommen in der Form

$$(24) \quad \begin{aligned} u &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{u}_n(x, y, t) \frac{dW_n(z)}{dz}, & \zeta &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\zeta}_n(x, y, t) W_n(z), \\ v &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{v}_n(x, y, t) \frac{dW_n(z)}{dz}, & \rho &= \frac{d\tilde{\rho}}{dz} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\zeta}_n(x, y, t) W_n(z), \\ p &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_n} \tilde{\zeta}_n(x, y, t) \frac{dW_n(z)}{dz} \tilde{\rho}(z). \end{aligned}$$

Durch Einführung dieses Ansatzes in die Grundgleichungen (3), in denen die äußeren Kräfte und die Vertikalbeschleunigung $\frac{\partial w}{\partial t}$ vernachlässigt werden, läßt sich das folgende Differentialgleichungssystem für die Funktionen $\tilde{u}_n, \tilde{v}_n, \tilde{\zeta}_n$ aufstellen:

$$(25) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial t} + f \tilde{v}_n + \frac{1}{v_n} \frac{\partial \tilde{\zeta}_n}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial t} - f \tilde{u}_n + \frac{1}{v_n} \frac{\partial \tilde{\zeta}_n}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial t} + \frac{1}{v_n} \left(\frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial y} \right) &= 0. \end{aligned}$$

Die Lösung wird mit Hilfe der für \tilde{w}_n aus der Differentialgleichung (23) erhaltenen Lösung ermittelt. Für ein horizontal unbegrenztes Meeresgebiet sind lediglich Anfangsbedingungen zu berücksichtigen, die für \tilde{w}_n die Form

$$(26) \quad \tilde{w}_n(x, y, t=0) = 0, \quad \left. \frac{\partial \tilde{w}_n(x, y, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \Phi_n(x, y)$$

erhalten.

Mit Hilfe der neu eingeführten Funktionen ψ_n , die mit \tilde{w}_n in der Beziehung

$$(27) \quad \psi_n = \int_0^t \tilde{w}_n dt$$

stehen und infolgedessen gemäß (23) und (26) die Differentialgleichung

$$(28) \quad \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial t^2} + f^2 \psi_n - \frac{1}{v_n} \Delta \psi_n = \Phi_n(x, y)$$

mit $\psi_n = 0, \quad \frac{\partial \psi_n}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial t^2} = \Phi_n(x, y)$ für $t = 0$ erfüllen,

werden Lösungen des Systems (25) angegeben, die verschiedene Anfangsbedingungen berücksichtigen. Von den drei von FJELDSTAD hierfür unterschiedenen Fällen, nämlich

1. $\bar{u}(\mathbf{x}, y, t = 0) = \Phi(\mathbf{x}, y), \quad \bar{v}(\mathbf{x}, y, t = 0) = 0, \quad \bar{\zeta}(\mathbf{x}, y, t = 0) = 0,$
2. $\bar{u}(\mathbf{x}, y, t = 0) = 0, \quad \bar{v}(\mathbf{x}, y, t = 0) = \Phi(\mathbf{x}, y), \quad \bar{\zeta}(\mathbf{x}, y, t = 0) = 0,$
3. $\bar{u}(\mathbf{x}, y, t = 0) = 0, \quad \bar{v}(\mathbf{x}, y, t = 0) = 0, \quad \bar{\zeta}(\mathbf{x}, y, t = 0) = \Phi(\mathbf{x}, y)$

ist der erste Fall für die Interpretation der Beobachtungen aus dem Gotland-Tief geeignet, weil eine mittlere Strömung in Ostrichtung gegeben ist. Für eine Berechnung von Adaptationsbewegungen ist nach den von FJELDSTAD diskutierten Lösungen die Annahme naheliegend, daß die Anfangsverteilung der Strömung ebenfalls nur Ostkomponenten aufweist. Dieser Zusammenhang wird aus den im folgenden berechneten Beispielen nachträglich verständlich, wenn der Ablauf der Bewegungen zwischen ihrem Anfangs- und Endzustand überschaubar ist. Im Fall 1 sind die Lösungen von (25) mit Hilfe der Funktionen ψ_n explizit durch die Beziehungen:

$$(29) \quad \begin{aligned} \bar{u}_n &= \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial t^2} - \frac{1}{v_n} \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial y^2}, \\ \bar{v}_n &= f \frac{\partial \psi_n}{\partial t} + \frac{1}{v_n} \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial x \partial y}, \\ \bar{\zeta}_n &= -\frac{1}{\sqrt{v_n}} \left(f \frac{\partial \psi_n}{\partial y} - \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial x \partial t} \right) \end{aligned}$$

darstellbar.

Durch die spezielle Wahl einer eindimensionalen Anfangsverteilung der Strömung

$$(30) \quad u(y, z, t = 0) = -a e^{-ky^2} \frac{dW_1(Z)}{dz}, \quad a = \text{const}, \quad k = \text{const},$$

d. h. $\Phi_1(y) = e^{-ky^2}$,

kommt man den Verhältnissen auf der Ankerstation im Hinblick auf die Vertikalverteilung der mittleren Strömung bereits nahe. Der Verlauf von $\frac{dW_1}{dz}$ ist aus Abb. 9 zu entnehmen und bedingt in den unteren Wasserschichten eine Gegenströmung von maximal halbem Betrag des Wertes an der Oberfläche. Durch die Wahl von $a = 20.0$, d. h. $u(y=0, z=0, t=0) = 20 \text{ cm/sec}$ und $u(y=0, z=232, t=0) = 9.9 \text{ cm/sec}$, sind die natürlichen Bedingungen in erster Näherung gewahrt. Integration der Differentialgleichung (28) nach

der Methode von CAUCHY führt auf das Ergebnis mit $M = \left(f^2 + \frac{\mu^2}{v_1} \right)^{\frac{1}{2}}$:

$$(31) \quad \psi_1(y, t) = \frac{1}{\sqrt{k} \pi} \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k}} \frac{1 - \cos Mt}{M^2} \cos \mu y \, d\mu,$$

das die gesuchte Lösung gemäß (29) in der Darstellung

$$\begin{aligned}
 u_1 &= - \left(e^{-ky^2} - \frac{f^2}{\sqrt{k}\pi} \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k}} \frac{1 - \cos Mt}{M^2} \cos \mu y \, d\mu \right) a \frac{dW_1}{dz} , \\
 (32) \quad v_1 &= - \frac{f}{\sqrt{k}\pi} \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k}} \frac{\sin Mt}{M} \cos \mu y \, d\mu \cdot a \frac{dW_1}{dz} , \\
 \rho_1 &= \frac{f}{\sqrt{v_1 k} \pi} \int_0^\infty \mu e^{-\frac{\mu^2}{4k}} \frac{1 - \cos Mt}{M^2} \sin \mu y \, d\mu \cdot a \frac{d\bar{\rho}}{dz} W_1
 \end{aligned}$$

liefert. In dieser Form gestattet die Lösung, den asymptotisch erreichten Endzustand der Strömung abzulesen. Für große Zeitwerte t tragen die entsprechend häufig oszillierenden Bestandteile in den Integranden wenig zum Integral bei. Es ergibt sich für hinreichend große Zeiten die stationäre Strömungs- und Dichteverteilung:

$$\begin{aligned}
 (33) \quad u_E &= - \left(e^{-ky^2} - \frac{f^2}{\sqrt{k}\pi} \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k}} \frac{\cos \mu y}{M^2} \, d\mu \right) a \frac{dW_1}{dz} , \quad v_E = 0, \\
 \rho_E &= \frac{f}{\sqrt{v_1 k} \pi} \int_0^\infty \mu e^{-\frac{\mu^2}{4k}} \frac{\sin \mu y}{M^2} \, d\mu \cdot a \frac{d\bar{\rho}}{dz} W_1 .
 \end{aligned}$$

Während (32) in Beispielen auf numerischem Wege ausgewertet werden muß, ist (33) mit Hilfe des Fehlerintegrals $\operatorname{erf}(s) = \operatorname{erf}(s) = 2\pi^{-\frac{1}{2}} \int_0^s e^{-t^2} dt$ geschlossen darstellbar (s.F.OBERHETTINGER, (1957)).

Es folgt:

$$\begin{aligned}
 (34) \quad u_E &= - \left[e^{-ky^2} - \frac{f}{4} \sqrt{\frac{v_1 \pi}{k}} e^{\frac{f^2 v_1}{4k}} \left(e^{-f\sqrt{v_1} y} \left(1 - \operatorname{erf} \left(f \sqrt{\frac{v_1}{4k}} - \sqrt{k} y \right) \right) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + e^{f\sqrt{v_1} y} \left(1 - \operatorname{erf} \left(f \sqrt{\frac{v_1}{4k}} + \sqrt{k} y \right) \right) \right) \right] \cdot a \frac{dW_1}{dz} , \\
 \rho_E &= \frac{f}{4} \sqrt{\frac{v_1 \pi}{k}} e^{\frac{f^2 v_1}{4k}} \left[e^{-f\sqrt{v_1} y} \left(1 - \operatorname{erf} \left(f \sqrt{\frac{v_1}{4k}} - \sqrt{k} y \right) \right) - \right. \\
 &\quad \left. - e^{f\sqrt{v_1} y} \left(1 - \operatorname{erf} \left(f \sqrt{\frac{v_1}{4k}} + \sqrt{k} y \right) \right) \right] \cdot a \frac{d\bar{\rho}}{dz} W_1 .
 \end{aligned}$$

Die Lösungen (32) beschreiben oszillierende Bewegungen, für die hinsichtlich der Schwingungsdauer eine allgemeine Aussage gemacht werden kann. Betrachtet man die

$$\text{Funktion } r(\mu) = \left(f^2 + \frac{\mu^2}{v_1} \right)^{\frac{1}{2}},$$

die für festes μ die Frequenzen in den oszillierenden Teilen der Integranden liefert, so ist eine monoton mit μ steigende Funktion gegeben. Der kleinste Wert bei $\mu = 0$ beträgt $r(0) = f$. Es treten demnach für alle Werte von μ im Integrationsbereich nur Frequenzwerte $r \geq f$ auf. Das bedeutet, daß nur Schwingungen mit Perioden $T(\mu) \leq T_{tr}$ an der Darstellung der Lösungen (32) beteiligt sind. Die Adaptationsbewegungen können daher, wenn sie periodisch ablaufen, höchstens eine Schwingungszeit mit dem Wert der örtlich durch die geographische Breite bestimmten Trägheitsperiode erreichen.

Zur Diskussion der Adaptationsbewegungen werden die Lösungen (32) und (34) für zwei Fälle berechnet, in denen die Anfangsströmung verschiedene Breite hat, um das Verhalten der Bewegungen unter veränderten horizontalen Ausdehnungen der Störung zu zeigen. Mit $k = 6,25 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-2}$ ist eine Strömung gegeben, die in 40 km Entfernung vom Zentrum auf den e^{-1} -ten Teil abgenommen hat und demnach in einer anfänglichen Breite von etwa 100 km wirksam ist.

Die Ergebnisse für dieses Beispiel sind in den Abb. 14 – 16 graphisch dargestellt. In einem Vertikalabschnitt ist die vorgegebene Anfangsströmung in Abb. 14 wiedergegeben. Der stärkeren Ostströmung an der Oberfläche ist in der ganzen Ebene eine schwächere Westströmung unterlagert. Die einsetzenden Adaptationsbewegungen sind in Abb. 14 anhand der Dichteschwankungen in 70 m Tiefe zu verfolgen, die in verschiedenen Entfernungen vom Ursprung nach Norden zu entstehen. Die Periode der Schwingungen beträgt ungefähr 13,5 h und vergrößert sich mit wachsender Zeit allmählich, ohne jedoch den Wert der Trägheitsperiode von 14 h 13 min zu überschreiten. Während im Zentrum der Strömung sofort hohe Amplituden erzeugt werden und nachfolgend ein Einschwingen auf den stationären Endwert der Dichte erfolgt, werden in größerer Distanz die Bewegungen stark verzögert angeregt und erst nach mehreren Schwingungen auf maximale Amplituden gebracht, ehe eine Annäherung des stationären Endzustandes eintritt. Die am Ende der Adaptation in 70 m Tiefe erreichte Dichteverteilung ist in Abb. 14 links gesondert dargestellt. Nach Süden zu setzt sich die Verteilung symmetrisch zum Nullpunkt der y -Achse fort. Die positive Steigung der Kurve im Bereich zwischen $y = +20 \text{ km}$ und $y = -20 \text{ km}$ deutet an, daß im stationären und geostrophischen Endzustand im Zentrum eine Ostströmung erhalten geblieben ist. An den Flanken nimmt die Steigung negative Werte an, wodurch angezeigt wird, daß beiderseits des Hauptstroms Gegenströmungen entstanden sind. Ein vollständiges Bild der stationären Bewegungen vermittelt Abb. 16.

Der Übergang der zu Anfang gegebenen Strömung in die Endverteilung für Oberfläche und Bodennähe ist in Abb. 15 veranschaulicht. In einer Hodographendarstellung ist für vier ausgewählte Punkte ($y = 0, 20, 40, 60 \text{ km}$) gezeigt, in welcher Weise sich die Schwingungen im Strömungsfeld darstellen. Die Spitzen der Stromvektoren laufen in der Oberschicht gemäß der ostwärts gerichteten Anfangswerte im Uhrzeigersinn auf spiral-

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 15):

Abb. 15: Hodographendarstellung der Stromvektoren in 0 m und 232 m Tiefe für die Adaptationsbewegungen mit der Anfangsverteilung der Strömung wie in Abb. 14. Gerissene Linie: Anfangslage der Stromvektoren, punktierte Linie: stationäre Lage der Stromvektoren nach der Adaptation.

Tafel 15 (zu Hollan)

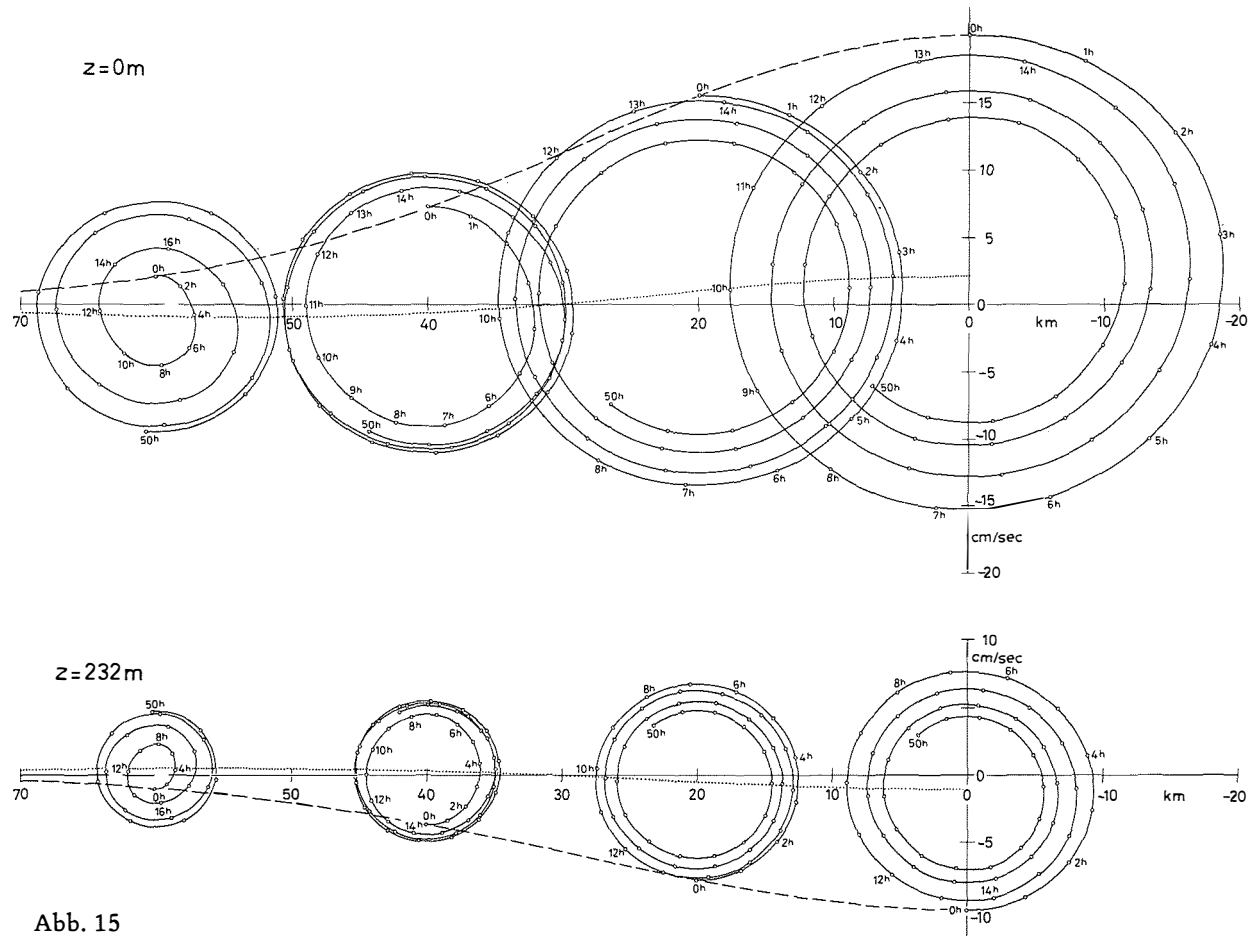


Abb. 15

Tafel 16 (zu Hollan)

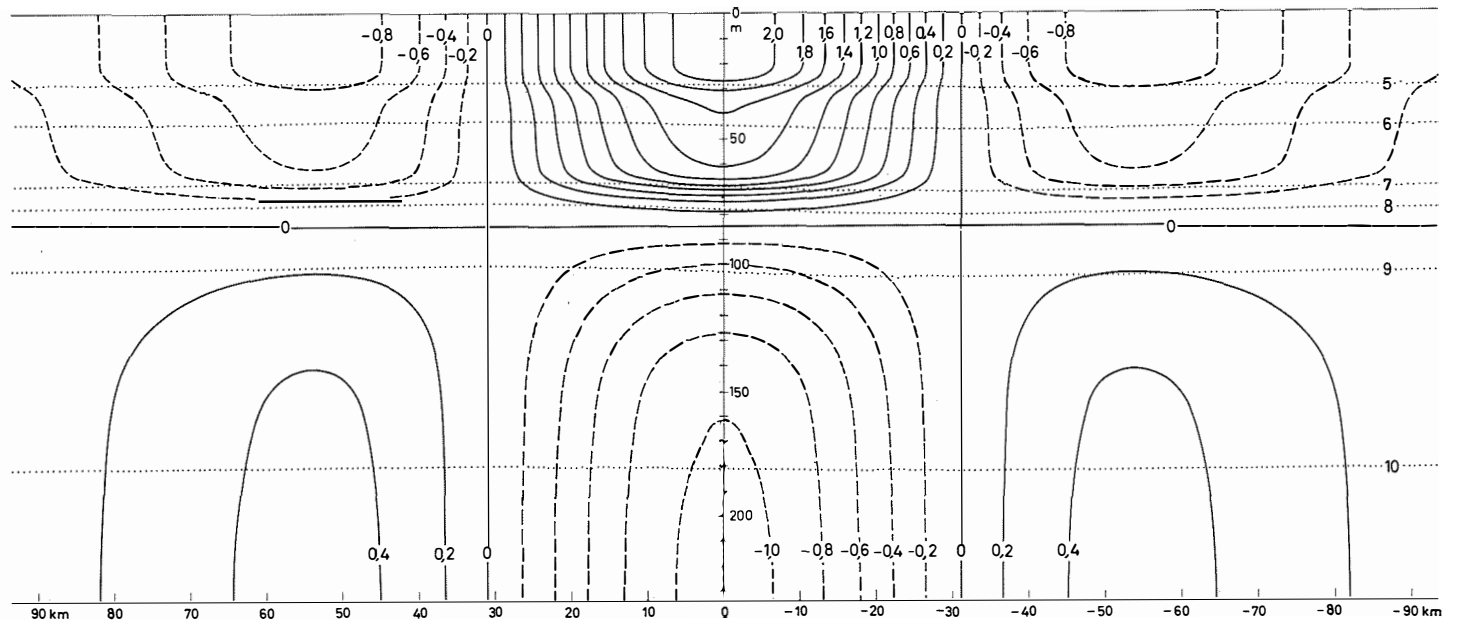


Abb. 16

spiralförmigen Bahnen in die Endlage (punktierte Kurve), während in der Unterschicht durch die Stromumkehr eine entgegengesetzte Durchlaufung der Spiralbahnen erfolgt. Wenn man für $z = 0$ die Lage der Vektoren um 0 h und 14 h zueinander verfolgt, so zeigt sich, daß mit zunehmender Entfernung vom Ursprung eine Verspätung in der Eintrittszeit gleicher Phase entsteht. Die Richtung des Stromvektors um 14 h im Zentrum wird erst über 2 h später in 60 km Entfernung erreicht. In Erweiterung der Betrachtungen über kurzperiodische Wellen kann man davon sprechen, daß außerhalb der Anregungszone zu Anfang Ruhe herrscht und durch fortschreitende Wellen, die von dem Einwirkungsbereich der Störung ausgehen, die Bewegung weitergetragen wird.

Der Endzustand nach der Adaptation ist in Abb. 16 in einem Vertikalschnitt wiedergegeben. Wie erwartet, sind die Strömungsrichtungen im Zentrum beibehalten worden. Zu beiden Seiten des Hauptstroms haben sich Gegenströmungen eingestellt sowohl in der Oberschicht als auch in der Unterschicht. Der maximale Betrag der Strömung hat sich auf 1/10 des Ausgangswertes reduziert.

Charakteristische Veränderungen machen sich bemerkbar, wenn man das zweite gerechnete Beispiel in Abb. 17 betrachtet. In der Lösung (33) wurde lediglich der Parameter k abgeändert mit dem Ziel, eine auf einen schmaleren Streifen konzentrierte Anfangsströmung zu erhalten. Mit $k = 1 \cdot 10^{-8} \text{m}^{-2}$ ist die Strömung in 10 km Entfernung von der Mitte auf 1/3 des maximalen Betrages reduziert. Die Anfangsstörung ist daher im wesentlichen auf ein 40 km breites Band zusammengedrängt. Die Folgeerscheinungen für die Adaptationsbewegungen sind eine Verkürzung der Periode um eine knappe Stunde in der ersten Phase und ein früheres Einsetzen des Einschwingens auf die stationären Endwerte. Dies ist besonders deutlich anhand der Dichteschwankungen in 70 m Tiefe in Abb. 17 zu erkennen. Die Perioden vergrößern sich nach der ersten Schwingung und nähern sich der Trägheitsperiode an. Im stationären Endzustand sind wieder Gegenströmungen beiderseits der Hauptstromachse ausgebildet. Die Beträge sind im ganzen nur auf die Hälfte der Anfangswerte zurückgegangen.

Die räumliche Verkleinerung der Störung hat somit eine Verkleinerung der Periode zur Folge und führt zu einer schnelleren Anpassung an den Endzustand. Aus Abb. 17 läßt sich eine Abschätzung für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der in den ungestört gebliebenen Bereich einwandernden langen internen Schwingungen entnehmen. Für die Fortpflanzung des ersten Maximums der Dichteschwankung bei 15 km Distanz vom Ursprung über die Entfernung von 40 km nach außen wird eine Zeit von etwa 5,2 h benötigt. Das entspricht einer Phasengeschwindigkeit von 2,14 m/sec bei der anfänglich zwischen 12,6 h und 13 h liegenden Periode. Für die halbtägige interne Gezeitenwelle erhält J. E. FJELDSTAD (1933) in einem Beispiel vergleichsweise den Wert von 199,8 cm/sec (Wassertiefe $H = 3600$ m). Für längere Perioden ergibt sich eine starke Zunahme der Phasengeschwindigkeit. So ist aus derselben Abbildung für das zweite Maximum der Dichteschwankungen nach Beginn der Adaptation bereits eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 3,18 m/sec zu entnehmen. Dieses Verhalten stimmt mit dem für lange interne Wellen erhaltenen Ergebnis überein (W. KRAUSS, 1966), wonach zu sehr langen Wellen sehr große Fortpflanzungsgeschwindigkeiten c gemäß der Relation:

$$(35) \quad c^2 = \frac{f^2}{\kappa_h^2} + \frac{g \Gamma_o H^2}{n^2 \pi^2}, \quad \begin{array}{l} \kappa_h = \text{horizontale Wellenzahl,} \\ n = \text{Ordnung der Welle,} \end{array}$$

gehören.

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 16):

Abb. 16: Vertikalschnitt in Nord-Süd-Richtung quer zur stationären Strömungsverteilung nach der Adaptation. (Ausgezogene und gerissene Linien: Isotachen, punktierte Linien: Isopyknen.)

Die Zunahme der Periode bei sich fortentwickelnder Adaptation steht mit der Ausweitung der Bewegungen auf die angrenzenden von der Störung zu Anfang nicht berührten Gebiete in Zusammenhang. Da als Obergrenze die Trägheitsperiode einen endlichen Wert darstellt, der horizontale Einflußbereich der Schwingungen jedoch über alle Grenzen wachsen kann, ist für die Phasengeschwindigkeit c eine ähnliche Abhängigkeit von den räumlichen Ausmaßen gegeben, wie es für sinusoidale lange interne Wellen durch (35) beschrieben wird.

Die Veränderlichkeit der Schwingungsformen in Abhängigkeit von der räumlichen Größe der Störungen wird in einem dritten Lösungsbeispiel bestätigt, das im Vergleich zur eindimensionalen Rechnung im ersten Beispiel die Wirkung einer zweidimensionalen Anfangsströmung gemäß

$$(36) \quad u(x, y, z, t = 0) = -a e^{-ky^2} \frac{b^2}{b^2 + x^2} \frac{dW_1(z)}{dz} \text{ [cm/sec]}$$

(30)

mit $a = 20,0$, $k = 6,25 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-2}$, $b = 4 \cdot 10^4 \text{ m}$ zeigt. Während gegenüber dem 1. Beispiel die y -Abhängigkeit die gleiche Verteilung für $x = 0$ liefert, ist nun eine Verkleinerung der Geschwindigkeit für positive und negative x -Werte vorgegeben. Ein Maß dieser durch die Konstante b festgelegte Abnahme gibt die Entfernung vom Ursprung, in der die Reduzierung der Werte auf die Hälfte erfolgt ist: Im vorliegenden Beispiel ist dies bei $x_0 = 40 \text{ km}$ der Fall.

Die analytische Darstellung der zugehörigen Lösung ergibt sich mit Hilfe der CAUCHY'schen Methode aus der Lösung $\psi_1(x, y, t)$ der Aufgabe (28)

$$\psi_1 = \frac{b}{\sqrt{\pi k}} \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k} t} e^{-b\lambda} \frac{1 - \cos \sqrt{f^2 + \frac{\lambda^2 + \mu^2}{v_1}} t}{f^2 + \frac{\lambda^2 + \mu^2}{v_1}} \cos \mu y \cos \lambda x d\mu d\lambda$$

und den Beziehungen (29) zu, wobei $M = \left(f^2 + \frac{\lambda^2 + \mu^2}{v_1} \right)^{\frac{1}{2}}$ bedeutet:

$$(37a) \quad u_1 = - \left[e^{-ky^2} \frac{b^2}{b^2 + x^2} - \frac{b}{\sqrt{\pi k}} \int_0^\infty \int_0^\infty \left(f^2 + \frac{\lambda^2}{v_1} \right) e^{-\frac{\mu^2}{4k} t} e^{-b\lambda} \cdot \frac{1 - \cos Mt}{M^2} \cos \mu y \cos \lambda x d\mu d\lambda \right] a \frac{dW_1}{dz},$$

$$(37b) \quad v_1 = - \frac{b}{\sqrt{\pi k}} \left[f \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k} t} e^{-b\lambda} \frac{\sin Mt}{M} \cos \mu y \cos \lambda x d\mu d\lambda + \right. \\ \left. + \frac{1}{v_1} \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k} t} e^{-b\lambda} \mu \lambda \frac{1 - \cos Mt}{M^2} \sin \mu y \sin \lambda x d\mu d\lambda \right] a \frac{dW_1}{dz},$$

$$(37c) \quad \rho_1 = \frac{b}{\sqrt{\pi k v_1}} \left[f \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k}} e^{-b\lambda} \mu \frac{1 - \cos Mt}{M} \sin \mu y \cos \lambda x d\mu d\lambda + \right. \\ \left. + \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2}{4k}} e^{-b\lambda} \lambda \frac{\sin Mt}{M^2} \cos \mu y \sin \lambda x d\mu d\lambda \right] a \frac{d\bar{p}}{dz} W_1 .$$

Der für große Zeitwerte t asymptotisch erreichte Endzustand der Lösungsverteilung ist stationär. Die Lösung (37) nimmt dann eine Form an, in der die oszillierenden Glieder mit dem Zeitparameter im Argument entfallen. Die sich ergebende Darstellung ist aus (37) leicht abzulesen. Sie ist jedoch nicht so einfach geschlossen darstellbar, wie im eindimensionalen Beispiel und wird wie die durch (37) gegebenen Werte numerisch berechnet.

Zur Approximation der Doppelintegrale kommt die Formel von WOOLLEY (s.F.A. WILLERS, 1950) zur Anwendung

$$(38) \quad J_{h,k} = 2h \cdot 2k \frac{f_{0,1} + f_{1,0} + f_{0,-1} + f_{-1,0} + 2f_{0,0}}{6} ,$$

die eine quadratische Näherung eines Integrals mit Hilfe von fünf Funktionswerten des Integranden f in einem Rechteck mit den Seitenlängen $2h$ und $2k$ bedeutet. Die Erweiterung der Formel auf ein rechteckiges Integrationsgebiet mit $m \cdot n$ Teilflächen liefert in zusammengefaßter Form die Approximation

$$(39) \quad J = \frac{2hk}{3} \left[\sum_{e=2p-1}^{2n-1} (f_{0,e} + f_{2m,e}) + 2 \sum_{k=p}^{2m-1} \sum_{e=2p-1}^{2n-1} f_{k,e} + \right. \\ \left. + 2 \sum_{e=2p-1}^{2m-1} \sum_{h=2p}^{2n-2} f_{e,n} + \sum_{e=2p-1}^{2m-1} (f_{e,0} + f_{e,2n}) \right] \text{ mit } p = 1, 2, 3 \dots$$

Die Lösung (37) ist mit einem Fehler von weniger als 1 % behaftet, wenn die Integration bis zu den endlichen Obergrenzen $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\mu_0 = 1,4 \cdot 10^{-4}$ ausgeführt wird mit Hilfe von (39) und die Restintegrale vernachlässigt werden. Dabei ist eine Intervallteilung gewählt, die noch die kürzesten Oszillationen im Integranden mit mindestens 20 Stützwerten in x bzw. y -Richtung trifft.

Die berechneten Lösungswerte sind in Abb. 18 dargestellt und zeigen die Anfangsphasen der Stromschwankungen im zweiten Quadranten an der Oberfläche (in der Zeichnung: Vertikalachse nach Osten positiv, Horizontalachse nach Norden positiv). Der Zeichnung ist außerdem durch die für die Zeit $t = 0$ h eingetragenen Stromvektoren ein Überblick über die Verteilung der Anfangsströmung zu entnehmen. Die ausgeglichene stationäre Endverteilung der Strömung an der Oberfläche ist nebenstehend wiedergegeben für den ersten und zweiten Quadranten. In der zweiten Halbebene ist die Verteilung symmetrisch zur x -Achse fortgesetzt zu denken. Es zeigt sich, daß beiderseits der Hauptströmung wieder Gegenströmungen erzeugt werden, die jedoch in einer breiten Übergangszone meridionale Komponenten aufweisen. Die im ersten und vierten Quadranten an die Außenströmung abgegebenen Wassermengen werden im zweiten und dritten in gleicher Größe wieder aufgenommen. Wie im ersten Lösungsbeispiel ist nach der Adaptation eine Reduzierung der maximalen Geschwindigkeit um 1/10 erfolgt. Die Anfangsperiode der Schwingungen ist jedoch um fast eine halbe Stunde verkürzt

gegenüber diesem Beispiel. Dies erkennt man z.B., wenn man im Ursprung die Lage des Stromvektors um 13 h in Abb. 15 (1. Beispiel) mit der entsprechenden Lage des Stromvektors in Abb. 18 vergleicht. Während in Abb. 18 um 13 h wieder die Ausgangsstellung im Ursprung erreicht ist, muß noch knapp eine halbe Stunde vergehen, ehe die gleiche Situation in Abb. 15 eintritt.

Diese Erscheinung ergänzt die Feststellung, daß die horizontale Ausdehnung der Störung die Periode bestimmt. Denn gegenüber einer in x-Richtung unbegrenzten nicht veränderten Anfangsströmung im 1. Beispiel ist im zweidimensionalen Fall eine Reduzierung des Einflußbereiches in x-Richtung auf eine Länge von etwa 150 km erfolgt. Diese Verkleinerung zieht die Verkürzung der Periode nach sich.

In den ausgeführten Rechnungen sind die horizontalen Begrenzungen des Gotland-Beckens durch die Küsten nicht berücksichtigt worden. Die Wirkung auf die Adaptationsbewegungen besteht darin, daß die Schwingungen reflektiert werden und ins Erregungsgebiet zurücklaufen, wie es J.E.FJELDSTAD (1958) für einen Kanal mit senkrechten Wänden gezeigt hat. Bei Reibungslosigkeit reduzieren sich die Wellen nicht auf eine stationäre Endverteilung der Strömung, sondern bleiben durch ständige Reflexion erhalten. Die Unregelmäßigkeiten im Küstenverlauf und geringen Neigungen des Bodens nahe der Küste werden jedoch erhöhte Reibung für die Wellen verursachen, so daß man in grober Annäherung Reflexionserscheinungen außer acht lassen kann.

Von größerer Wichtigkeit ist es, über die Entstehung der Anfangsstörungen eine Vorstellung zu erhalten. In der FJELDSTAD'schen Rechnung werden Strömungsverteilungen vorgegeben, die mit den übrigen hydrodynamischen Variablen wie ρ , p , ζ nicht in Beziehung stehen. Die hydrodynamischen Gleichungen erhalten erst für die Zeit $t > 0$ Gültigkeit. Der gesamte Anregungsvorgang der Strömungen ist der Betrachtung entzogen oder in anderen Worten: auf den Zeitpunkt $t = 0$ durch das plötzliche Entstehen der Stromverteilung konzentriert. Inwieweit man mit dieser Idealisierung den wirklichen Vorgang der Anfachung qualitativ erfaßt und welche Aussagekraft die bisher erhaltenen Ergebnisse aufweisen, ergibt sich aus einer Erweiterung des Modells in Bezug auf anregende Kräfte, die die Strömung aus dem Zustand der Ruhe erzeugen.

Um möglichst vergleichbare Ergebnisse zu erreichen, ist es naheliegend, ein horizontales, parallel zur x-Achse gerichtetes Kraftfeld zu betrachten, das eine ähnliche vertikale und horizontale Verteilung hat wie die Anfangsströmungen in den vorigen Beispielen. Unter quasistationären Verhältnissen ergibt sich für den Fall horizontal gerichteter Kräfte aus dem System (3) für w die Differentialgleichung:

$$(40) \quad g \Gamma \Delta_h w + \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial t^2} + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \Gamma \left(\frac{\partial^3 w}{\partial z \partial t^2} + f^2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ = \frac{f}{\bar{\rho}} \left(\nabla_x \frac{\partial \mathfrak{K}}{\partial z} \right)_z - \frac{1}{\bar{\rho}} \nabla_h \cdot \frac{\partial^2 \mathfrak{K}}{\partial z \partial t}$$

mit $\mathfrak{K} = X i + Y j$.

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 17):

Abb. 17: Hodographendarstellung der Stromvektoren in 0 m Tiefe für die Adaptationsbewegungen mit einer eindimensionalen Anfangsströmung wie in Abb. 14, jedoch mit $k = 10^{-8} \text{ m}^{-2}$. (Gerissene Linie: Anfangslage der Stromvektoren, punktierte Linie: stationäre Endlage der Stromvektoren.)

Zugehörige Dichteschwankungen in 70 m Tiefe in 15, 25, 35, 45, 55 km Entfernung vom Ursprung nach Norden zu sowie die stationäre Dichteverteilung nach der Adaptation in gleicher Tiefe.

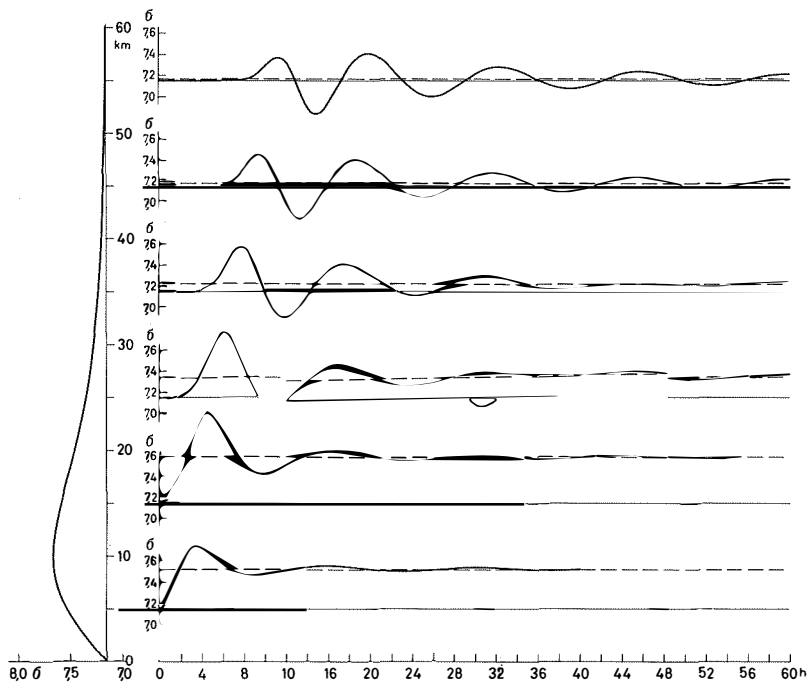
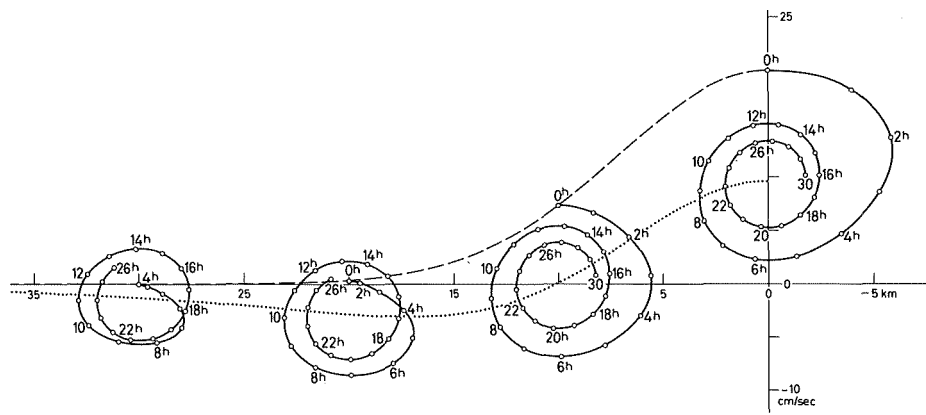


Abb. 17

Tafel 17 (zu Hollan)

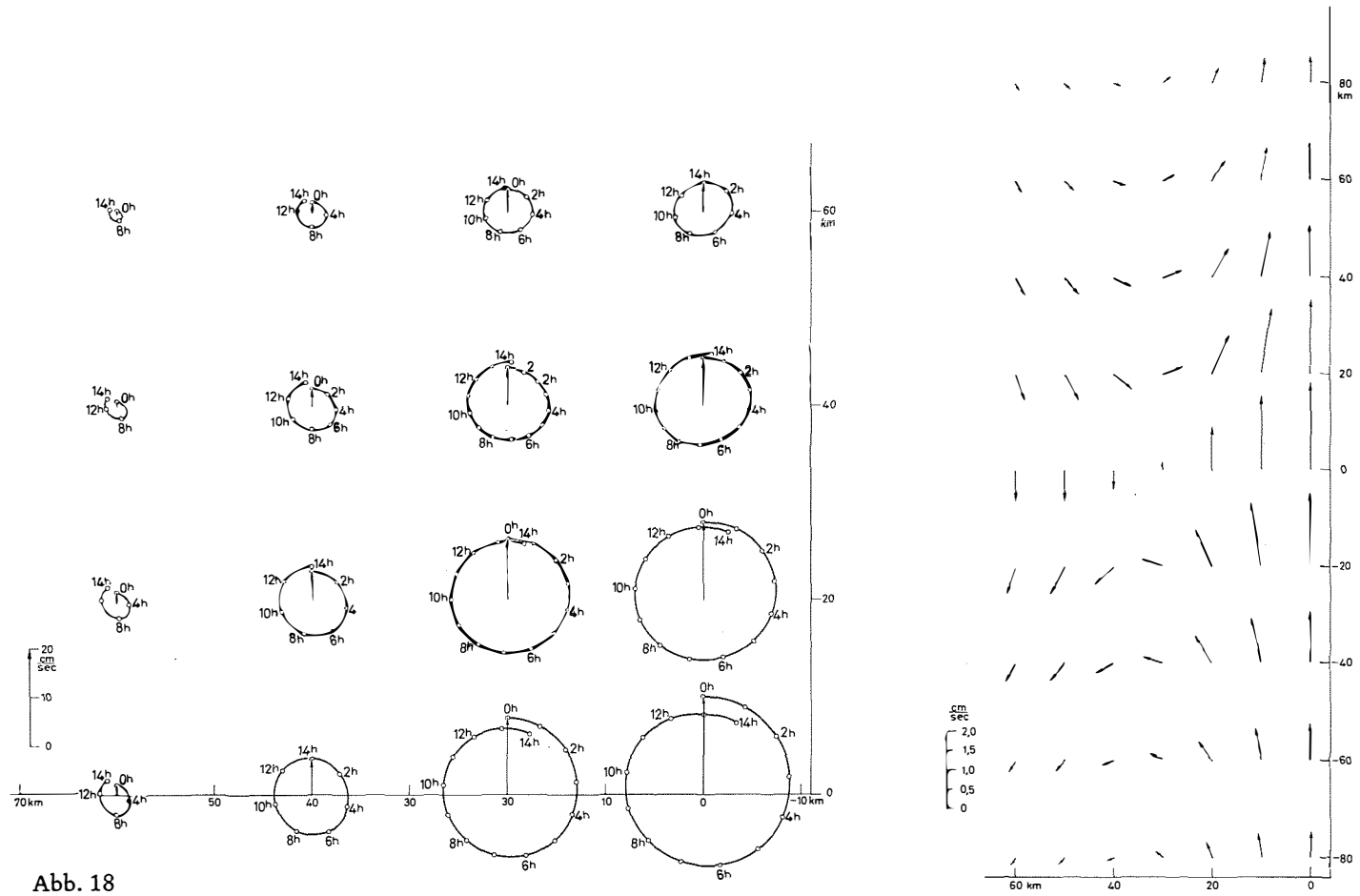


Abb. 18

Mit dem Separationsansatz:

$$(41) \quad w(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{w}_n(x, y, t) \cdot W_n(z),$$

worin die Funktionen $W_n(z)$ die Lösungen der Eigenwertaufgabe (22) sind, und $Y \equiv 0$ folgt aus (40)

$$(42) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} + f^2 \tilde{w}_n - \frac{1}{v_n} \Delta_h \tilde{w}_n \right) g \Gamma v_n W_n \right] = \frac{f}{\bar{p}} \frac{\partial^2 X}{\partial y \partial z} + \frac{1}{\bar{p}} \frac{\partial^3 X}{\partial x \partial z \partial t}.$$

Entwickelt man die Komponente X in eine Reihe nach den Funktionen $\frac{dW_n}{dz}$ in der Form:

$$(43) \quad X(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{x}_n(x, y, t) \bar{p}(z) \frac{dW_n(z)}{dz}$$

und fügt man unter Beachtung von (22) diese Darstellung in (42) ein, so entsteht:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} + f^2 \tilde{w}_n - \frac{1}{v_n} \Delta_h \tilde{w}_n \right) g \Gamma v_n W_n = - \sum_{n=1}^{\infty} \left(f \frac{\partial \tilde{x}_n}{\partial y} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_n}{\partial x \partial t} \right) g \Gamma v_n W_n.$$

Multiplikation mit $\bar{p} \cdot W_m$, Integration von $z=0$ bis $z=H$ und Berücksichtigung der Orthogonalitätsrelation (E.L.INCE, 1926)

$$(44) \quad \int_0^H W_n W_m g \Gamma \bar{p} dz = \begin{cases} 0 & \text{für } n \neq m \\ > 0 & \text{für } n = m \end{cases}$$

ergibt

$$\left(\frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} + f^2 \tilde{w}_n - \frac{1}{v_n} \Delta_h \tilde{w}_n \right) v_n \int_0^H g \Gamma \bar{p} W_n^2 dz = - \left(f \frac{\partial \tilde{x}_n}{\partial y} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_n}{\partial x \partial t} \right) v_n \cdot \int_0^H g \Gamma \bar{p} W_n^2 dz.$$

Für $n=m$ können wegen (44) die Integrale gekürzt werden, so daß für \tilde{w}_n die Differentialgleichung folgt:

$$(45) \quad \frac{\partial^2 \tilde{w}_n}{\partial t^2} + f^2 \tilde{w}_n - \frac{1}{v_n} \Delta_h \tilde{w}_n = - f \frac{\partial \tilde{x}_n}{\partial y} - \frac{\partial^2 \tilde{x}_n}{\partial x \partial t}.$$

Legende zu der nebenstehenden Abbildung (Tafel 18):

Abb. 18: Zweidimensionale Adaptation: Hodographendarstellung der Stromvektoren in 0 m Tiefe für den 1. Quadranten. (Eingezeichnete Stromvektoren: Anfangsverteilung der Strömung.) Stationäres Strömungsfeld nach der Adaptation im 1. und 2. Quadranten. (Abszissen positiv nach Norden, Ordinaten positiv nach Osten.)

Da (45) nur konstante Koeffizienten hat, ist die CAUCHY'sche Integrationsmethode zur Lösung anwendbar. Mit dem speziellen Ansatz für die horizontale Kräfteverteilung (s. Abb. 19):

$$(46) \quad \begin{aligned} \mathbf{X}(y, z, t) &= \tilde{x}_1(y, t) \cdot \tilde{\rho}(z) \cdot \frac{dW_1(z)}{dz} \\ &= \begin{cases} -e^{-k \cdot y} \cdot a t e^{-a t} \tilde{\rho}(z) \frac{dW_1(z)}{dz} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

erhält man aus (45) die Gleichung:

$$(47) \quad \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial t^2} + f^2 \tilde{w}_1 - \frac{1}{v_1} \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial y^2} = -f k \operatorname{sign}(y) e^{-k \cdot y} a t e^{-a t}$$

Als Anfangsbedingungen, die die Entwicklung der Bewegungen aus dem Zustand der Ruhe festlegen, sind die Verteilungen von \tilde{w}_1 und $\frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial t}$ in der Form

$$(48) \quad \tilde{w}_1(y, t = 0) = \left. \frac{\partial \tilde{w}_1(y, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0$$

zu wählen. Horizontale Begrenzungen des Meeresgebietes werden wie in den vorangegangenen Beispielen nicht berücksichtigt.

Auf entsprechendem Wege wie bei der Ermittlung der Lösung (16) für kurzperiodische Schwingungen erhält man die Lösung:

$$(49) \quad \begin{aligned} w_1(y, z, t) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f k}{\sqrt{f^2 + \frac{\mu^2}{v_1}}} \int_0^t \operatorname{sign}(\beta) e^{-k|\beta|} a \tau e^{-a \tau} \cdot \\ &\quad \cdot \sin \sqrt{f^2 + \frac{\mu^2}{v_1}} (t - \tau) d\tau \cos(\mu(\beta - y)) d\beta d\mu W_1(z) . \end{aligned}$$

Legende zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 19):

- Abb. 19: Eindimensionale Adaptation unter Wirkung eines horizontalen Kraftfeldes:
a) Räumliche Verteilung der eindimensionalen nach Osten gerichteten Kräfte $X(y, t)$.
b) Zeitliche Änderung des eindimensionalen Kraftfeldes $X(y, t)$.
c) Hodographendarstellung der Stromvektoren in 0 m Tiefe (punktierte Linie: stationäre Strömungsverteilung nach der Adaptation).
d) Zugehörige Dichteschwankungen in 70 m Tiefe in den Entfernungen $y = 5, 15, 25, 35, 45$ km vom Ursprung nach Norden zu sowie die stationäre Dichteverteilung nach der Adaptation in gleicher Tiefe.

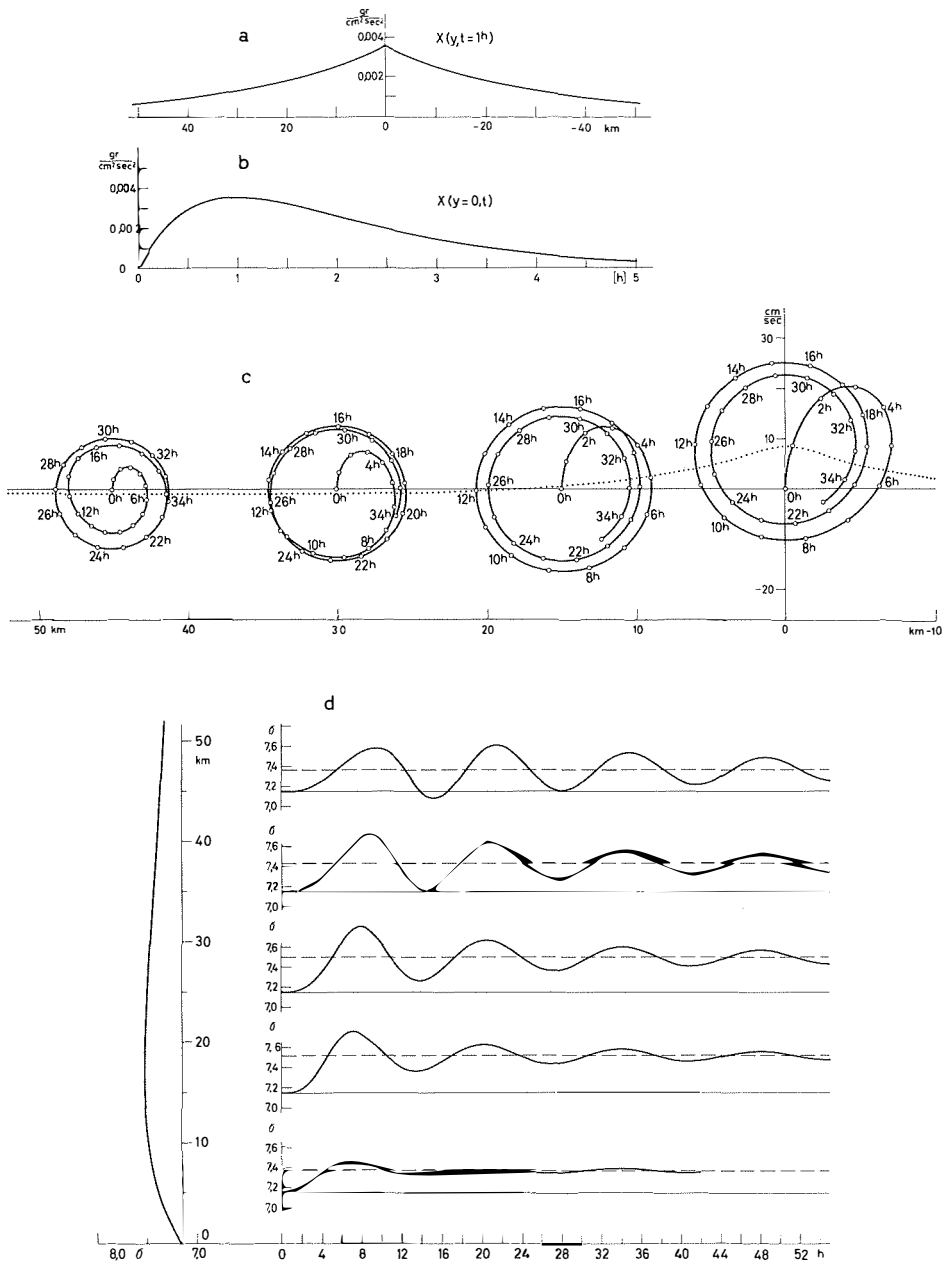


Abb. 19

Tafel 19 (zu Hollan)

Nach Auswertung der Integrale über a und β ergibt sich die Darstellung für $w_1(y, t)$:

$$(50) \quad \tilde{w}_1(y, t) = -\frac{2}{\pi} f k \int_0^{\infty} \frac{\mu}{(k^2 + \mu^2) \left(a^2 + f^2 + \frac{\mu^2}{v_1} \right)} \left[a t e^{-a t} + \frac{2 a^2 e^{-a t}}{a^2 + f^2 + \frac{\mu^2}{v_1}} + \frac{a}{a^2 + f^2 + \frac{\mu^2}{v_1}} \left(\frac{a^2 - f^2 - \frac{\mu^2}{v_1}}{\sqrt{f^2 + \frac{\mu^2}{v_1}}} \sin \sqrt{f^2 + \frac{\mu^2}{v_1}} t - 2 a \cos \sqrt{f^2 + \frac{\mu^2}{v_1}} t \right) \right] \cdot \sin \mu y \, d\mu .$$

Die übrigen abhängigen Variablen u_1, v_1, ρ_1, p_1 ergeben sich mit Hilfe der erhaltenen Lösung für w_1 aus den hydrodynamischen Grundgleichungen. Zum Vergleich mit den Lösungsbeispielen nach FJELDSTAD genügt die Ermittlung von u_1, v_1 und ρ_1 . Gemäß dem Separationsansatz für w_1 folgt aus vier der fünf hydrodynamischen Grundgleichungen:

$$(51) \quad \bar{p} \frac{\partial v_1}{\partial t} - \bar{p} f u_1 = -\frac{\partial p_1}{\partial y}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0, \\ g \rho_1 = \frac{\partial p_1}{\partial z}, \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{d \bar{p}}{d z} w_1 = 0,$$

daß für die Variablen u_1, v_1, ρ_1, p_1 die entsprechenden Beziehungen gelten:

$$(52) \quad p_1(y, z, t) = \bar{p}_1(y, t) \frac{d \bar{p}}{d z} W_1(z), \quad p_1(y, z, t) = \bar{p}_1(y, t) \bar{p}(z) \frac{d W_1(z)}{d z}, \\ u_1(y, z, t) = \tilde{u}_1(y, t) \frac{d W_1(z)}{d z}, \quad v_1(y, z, t) = \tilde{v}_1(y, t) \frac{d W_1(z)}{d z}.$$

Aus (51) und (52) erhält man unter Benutzung von (22) das Differentialgleichungssystem für die Funktionen $\tilde{\rho}_1, \tilde{p}_1, \tilde{u}_1$ und \tilde{v}_1 :

$$(53) \quad \text{a) } \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial t} - f \tilde{u}_1 = -\frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial y}, \quad \text{b) } \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial y} + \tilde{w}_1 = 0, \\ \text{c) } \tilde{\rho}_1 = -v_1 \tilde{p}_1, \quad \text{d) } \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial t} + \tilde{w}_1 = 0.$$

Hieraus folgen die gesuchten Variablen $\tilde{\rho}_1, \tilde{u}_1$ und \tilde{v}_1 die expliziten Darstellungen:

$$(54) \quad \text{a) } \tilde{p}_1 = -\int_0^t \tilde{w}_1 \, dt = -\tilde{\zeta}_1, \quad \text{b) } \tilde{v}_1 = -\int_0^y \tilde{w}_1 \, dy + C(t), \\ \text{c) } \tilde{u}_1 = \frac{1}{f v_1} \frac{\partial \tilde{\zeta}_1}{\partial y} + \frac{1}{f} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial t}.$$

Bei der Ermittlung der unbestimmten Funktion $C(t)$ in (54 b) kann man davon ausgehen, daß die Integration über y mit der über μ gemäß (50) vertauschbar ist. Denn das uneigentliche Integral über μ konvergiert in allen in Frage kommenden Intervallen $[0, y]$ gleichmäßig. Daher ergibt sich für das bestimmte Integral in (54 b), wenn $F(\mu, t)$ der Faktor vor $\sin \mu y$ im Integranden von (50) ist:

$$(55) \quad - \int_0^y \tilde{w}_1 \, dy = \frac{2}{\pi} f k \int_0^{\infty} \frac{F}{\mu} (1 - \cos \mu y) \, d\mu .$$

Aus (50) folgt, daß $\tilde{w}_1 (y = 0, t) = 0$ gilt. Damit ergibt sich aus (53 b):

$$\frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial y} = 0 \text{ für } y = 0, \text{ d. h. daß } \tilde{v}_1 (y, t) \text{ für } y = 0$$

einen Extremwert besitzt. Leitet man die Gleichung (53b) einmal nach y ab, so erhält man:

$$\frac{\partial^2 \tilde{v}_1}{\partial y^2} = - \frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial y} .$$

Für $y = 0$ nimmt $\frac{\partial w_1}{\partial y}$ negative Werte an, wie man aus (50) ersehen kann, so daß die 2. Ableitung von v_1 nach y für $y = 0$ positiv ist. v_1 hat daher entlang der x -Achse ein Minimum. Das in (55) ohne $C(t)$ dargestellte Integral der rechten Seite von (54 b) hat jedoch ein Maximum für $y = 0$. Die geforderte Eigenschaft für $v_1 (y = 0, t)$ wird nun erreicht, wenn man $C(t)$ so bestimmt, daß das von y unabhängige Glied in (55) aufgehoben wird. Für $C(t)$ ergibt sich daher

$$(56) \quad C(t) = - \frac{2}{\pi} f k \int_0^{\infty} \frac{F(\mu, t)}{\mu} \, d\mu .$$

Durch Einsetzen der Lösung (50) in (54) ergeben sich die Funktionen, in denen der Kürze halber gesetzt ist

$$K = k^2 + \mu^2, A = a^2 + f^2 + \frac{\mu^2}{v_1}, D = a^2 - f^2 - \frac{\mu^2}{v_1}, M = \left(f^2 + \frac{\mu^2}{v_1} \right)^{\frac{1}{2}} :$$

$$(57a) \quad \tilde{v}_1 (y, t) = - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{f \cdot k}{K \cdot A} \left[at e^{-at} + \frac{2 a^2 e^{-at}}{A} + \right. \\ \left. + \frac{a}{A} \left(\frac{D}{M} \sin M t - 2 a \cos M t \right) \right] \cos \mu y \, d\mu ,$$

$$\tilde{u}_1 (y, t) = - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{k}{K \cdot A} \left[\frac{\mu^2}{v_1} \left\{ \frac{1}{a} (1 - at e^{-at} - e^{-at}) + \frac{2 a}{A} (1 - e^{-at}) \right. \right.$$

$$(57b) \quad \left. + \frac{a}{A} \left(\frac{D}{M^2} (1 - \cos M t) - \frac{2 a}{M} \sin M t \right) \right\} + a \left\{ -at e^{-at} + \right. \\ \left. + \frac{1}{A} (D (\cos M t - e^{-at}) + 2 a M \sin M t) \right\} \right] \cos \mu y \, d\mu ,$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\rho}_1(y, t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{fk \mu}{K \cdot A} \left[\frac{1}{a} (1 - at e^{-at} - e^{-at}) + \frac{2a}{A} (1 - e^{-at}) + \right. \\
(57 \text{ c}) \quad & \left. + \frac{a}{A} \left(\frac{D}{M^2} (1 - \cos Mt) - \frac{2a}{M} \sin Mt \right) \right] \sin \mu y \, d\mu .
\end{aligned}$$

Die Funktionen v_1 , u_1 , ρ_1 streben einem höchstens von y abhängigen Grenzwert zu, wenn die Zeit t über alle Schranken wächst:

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{v}_1(y, t) &= 0 , \\
(58) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{u}_1(y, t) &= \tilde{u}_E(y) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{k \mu^2}{a v_1 K \cdot M^2} \cos \mu y \, d\mu , \\
\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\rho}_1(y, t) &= \tilde{\rho}_E(y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{fk \mu}{a K \cdot M^2} \sin \mu y \, d\mu .
\end{aligned}$$

Mit Hilfe von (57) und (58) sind die Lösungen ρ_1 , u_1 , v_1 in (52) bestimmt. Die numerische Auswertung mit den Konstanten $a = \frac{1}{0,36} \cdot 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$, $k = \frac{1}{3} \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

führt auf Ergebnisse, die mit den diskutierten Beispielen aus der FJELDSTAD'schen Theorie vergleichbar sind. Mit dem angenommenen Wert von k sind die Kräfte in 30 km Entfernung von der x -Achse auf etwa 1/3 des maximalen Betrages bei $y = 0$ reduziert. Durch den Wert von a ist ihre Einwirkungszeit im wesentlichen auf die ersten fünf Stunden beschränkt (s. Abb. 19 a,b).

Die Hodographen-Darstellung der Oberflächenströmung in Abb. 19 zeigt, daß oszillierende Bewegungen aus dem Zustand der Ruhe heraus angeregt werden. Während der Anfachung durch die nach Osten gerichteten Kräfte macht sich eine Rechtsablenkung bereits bemerkbar. Nach der Einwirkung der Kräfte, etwa bei $t = 5$ h, setzen schwingungsförmige Bewegungen mit einer Periode von ungefähr 14 h ein und gleichen sich allmählich der stationären Strömungsverteilung für große Zeitwerte an. Zum Schluß ist eine zentrale nach Osten gerichtete Hauptströmung entstanden, die nach außen zu durch breit verteilte schwächere Gegenströmungen begrenzt wird. Entlang der x -Achse erreicht die Ostströmung eine Geschwindigkeit von 8,5 cm/sec an der Oberfläche. Die Amplituden der Stromschwankungen betragen zu Anfang im Bereich der stärksten Störung zwischen 15 und 18 cm/sec. Mit diesen Werten ist eine befriedigende Übereinstimmung mit den beobachteten Schwingungen in 18 m und 205 m Tiefe erreicht. Die anregenden horizontal gerichteten Kräfte nehmen im Zentrum der Störung den maximalen Betrag von $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ gr cm}^{-2} \text{ sec}^{-2}$ an. Das entspricht etwa dem 40-fachen maximalen Wert der Horizontalkomponente der mondbedingten gezeitenerregenden Kräfte, der sich für $\rho = 1 \text{ gr cm}^{-3}$ auf $0,8226 \cdot 10^{-4} \text{ gr cm}^{-2} \text{ sec}^{-2}$ beläuft (J. BARTELS, 1957).

Der Ablauf der Schwingungen fügt sich bis auf die Anfangsphase dem bereits durch die früheren Beispiele gewonnenen Bilde in weitgehender Übereinstimmung ein. Sowohl die Dichteschwankungen in 70 m Tiefe, die in Abb. 19 für verschiedene Entfernungen vom Ursprung wiedergegeben sind, als auch die langperiodischen Schwankungen der Strömung

zeigen trotz der erheblich abgewandelten Anfangssituation das charakteristische Verhalten von Anpassungsbewegungen. Mit diesem Ergebnis ist der Nachweis erbracht, daß zwischen der nach FJELDSTAD vorgegebenen Anfangsströmung, die mit den übrigen abhängigen Variablen nicht in Zusammenhang steht, und dem Anregungsmechanismus durch äußere Kräfte nicht unterschieden werden muß, um die Folgeerscheinungen beschreiben zu können. Die Berücksichtigung der anregenden Kräfte gestattet jedoch, die real gegebenen Vorgänge während der Anregung der Adaptationsbewegungen in die Betrachtung einzubeziehen. Es lassen sich auf diesem Wege quantitative Rückschlüsse auf die Verteilung der Kräfte ausführen und daher Einblicke in die Ursachen der Schwingungen gewinnen.

Zur Ausbildung äußerer Kräfte kommt es z.B. durch die Wirkung des Windes an der Wasseroberfläche, wenn die Beschleunigung der Wasserteilchen durch Impulsaustausch allmählich auf tiefere Schichten übergreift. Die Übertragung der Reibungskräfte des Windes in Volumenkräfte im Inneren des Meeres wird im Prinzip ähnliche Auswirkungen haben, wie es die Rechnung im letzten Beispiel ergeben hat. Die wirklichen Bewegungsvorgänge werden jedoch eine viel kompliziertere Zusammensetzung haben, da mehrere Glieder in der Entwicklung der Kräfte nach den Eigenfunktionen von (22) zu berücksichtigen sind und außerdem in hohem Maße eine zeitlich variable Beteiligung der verschiedenen Anteile gegeben sein wird. Eine solche komplizierte Kräfteverteilung könnte die Erklärung für die hohen Phasendifferenzen liefern, die in den Beobachtungsreihen aus dem Gotland-Tief zu Tage treten.

So ist mit den betrachteten Beispielen keine erschöpfende Erklärung der Ursachen gegeben, wohl aber das Prinzip der Anregungsvorgänge deutlich gemacht. Der ermittelte Zusammenhang zwischen der Periode der Schwingungen und den horizontalen Ausdehnungen der Anfangsstörungen erlaubt den Schluß, daß hauptsächlich weiträumige heftige Luftbewegung über der Wasseroberfläche den Anstoß zu den langperiodischen internen Schwankungen im gesamten betroffenen Seegebiet gibt. Dieses Ergebnis findet sich in den Untersuchungen von A. DEFANT (1940) über die Veränderlichkeit der Strömungsverteilung auf einer Ankerstation des Forschungsschiffes „Altair“ nordwestlich der Azoren in bemerkenswerter Weise bestätigt. Als Folgen eines schweren Sturms im Gebiet des Beobachtungsortes enthalten die Meßergebnisse allmählich abklingende langperiodische Schwingungen mit einer Periode von 17 h, die sich von dem örtlich gegebenen Wert der Periode von Trägheitsschwingungen, $T_{tr} = 17,1$ h, nur wenig unterscheidet. Damit zeigt sich, daß eine weiträumig verteilte Anfangsstörung gewirkt haben muß und daher ein unmittelbarer Zusammenhang zu der stürmischen Wetterlage vor Beginn der Ankerstation herzustellen ist.

Im Gebiet des Gotland-Beckens, das im Einflußbereich der von westlicher Richtung herangeführten Tiefdruckgebiete und der mit ihnen verbundenen Starkwindfelder liegt, kann es zu entsprechend häufiger Entwicklung langperiodischer interner Schwingungen kommen. Aus diesem Grunde wird die Veränderlichkeit in diesem Teil der Ostsee eine mehr oder weniger ständige Erscheinung sein, die nur in seltenen Fällen anhaltender Ruheperioden im Wetterablauf zum Erliegen kommt.

3. Zusammenfassende Diskussion der Ergebnisse

Die Auswertung von fünf in verschiedenen Tiefen im Gotland-Tief aufgenommenen Registrierungen der Strömung vom 6. – 12.9.1967 führt zu dem Ergebnis, daß in hohem Maße periodische Vorgänge an der Veränderlichkeit der Strömungsverteilung beteiligt

sind. Im einzelnen heben sich die periodischen Bewegungsanteile von den ungeordneten Veränderungen besonders deutlich ab im kurzperiodischen Spektralbereich zwischen 6 min und 1 h sowie im Bereich der Trägheitsperiode von 14 h 13 min.

Ein vertikaler Zusammenhang der kurzperiodischen Schwankungen läßt sich häufig von der Oberfläche bis in 100 m Tiefe feststellen. Wiederholt ist die gesamte Wassersäule bis in 234 m Tiefe von kurzperiodischen Schwingungen erfaßt.

Die langperiodischen Vorgänge mit einer Schwingungsdauer von etwa 13,5 h bilden die Hauptanteile der Veränderlichkeit. Mit 20 – 25 cm/sec an der Oberfläche und 5 – 7 cm/sec in Bodennähe erreichen die Schwingungen die größten Amplituden unter allen beteiligten wellenartigen Bewegungsformen. In Abhängigkeit von der Tiefe treten erhebliche Phasenverschiebungen der Schwingungen auf. Über eine Distanz von 50 m kann eine Phasenumkehr von 180° zustandekommen.

Über die horizontalen Ausdehnungen der Schwingungsvorgänge kann aus den Beobachtungsergebnissen nur indirekt Aufschluß gewonnen werden, da die Verankerung der Strömungsmesser vertikal übereinander keine Information über die horizontale Kohärenz der Bewegungen zuläßt. Eine Interpretation der internen Schwingungen, die von möglichen anregenden Kraftfeldern ausgehend die Entstehung und weitere Entwicklung der Wellen verfolgt, vermittelt folgende Eigenschaften der Bewegungen:

Im Spektralbereich zwischen 6 min und 1 h werden kurze Schwingungen von kurzfristig wirksamen vertikal gerichteten Kräften oder kurzfristig entstehenden Divergenzen im Feld horizontaler äußerer Kräfte erzeugt. Die Ausdehnungen der Störungen haben eine Länge von etwa 100 m bis wenige Kilometer. In ihrem Einwirkungsbereich entstehen interne Schwingungen, die allmählich abklingen. Dabei wird die Wellenlänge und Periode verkürzt. Durch fortschreitende Wellen, die sich vom Zentrum der Erregung ablösen, wird die Bewegung in den benachbarten ungestörten Raum getragen. Diese Wellen haben zu Anfang etwa die gleiche Länge wie das Feld der erregenden Kräfte. Dem ersten Wellenzug folgen langsamer wandernde kürzere Wellen nach. Die lokal freigemachte kinetische Energie wird auf diese Weise über die gesamte weitere Umgebung verbreitet, so daß nach hinreichend langer Zeit wieder Ruhe im Gebiet der Anfangserregung eintritt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, Wellenlängen und -perioden haben zu den verschiedenen Zeitpunkten näherungsweise die Werte entsprechender sinusoidaler kurzer interner Wellen. Die Herkunft der erregenden Kräfte läßt sich aus den Beobachtungen nicht erschließen. Es ist anhand der ausgeführten Rechnungen nur zu vermuten, daß die zur Erzeugung notwendigen kleinräumigen Kraftfelder durch entsprechende Inhomogenitäten in der mittleren horizontalen Strömungsverteilung, horizontale Wirbelbewegungen oder kleinräumige atmosphärische Störungen an der Wasseroberfläche verursacht werden.

Weitgehende Rückschlüsse auf die Ursachen sind für die langperiodischen Schwingungen möglich, die als Anpassungsbewegungen infolge großräumiger Störungen des geostrophischen Gleichgewichts zu erklären sind. Die Rechnung ergibt Periodenwerte, die umso näher an der Trägheitsperiode liegen je größer der Wirkungsbereich der anregenden Kräfte ist. Mit einer kurzfristig angefachten Anfangsströmung von 100 km Breite werden interne Schwingungen erzeugt, die zu Anfang Perioden von 13,5 h haben und in der weiteren Folge sich auf einen Wert von etwa 14 h vergrößern, dabei jedoch die örtlich gegebene Trägheitsperiode von 14 h 13 min nicht überschreiten. Die Zunahme der Schwingungsperiode ist mit einer Ausbreitung der Adaptationsbewegungen auf das ungestörte Nachbargebiet verbunden. Die Ausweitung der Störbewegungen bedingt die Verlängerung der Schwingungsdauer. Die Fortpflanzung der Wellen wird beschleunigt, je weiter der Einflußbereich der Schwankungen sich ausgedehnt hat. Für die Fortpflanzungsgeschwin-

digkeit erhält man in erster Näherung gleiche Werte wie für sinusoidale lange interne Wellen mit entsprechender horizontaler Wellenlänge.

Die Anpassung an den stationären Endzustand der Strömungsverteilung wird erreicht, wenn die Schwingungen sich über den gesamten Meeresraum verteilt haben. Im Bereich der ursprünglich unbalancierten Anfangsströmung ist dann eine schmalere, in gleicher Richtung setzende Strömung zurückgeblieben, die an beiden Seiten von breiten, schwächeren Gegenströmungen eingefaßt ist. Diese Strömungsverteilung befindet sich im geostrophischen Gleichgewicht mit dem Massenfeld, dessen Umlagerung aus dem ungestörten Anfangszustand durch die großräumigen, schwingungsförmig ablaufenden Verschiebungen der Massen erfolgte.

Aus diesem Bewegungsablauf ergibt sich, daß zur Beobachtungszeit die langperiodischen Veränderungen nicht nur im Bereich des Gotland-Tiefs ausgebildet sein können wie die beobachteten kurzperiodischen Schwingungen, sondern im gesamten Gotland-Becken gleichzeitig zur Entwicklung gelangt sind.

Die Beobachtungen, die unmittelbar nach der Einwirkung stürmischer südwestlicher Winde auf die Gotlandsee aufgenommen wurden, geben in Übereinstimmung mit der Rechnung die Adaptationsbewegungen in den oberen Wasserschichten unmittelbar nach Einwirkung der Störung wieder. In den tieferen Schichten verlaufen die langperiodischen Schwankungen nicht gemäß den berechneten Anpassungsbewegungen. Diese Abweichung bezieht sich insbesondere darauf, daß eine Reduzierung der Schwingungen kaum nachzuweisen ist und daß hohe Phasendifferenzen über geringe Tiefendistanzen auftreten. Die mangelnde Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung liegt mit größter Wahrscheinlichkeit in der stark vereinfachten Kräfteverteilung begründet, die für die Erregung der Bewegungen angenommen wurde. Der Zusammenhang der Schwingungen mit großräumig verteilten, horizontal gerichteten Anregungskräften ist jedoch durch die Rechnung erwiesen. Für die Erzeugung solcher Kräftefelder im Gotland-Becken kommen in erster Linie starke Luftmassenverschiebungen in Frage, die im Gefolge der von Westen herangeführten Tiefdruckgebiete auftreten.

Mit der Häufigkeit stürmischer Wetterlagen über diesem Seegebiet ist der Anlaß dazu gegeben, daß interne Schwingungen mit einer Periode nahe der örtlich gegebenen Trägheitsperiode in kurzen Abständen erneut gebildet werden. Damit behalten die großräumigen Anpassungsvorgänge einen ständigen Einfluß auf die Lage der Schichtung bei und verursachen die im gesamten Gotland-Becken verbreitete langperiodische Veränderlichkeit.

Die Analyse der Beobachtungsreihen und die numerischen Rechnungen zur Interpretation der Ergebnisse wurden auf der elektronischen Rechenanlage EL X8 im Rechenzentrum der Universität Kiel ausgeführt. Alle Abbildungen außer den maschinell hergestellten Wiedergaben der Beobachtungsreihen wurden von H. Laß im Institut für Meereskunde Kiel nach Entwürfen des Verfassers gezeichnet.

Literaturverzeichnis

- BARTELS, J. (1957): Gezeitenkräfte. Handbuch der Physik, Bd. 48, Springer Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg. — BOLIN, B. (1953): The adjustment of a non-balanced velocity field towards geostrophic equilibrium in a stratified fluid. *Tellus*, 5. — CAHN, A. (1945): An investigation of the free oscillation of a simple current system. *J. Meteorol.* 2. — CREPON, M. (1967): Hydrodynamique marine en régime impulsionnelle, Teil 1 und 2, *Cahiers océanographiques*, 19. — DEFANT, A. (1940): Die ozeanographischen Verhältnisse während der Ankerstation des „Altair“ am Nordrand des Hauptstromstriches des Golfstromes nördlich der Azoren ($44^{\circ}33'N$, $38^{\circ}58'W$, 16. — 20.6.38). *Ann. d. Hydr. u. mar. Meteor.* 68. — DEFANT, F. (1940): Trägheitsschwingungen im Ozean und in der Atmosphäre. *Veröff. d. Meteorol. Inst. d. Universität Berlin*, 4. — DIETRICH, G. (1966): Veränderlichkeit im Ozean. *Kieler Meeresforschungen*, 22. — FJELDSTAD, J.E. (1933): Interne Wellen. *Geof. Publ.*, 10. — FJELDSTAD, J.E. (1958): Ocean currents as an initial problem. *Geof. Publ.*, 20. — FOFONOFF, N.P. (1966): Oscillation modes of a deep-sea mooring. *Geo-Marine Technology* V — 327—331. — FONSELIUS, S.H. (1962): Hydrography of the Baltic Deep Basins. I. Fishery Board of Sweden, Series Hydrography, No. 13. — FONSELIUS, S.H. (1967a): Hydrography of the Baltic Deep Basins, II. Fishery Board of Sweden, Series Hydrography, No. 20. — FONSELIUS, S.H. (1967b): A new Short Stagnation Period in the Central Baltic. *Medd. Havsfiskelab. Lysekil*, No. 37. — GUSTAFSON, T., und KULLENBERG, B. (1933): Trägheitsströmungen in der Ostsee. Göteborgs Kungl. Vetenskaps-och Vitterhets-Samhälles Handlingar. Ser. B., Bd. 3. — HOLLAN, E. (1966): Das Spektrum der internen Bewegungsvorgänge der westlichen Ostsee im Periodenbereich von 0,3 bis 60 Minuten. Teil 1 und 2. *Deutsche Hydr. Zeitschrift*, 19. — INCE, E. L. (1926): Ordinary differential equations. Dover Publications Inc. New York. — KALLE, K. (1943): Die große Wasserumschichtung im Gotland-Tief vom Jahre 1933/34. *Ann. d. Hydr. u. Mar. Meteor.*, 71. — KOWALIK, Z., und TARANOWSKA, S. (1967): Horizontal large-scale turbulence in the Baltic-Sea. *Cahiers océanographiques*, 19. — KRAUSS, W. (1966): Methoden und Ergebnisse der Theoretischen Ozeanographie, Bd. II. Verlag Gebrüder Borntraeger, Berlin. — KULLENBERG, B. und HELA, I. (1942): Ö, trögheitsvängningar i östersjön. *Svenska Hydr.-Biol. Komm. Skrifter. Ny Serie: Hydrografie* 17. — MIHALJAN, J.M. (1963): The exact solution of the Rossby adjustment problem. *Tellus*, 15. — OBERHETTINGER, F. (1957): Tabellen zur Fourier Transformation. Springer-Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg. — ROSSBY, C.G. (1938): On the mutual adjustment of pressure and velocity distribution in certain simple current systems. *J. Mar. Res.*, 1. — SIEDLER, G. (1961): Über die kurzfristige Veränderlichkeit von Temperatur- und Salzgehaltsschichtung in der östlichen und mittleren Ostsee im Sommer 1960. *Kieler Meeresforschungen* 17. — WILLERS, F.A. (1950): Methoden der praktischen Analysis. Berlin.