

Berichte
aus dem
Institut für Meereskunde
an der
Christian-Albrechts-Universität

Nr. 100

SPEKTRALE UNTERSUCHUNGEN DES GEOPOTENTIALS
UND DES GEOSTROPHISCHEN WINDES IM 200 MB-NIVEAU
UND PARAMETRISIERUNG VON GROSSTURBULENTEM
MERIDIONALEN DREHIMPULSTRANSPORT

DOI 10.3289/IFM_BER_100

von
Anne Leach

Kopien dieser Arbeit können bezogen werden von

Institut für Meereskunde
Abteilung Maritime Meteorologie

Düsternbrooker Weg 20
D 2300 Kiel 1

ISSN 0341-8561

GLIEDERUNG

	Seite
1. Einleitung	1
2. Datengrundlage und Datenaufbereitung	3
3. Ergebnisse aus der spektralen Untersuchung des Geopotentialfeldes und der geostrophischen Windgeschwindigkeitskomponenten	11
3.1. Power-Spektren im Wellenzahl-Frequenz-Raum	12
3.2. Stehende, stationäre und wandernde Geopotentialwellen	17
4. Ergebnisse aus der Untersuchung des turbulenten Drehimpulstransportes	28
4.1. Breitenmittelverteilung des Transportes und Zeitreihen	28
4.2. Spektren im Wellenzahl-Frequenz-Raum	30
5. Parametrisierung von Drehimpulstransport	32
5.1. Zusammenhang zwischen zonalem Mittelfeld und Drehimpulstransport	36
5.2. Bisher durchgeführte Parametrisierungen von turbulentem Drehimpulstransport	40
5.3. Ergebnisse der eigenen Untersuchungen	44
6. Schlußbemerkung	53
Literaturverzeichnis	55
Abbildungen	

ZUSAMMENFASSUNG

Mit Analysedaten, die vom Deutschen Wetterdienst zur Verfügung gestellt wurden, wurden spektrale Untersuchungen im Wellenzahl-Frequenz-Raum für das Geopotentialfeld des 200 mb-Niveaus und auch für die entsprechenden geostrophischen Windgeschwindigkeitskomponenten durchgeführt. Der bearbeitete Zeitraum beträgt 8 Jahre, die zeitliche Auflösung 24 Stunden und die Grundperiode für die zeitliche Fourieranalyse ein Jahr.

Als Ergebnis dieser Untersuchung erhält man, daß das Maximum der spektralen Energie im Jahresmittel und im Jahresgang gelegen ist und dieses auf den Einfluß der langen Wellen mit den zonalen Wellenzahlen 1 bis 4 zurückgeht. Zu den höheren Frequenzen hin steigt der Energieanteil der kürzeren Wellen (Wellenzahl 5 bis 8) gegenüber jenen der langen Wellen an. Für die geostrophischen Windgeschwindigkeitskomponenten ist der Energieanteil der kürzeren ostwärts fortschreitenden Wellen mit Perioden von ca. 10 Tagen fast ebenso groß wie im Jahresmittel. Es können jedoch keine signifikanten Maxima für eingeschränkte Frequenzbereiche festgestellt werden.

Weiterhin wurden der rein stehende und rein wandernde Teil der Geopotentialwellen gegeneinander abgeschätzt und es ergibt sich, daß der rein wandernde Anteil der Geopotentialwellen in einer Breitenzone zwischen etwa 40° und 60° N maximal wird und bei den Wellen mit einer zonalen Wellenzahl von ca. 9/Breitenkreis und bei Frequenzen zwischen 50 und 120 Zyklen/Jahr auftritt.

Durch einen Vergleich des Jahresmittelfeldes mit den stehenden Wellen der Frequenz 1 Zyklus/Jahr konnten die Einflüsse der Orographie und der Land-See-Verteilung auf die Geopotentialwellen untersucht werden mit dem Ergebnis, daß die dynamische und die thermische Anregung von gleicher Größenordnung sind .

Im zweiten Teil wurden Zeitreihen und Wellenzahl-Frequenz-Spektren des turbulenten meridionalen Drehimpulstransportes berechnet, und man erhält als ein Ergebnis der Spektralanalyse, daß bei Breiten um 60° N, wo der Gesamttransport nach Süden gerichtet ist, die kürzeren und schneller fortschreitenden Wellen weiterhin Impuls polwärts transportieren.

Schließlich wurde im Hinblick auf eine Parametrisierung der lineare Einfluß des turbulenten Drehimpulstransportes auf die breitengemittelte Zonalgeschwindigkeit untersucht, indem Korrelationen zwischen den beiden Größen selbst und meridionalen und zeitlichen Ableitungen von ihnen gebildet wurden. Der lineare Zusammenhang ist am ausgeprägtesten zwischen der meridionalen Konvergenz des turbulenten Drehimpulstransportes und der zeitlichen Ableitung der gemittelten Zonalgeschwindigkeit.

ABSTRACT

A study has been made in wavenumber-frequency space of the 200 mb geopotential height field supplied by the German Weather Service in the form of grid point data. The geostrophic wind components have been similarly treated. The period of study covered eight years (1969-1976) with a temporal resolution of 24 hours. The lowest temporal mode considered was the annual cycle.

The first result of this study was that the maximum spectral energy was to be found in the annual mean and annual cycle and that this is principally contained in zonal wavenumbers one to four. At higher frequencies the energy contained in the higher wavenumbers (5 to 8) increases relative to that in the lower wavenumbers. In the case of the higher wavenumber geostrophic wind components the energy in the eastward propagating waves at a period of about ten days is almost as large as that in the annual mean. There are however no significant peaks in any particular frequency bands.

An attempt has been made to separate the purely standing waves from the propagating components and it was found that the remaining purely propagating contribution had a maximum between 40°N and 60°N at wavenumber 9 and with frequencies between 50 and 120 cycles per year.

A comparison of the annual mean field and the standing waves with frequency one cycle per year allowed an investigation of the competing effects of topography and thermal forcing to be made. This showed that these two effects have an influence of the same order of magnitude.

In the second part of this study, time series and wavenumber-frequency spectra of the turbulent meridional angular momentum transport were investigated. The spectra show that at latitudes around 60°N , where the total transport is southward, the shorter high frequency waves still transport momentum polewards.

Finally as a contribution to the discussion of parameterization the linear influence of the turbulent angular momentum transport on the

zonally-averaged zonal wind was investigated by means of correlations between these two quantities and their meridional and temporal derivatives. The linear correlation is highest between the meridional convergence of turbulent angular momentum transport and the time derivative of the mean zonal wind.

VERZEICHNIS DER VERWENDETEN ABKÜRZUNGEN UND SYMBOLE:

x, y, z	: relative kartesische Koordinaten
t	: Zeit
ϕ	: geographische Breite
λ	: geographische Länge
a	: mittlerer Erdradius
Ω	: Winkelgeschwindigkeit der Erde
$f = 2 \cdot \Omega \sin \phi$, auch allg.:	Frequenz
$\beta = \frac{df}{dy}$	
u	: zonale Komponente der Windgeschwindigkeit in x-Richtung
v	: meridionale Komponente der Windgeschwindigkeit in y-Richtung
$\omega = \frac{dp}{dt}$: generalisierte Vertikalgeschwindigkeit
Φ	: Geopotential
p	: Luftdruck, auch: Periode
T	: absolute Temperatur
g	: Schwerebeschleunigung, als Index: geostrophisch
c	: Schallgeschwindigkeit
R	: Gaskonstante
n	: Großkreiswellenzahl
m	: zonale Wellenzahl
s	: Sinus- oder Cosinusindex
Y_k	: Kugelflächenfunktion
c_k	: Kugelflächenfunktionskoeffizient
a_m, b_m	: zonale reelle Fourierkoeffizienten
C_m	: zonaler komplexer Fourierkoeffizient
A_m	: Amplitude der Welle mit der Wellenzahl m
L	: Wellenlänge
F	: allg. Funktion (z.B. Geopotential)
R_λ	: Reibungskomponente in x-Richtung
$[]$: Mittel über die im Index stehende Größe
$()$: Abweichung über die im Index stehende Größe
$+$: konjugiert komplexe Zahl zu der ohne $+$
r	: Korrelationskoeffizient

1. EINLEITUNG :

DAS ZUSTANDEKOMMEN DER ALLGEMEINEN ZIRKULATION

Im folgenden sollen die wichtigsten Grundtatsachen aufgeführt werden, welche einerseits für die Gestaltung der Allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre wichtig sind, sie aber andererseits wegen ihrer komplexen Natur für den Betrachter auch recht unübersichtlich ausfallen läßt. Die antreibenden Einflüsse spielen sich oberhalb der festen Erdoberfläche ab, welche sehr gut durch eine Kugeloberfläche angenähert werden kann. Außerdem dreht sich die Erde um ihre Achse und stellt damit ein beschleunigtes System dar.

Als eine vertikal sehr dünne Gashaut umspannt die Atmosphäre die gesamte Erdkugel (Verhältnis von vertikaler zur horizontalen Ausdehnung ca. $1:10^3$). Die Luftdichte in ihr erniedrigt sich stark mit wachsender Höhe und das Medium ist sehr kompressibel. Die Viskosität ist gering, so daß sich sehr schnell turbulente Vorgänge einstellen. Die Beeinflussung der Luftteilchen untereinander ist aber so groß, daß das Gas nichtlineare Wechselwirkungen zeigen kann.

Geht man noch genauer auf die Randbedingungen ein, so besteht besonders auf der Nordhemisphäre eine recht unregelmäßige Verteilung von festen Landmassen und Meeren, welche die Kugelsymmetrie an der Erdoberfläche stören. Diese Land- Meer-Verteilung wirkt auf zweierlei Art auf die Atmosphäre ein: Einmal rein mechanisch, indem Teile der Landflächen bis weit in die Gashülle hinein aufragen und so die atmosphärischen Strömungsvorgänge beeinflussen können, und zweitens auch thermisch, da Land- und Wasseroberflächen die eingestrahlte Energie ganz verschieden aufnehmen und an die Atmosphäre weiter übertragen.

Als Antrieb für die atmosphärische Zirkulation, welcher in die oben beschriebenen Ausgangsverhältnisse eingreift, kommt nur die Sonnenstrahlung im Zusammenwirken mit der terrestrischen langwelligen Ausstrahlung in Frage. Beides kommt mit unterschiedlicher Intensität in den verschiedenen Breiten-gürteln sowohl der festen Erde als auch ihrer Atmosphäre zu. In dieser entsteht eine Zirkulation, welche Wärme aus Gebieten mit Energieüberschuß in solche mit geringerer Energie bringt. Diese Zirkulation wird gegen die bremsende Wirkung der Reibung aufrecht erhalten. Nun üben alle die genannten Bedingungen ihren Einfluß aus: Die Drehung und die Kugelgestalt der

Erde verhindern das Zustandekommen einer direkten thermisch angetriebenen Zirkulationszelle in der Atmosphäre jeder Halbkugel; die Viskosität, welche gering ist verglichen mit den antreibenden Kräften, erlaubt turbulente Strömungen, und diese sind mit nichtlinearen Wechselwirkungen verbunden. Der Wechsel zwischen Kontinenten und Ozeanen bewirkt ein asymmetrisches Verhalten der Strömung relativ zur Drehachse.

Dazu kommt noch ein sehr wichtiger Umstand, nämlich die Wassersubstanz, welche in verschiedenen Aggregatzuständen und in wechselnden Anteilen in der Atmosphäre vorhanden ist. Dabei erfolgt Verdunstung gewöhnlich an anderen Stellen als die Freigabe der Energie bei Kondensation und der Ausfall von Niederschlag. Letzteres findet meist in subskaligen Konvektionszellen statt, welche durch das konventionelle synoptische Beobachtungsnetz gar nicht explizit erfaßt werden können, aber für die resultierende Dynamik von großer Bedeutung sind. Man kann sie zur Zeit nur stichprobenweise genauer untersuchen, um Gesetzmäßigkeiten zu finden, welche bekannt sein müssen, um ihren Einfluß in Zirkulationsmodellen durch Parametrisierungsansätze wirksam werden zu lassen.

So wird verständlich, daß eigentlich Forschung im großskaligen Bereich nicht ohne jene Ergebnisse auskommt, welche sich durch Untersuchung meso- und kleinskaliger Phänomene ergeben.

Es können aber auch im großskaligen Bereich selbst Parametrisierungen turbulenter Vorgänge von Nutzen sein, um Daten und Rechenzeit bei einer Modellrechnung zu sparen. Dazu muß zuerst das turbulente Verhalten der Wellen und Wirbel im zeitlichen und räumlichen Bereich untersucht werden. Mit solchen Problemen beschäftigten sich Meteorologen schon seit Jahrzehnten, so daß mittlerweile sehr viel Wissen über die Dynamik der Allgemeinen Zirkulation gesammelt worden ist. Aber da die Vorgänge so komplex sind, sind auch die mathematisch-physikalischen Behandlungen sehr kompliziert, und die vereinfachende Formulierung ist nur teilweise erfolgreich. Auch scheint es erstrebenswert, richtige Zusammenhänge aufzudecken, um z.B. ihre Wirkung auf die langzeitlichen Änderungen des Klimas abzuschätzen.

Die vorliegende Arbeit stellt einen Versuch dar, auf empirische Weise etwas mehr über das Verhalten der großturbulenten Bewegungen in Erfahrung zu bringen, und die Wirkung der Turbulenz auf die mittlere Grundbewegung zu studieren.

2. DATENGRUNDLAGE UND DATENAUFBEREITUNG

Die Ausgangsdaten für die durchgeführten Untersuchungen sind Gitterwerte, entnommen den vom Deutschen Wetterdienst zweimal täglich erstellten Analysefeldern, welche auf Magnetbändern abgespeichert vorliegen. Für die Berechnungen wurden die Gitterwerte der Analysefelder des Geopotentials der 200 mb-Druckfläche ausgewertet. Der Grund dafür war, daß in der vorhandenen Zeit in Kiel eine noch größere Datenmenge nicht bearbeitet werden konnte. So mußte eine sinnvolle Auswahl getroffen werden, und es wurde beschlossen, lieber eine längere Zeitreihe nur für das Geopotential und für ein einziges Niveau zu verarbeiten als für einen kürzeren Zeitraum noch die Temperaturen hinzuzunehmen und auch weitere Druckniveaus zu betrachten. Die Entscheidung wurde deswegen so getroffen, weil vor allem der Drehimpulstransport betrachtet werden sollte, welcher - wie bekannt - im 200 mb-Niveau am stärksten ist und sich mit zunehmender Höhe in der Troposphäre eigentlich nur quantitativ ändert. Dagegen wurde durch die längere Zeitreihe eine größere statistische Absicherung der erhaltenen Ergebnisse erreicht.

Somit wurde ein Datensatz für jeden Tag verarbeitet, der einen Zeitraum von acht Jahren umfaßt (1969 - 1976).

Das Gitterfeld des Deutschen Wetterdienstes ist ein Rechteckgitter, welches über eine polständige Azimutalprojektion gelegt wird. Deren Projektenebene schneidet die Erdoberfläche bei 60°N parallel zur Äquatorebene. Deshalb ändert sich der für 60°N vorgegebene Maßstab als Funktion der Breite. Darum werden Flächen auf der Erdkugel nördlich von 60°N kleiner dargestellt als entsprechende Flächen südlich davon. Das Gitterfeld ist achteckig und in ein Quadrat von 54×54 Gitterpunkten eingelagert. Das Achteck umschließt den Nordpol und reicht bis ca. 5°N . Der Gitterabstand beträgt bei 60°N 381 km (KAESTNER, 1979). Wegen der zugrundeliegenden Projektion stellt er nördlich davon eine größere Entfernung auf der Erdoberfläche dar als südlich davon.

Im ersten Verarbeitungsschritt wurden die Analysedaten einer sphärischen harmonischen Analyse unterzogen, indem Kugelflächenfunktionskoeffizienten bestimmt wurden. Hierbei wurde das nur auf der Nordhemisphäre vorliegende Gitterfeld am Äquator gespiegelt, um die harmonische Analyse global durchführen zu können. Dadurch wird die Zahl der Koeffizienten,

die bei einer Auflösung bis zu einer bestimmten Wellenzahl benötigt werden, reduziert. Da die Gitterpunkte sich im allgemeinen nicht bei geeigneten Schnittpunkten von Längen- und Breitenkreise befinden, müssen die Koeffizienten nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden.

Die Auflösung erfolgte bis zu einer Großkreiswellenzahl von $N=15$. Diese Auflösung ist im zeitlichen und räumlichen Mittel von ausreichender Genauigkeit, wie in einer Arbeit von SPETH und KIRK (1981) für das Jahr 1969 gezeigt wurde. Die maximale Varianz liegt im 200 mb-Niveau im Breitenmittel bei $60^{\circ}N$ und beträgt 600 gpm^2 (SPETH und KIRK, Abb. 2).

Die Kugelflächenfunktionen Y_k ergeben nach der Bestimmung der Kugelflächenfunktionskoeffizienten c_k eine eindeutige Darstellung für jeden Punkt des analysierten Feldes. Also gilt für einen Schnittpunkt (ϕ, λ) :

$$F(\phi, \lambda) = \sum_{k=1}^K c_k Y_k(\phi, \lambda) \quad (2.1)$$

k ist eine Funktion von n, m, s mit

- | | |
|---------------------------|---|
| n : Großkreiswellenzahl | $n=0, \dots, N$ |
| m : zonale Wellenzahl | $0 \leq m \leq n$, $n+m$ gerade
(wegen der Symmetrie zum Äquator) |
| s : Sinuswelle | } bzgl. λ
für $s=1$, $m > 0$
für $s=0$ |
| Cosinuswelle | |

Die Abhängigkeit von k von n, m und s ist aus der Tabelle 2.1 zu entnehmen.

Wird die Reihenentwicklung bei einer Großkreiswellenzahl $N=15$ abgebrochen, erhält man unter der oben genannten Symmetrieannahme 136 Kugelflächenfunktionskoeffizienten.

Die Y_k stehen genauer für:

$$Y_k(\phi, \lambda) = Y(n, m, \phi, \lambda) = P(n, m, \sin \phi) \cdot \begin{cases} 1 & \text{für } m=0, s=0 \\ \sqrt{2} \sin(m\lambda) & \text{für } s=1 \\ \sqrt{2} \cos(m\lambda) & \text{für } s=0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Tabelle 2.1: k als Funktion von n , m und s

n	s	$m \rightarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15														
0	0		1																													
1	0			2																												
1	1				3																											
2	0		4		5																											
2	1					6																										
3	0			7			9																									
3	1				8			10																								
4	0		11			12			14																							
4	1						13			15																						
5	0			16				18			20																					
5	1				17				19			21																				
6	0		22			23				25			27																			
6	1						24				26			28																		
7	0			29				31				33			35																	
7	1				30				32				34			36																
8	0		37			38				40				42			44															
8	1						39				41				43			45														
9	0			46				48				50			52			54														
9	1				47				49				51			53		55														
10	0		56				57			59				61			63	65														
10	1							58			60				62			66														
11	0			67					69			71				73		75	77													
11	1				68					70					72				74	76	78											
12	0		79				80				82					84				86	88	90										
12	1							81				83					85				87	89	91									
13	0			92					94				96				98				100		102	104								
13	1				93					95				97				99				101		103	105							
14	0		106							107					109				111			113			115	117	119					
14	1										108					110				112			114				116	118	120			
15	0			121								123								125				127				129	131	133	135	
15	1				122								124								126				128				130	132	134	136

Der zweite Faktor stellt damit eine harmonische Schwingung längs eines Breitenkreises dar.

Die $P(n,m,\sin \phi)$ sind zugeordnete Legendre-Polynome mit:

$$P(n,m,\sin \phi) = \sqrt{2n+1} \sqrt{\frac{(n-m)!}{(n+m)!}} \cdot (-\sqrt{1-\sin^2 \phi})^m \cdot \hat{P}(n,m,\sin \phi) \quad (2.3)$$

Die Polynome beschreiben für ein festes n und m das Verhalten der Funktion längs eines Großkreises. Sie sind so normiert, daß ihr Integral über die betrachtete Fläche (Kugel) zu 1 wird.

Dabei ist

$$\hat{P}(n,m,\sin \phi) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^{m+n}}{d \sin \phi^{m+n}} [(\sin^2 \phi - 1)^m] \quad (2.4)$$

Rekursionsformel:

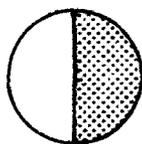
$$\hat{P}_n^m(\sin \phi) = ((2m-1) \sin \phi P_n^{m-1}(\sin \phi) - (n+m-1) P_n^{m-2}(\sin \phi)) / (n-m) \quad (2.5)$$

Man geht dann aus von

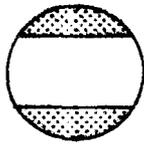
$$\hat{P}_n^m(\sin \phi) = (1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m-1)) \sqrt{1-\sin^2 \phi}^m$$

und berechnet successive $P_{m+1}^m, P_{m+2}^m, \dots, P_n^m$

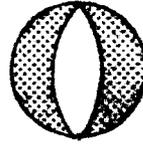
Zur Veranschaulichung seien folgende drei Beispiele gegeben:



$n = 1, m = 1$



$n = 2, m = 0$



$n = 2, m = 2$

Die Flächen mit negativen Werten sind schraffiert, $s = 0$ oder 1 bewirkt eine Drehung des Bildes um die Polachse um eine viertel Wellenlänge.

Im nächsten Verarbeitungsschritt wurden aus den nach der Methode der kleinsten Quadrate erhaltenen c_k zonale Fourierkoeffizienten für jeden Termin berechnet, die bis zu der maximal möglichen zonalen Wellenzahl $M=15$ aufgelöst wurden.

Damit läßt sich ein Funktionswert auf einem Breitenkreis ϕ darstellen als:

$$F(\phi, \lambda, t) = \frac{a_0(\phi, t)}{2} + \sum_{m=1}^M (a_m(\phi, t) \cos(m\lambda) + b_m(\phi, t) \sin(m\lambda)) \quad (2.6)$$

$$\text{oder} \quad = \sum_{m=-M}^M C_m(\phi, t) e^{im\lambda} \quad 0 \leq \lambda \leq 2\pi$$

in komplexer Schreibweise.

Die a_m und b_m können einfach aus den c_k berechnet werden:

$$a_m(\phi) = \sum_{n=0}^m \sqrt{2} c_k \cdot P(n, m, \sin \phi) \quad \text{für } m \geq 0, s=0$$
$$b_m(\phi) = \sum_{n=0}^m \sqrt{2} c_k \cdot P(n, m, \sin \phi) \quad \text{für } m \geq 1, s=1$$
(2.7)

Damit entstehen Koeffizientensätze, die ein Feld auf einem festen Breitenkreis beschreiben.

Im weiteren wird von der komplexen Fourierdarstellung ausgegangen. Die Relationen zu den reellen Fourierkoeffizienten sind die folgenden:

$$c_0 = a_0/2$$
$$c_m = \begin{cases} \frac{1}{2} (a_m - ib_m) & \text{für } m > 0 \\ \frac{1}{2} (a_m + ib_m) & \text{für } m < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Nach Bestimmung dieser Koeffizienten läßt sich jeder Feldwert auf einem Breitenkreis als Summe des Breitenmittelwertes und von Wellen mit den zonalen Wellenzahlen 1 bis 15 darstellen. Jeder Welle kann eine Amplitude und eine Phase zugeordnet werden, wie es in LINCKE (1970) und OSTHAUS (1978) beschrieben ist. Diese Darstellung bietet sich an, da die Feldwerte auf einem Breitenkreis zyklisch geschlossen sind.

Schließlich wird in einem dritten Verarbeitungsschritt auf die Zeitreihe der Fourierkoeffizienten noch eine zeitliche Fourierzerlegung angewendet. Eine zeitliche Analyse ist nicht ganz so problemlos wie eine zonale, da der Anfangspunkt einer Periode i.a. nicht mit dem Endpunkt übereinstimmt. Am ehesten scheint die zyklische Geschlossenheit für die Grundperiode von einem Jahr gewährleistet zu sein, und deshalb wurden 365 Tage als Grundperiode gewählt, so daß kein Trend eliminiert zu werden brauchte.

Dabei wurde so vorgegangen, daß die Zeitreihe direkt in ein diskretes Fourierspektrum zerlegt und damit der Methode gefolgt wurde, welche KAO (1968) auf eine dreimonatige und WILLSON (1974) auf zwei halbjährliche Zeitreihen angewendet haben. Andere Autoren benutzten für die zeitliche Spektralanalyse einen anderen Weg (HAYASHI 1971, BÖTTGER und FRAEDRICH 1980, FRAEDRICH und BÖTTGER 1978). Sie bildeten Autokovarianzfunktionen durch zeitliche Verschiebung der Datenreihen gegeneinander. Dies geschah für vier Monate umfassende Zeitreihen, jeweils für Sommer und Winter (BÖTTGER 1979). Aus der Kovarianzfunktion wurde dann das Power-Spektrum berechnet. Durch die maximale Verschiebung der Zeitreihen gegeneinander ist implizit eine Zusammenfassung von Varianzbeiträgen in Frequenzbändern gegeben. Diese Methode glättet das Spektrum sofort und sichert es statistisch ab. Allerdings sind die erhaltenen Wellen, vor allem in den großperiodischen Bereichen, nicht mehr als kohärent anzusehen, wodurch Betrachtungen über das Verhalten von stehenden Wellen, auf die weiter unten noch eingegangen wird (Kapitel 3.2.), verhindert werden.

Durch die zeitliche Fourierzerlegung gelangt man in den sogenannten Wellenzahl-Frequenz-Raum, d.h. ein Funktionswert an einem Gitterpunkt (ϕ, λ) und zu einem Zeitpunkt t setzt sich nun zusammen aus Wellen konstanter Amplitude mit den zonalen Wellenzahlen 0 bis 15, welche mit verschiedenen Frequenzen - bezogen auf die Grundperiode - den Breitenkreis entlangwandern. Das bedeutet, daß sich ein Funktionswert $F(\phi, \lambda, t)$ nach dieser Analyse folgendermaßen darstellt:

$$\begin{aligned}
 F(\phi, \lambda, t) &= \sum_{m=-M}^M \underbrace{\left(\sum_{f=-F}^F C(\phi, m, f) e^{-ift} \right)}_{C_m(\phi, t)} e^{im\lambda} \\
 &= \sum_{m=-M}^M \sum_{f=-F}^F C(\phi, m, f) e^{i(m\lambda - ft)} \\
 &\text{mit } 0 \leq t \leq 2\pi
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

Die zeitlich angewandte Fast-Fourier-Transform (FFT) berechnet nämlich

$$C(\phi, m, f) = \sum_{j=0}^{K-1} C_m(\phi, t) e^{i2\pi jf/K}
 \tag{2.10}$$

$$f = 0, \dots, K-1, \quad K = \text{Länge der Zeitreihe (=365)}$$

Damit wirdt aus Gleichung (2.9) ausgedrückt als $j \cdot \Delta t$, j läuft von 0 bis 364.

Generell gilt für den Exponenten der Exponentialfunktion, daß m und f dimensionslose Zahlen sind, die zwischen 0 und 15 bzw. zwischen 0 und ± 182 liegen. Somit sind auch λ und t dimensionslos. Sie sind Bruchteile des Breitenumfangs bzw. der Grundperiode von 365 Tagen.

In den Zeichnungen sind m und f zu verstehen als die Anzahl der Wellen pro Breitenkreis bzw. Anzahl der Wellendurchgänge pro Jahr an einem beliebigen Punkt auf dem Breitenkreis.

Es ist ausreichend, die FFT auf alle $m \geq 0$ anzuwenden, da die Werte der $C(\phi, m, f)$ konjugiert komplex zu den $C(\phi, -m, f)$ sind. D.h. es gilt:

$$C^+ (\underline{+} m, \underline{+} f) = C (\bar{+} m, \bar{+} f)
 \tag{2.11}$$

Die Nyquist-Frequenz beträgt bei einer Auflösung von 24 Stunden 182 Zyklen/Jahr, d.h. Perioden von zwei Tagen können noch erfaßt werden. Da die spektrale Energie bis zu dieser Frequenz schon um Zehnerpotenzen gegenüber der jährlichen Welle abgefallen ist, ist kein verfälschender Aliasing-Effekt zu erwarten.

Ist bei positivem m f positiv, so bewegt sich die Welle nach Osten, bei negativem f nach Westen. Die Koeffizienten $C(\phi, m, f)$ lassen sich von der anschaulichen Bedeutung her in vier Gruppen aufteilen:

- a) $C(\phi, 0, 0)$ Über das Jahr gemittelter Breitenmittelwert.
- b) $C(\phi, m, 0)$ Stationäres Feld aller zonalen Wellenzahlen m , in diesem Fall die Wellen, aus denen sich das über ein Jahr gemittelte Feld zusammensetzt.
 $m \neq 0$
- c) $C(\phi, 0, f)$ Schwankung des Breitenmittelwertes F mit der Frequenz f .
 $f \neq 0$
- d) $C(\phi, m, f)$ Wandernde Wellen aller Frequenzen und Wellenzahlen.
 $m, f \neq 0$
 $m > 0$

(Vergleiche auch BÖTTGER 1979). In Term d) befinden sich sowohl rein ostwärts als auch rein westwärts wandernde Wellen. Da bei der benutzten Methode nicht über die Frequenz gemittelt wurde, sind zwei gegeneinanderlaufende Wellen gleicher Frequenz kohärent. Für den Fall, daß diese beiden Wellen dieselbe Amplitude besitzen, bilden sie dann eine stehende Welle. Diese Wellen sollen weiter unten noch genauer untersucht werden und sollen nicht mit dem stationären Feld verwechselt werden, welches in vielen Arbeiten als "stehende Wellen" bezeichnet wird.

Die Berechnung der Zeitreihen von Fourierkoeffizienten des Geopotentials wurde für Breitenkreise zwischen 15°N und 80°N durchgeführt mit einem Breitenkreisabstand von 2.5° . Daraus konnten dann direkt die Fourierkoeffizienten für die geostrophischen Geschwindigkeitskomponenten u_g und v_g gewonnen werden (siehe auch OSTHAUS 1978).

$$b_m^{(v)} = - \frac{9.81}{f \cdot a \cdot \cos \phi} m a_m^{(\phi)} \quad (2.12)$$

$$a_m^{(v)} = \frac{9.81}{f \cdot a \cdot \cos \phi} m b_m^{(\phi)}$$

für die Meridional Komponente des geostrophischen Windes,

$$a_{m,\phi}^{(u)} = - \frac{1}{f \cdot a} \frac{a_{m,\phi+\Delta\phi}^{(\phi)} - a_{m,\phi-\Delta\phi}^{(\phi)}}{2\Delta\phi}$$

$$b_{m,\phi}^{(u)} = - \frac{1}{f \cdot a} \frac{b_{m,\phi+\Delta\phi}^{(\phi)} - b_{m,\phi-\Delta\phi}^{(\phi)}}{2\Delta\phi} \quad (2.13)$$

für die zonale Komponente, wobei $\Delta\phi = 2.5^{\circ}$ beträgt.

Der obere Index (in Klammern) steht für die geostrophischen Windkomponenten bzw. das Geopotential.

Auf die Zeitreihe der Fourierkoeffizienten der Komponenten des geostrophischen Windes wurden dann ebenfalls zeitliche Fourierreihenanalysen angewendet, um dadurch Spektren für den Transport von relativem Drehimpuls zu erhalten.

Die von der zonalen Wellenzahl und der Frequenz abhängigen Fourierkoeffizienten $C(\phi, m, f)$ wurden für jeden 5. Breitenkreis zwischen 15° und 80°N berechnet.

3. ERGEBNISSE AUS DER SPEKTRALEN UNTERSUCHUNG DES GEOPOTENTIALFELDES UND DER GEOSTROPHISCHEN GESCHWINDIGKEITSKOMPONENTEN

Mit der unter 2.) beschriebenen Methode erhält man für jeden Breitenkreis und jede der drei Größen (Geopotential, geostrophische u- und v-Komponente) 16×365 Fourierkoeffizienten, von denen jeder eine bestimmte zonale Wellenzahl und zeitliche Frequenz repräsentiert, d.h. ihre Amplitude und Phase zu einem bestimmten Referenzzeitpunkt der Grundperiode (in diesem Fall jeweils der erste Januar). Die Analyse wurde für jedes der acht Jahre durchgeführt. Acht Jahre sind noch kein klimatologischer Zeitraum, aber eine Mittelung der erhaltenen Spektren über diesen Zeitraum ergibt doch eine bessere Absicherung, als wenn man nur ein Jahr betrachten würde.

Die Anzahl der Freiheitsgrade zur Festlegung des 95 %-Konfidenzintervalles in den Abbildungen wurde durch folgende Überlegungen festgelegt: Die natürliche Anzahl von Freiheitsgraden für eine Zeitreihe ist das Verhältnis von der Länge der Zeitreihe durch die Korrelationslänge. Da die berechneten Spektren vor dem Zeichnen über 7 Frequenzen geglättet wurden, ist dadurch die Korrelationslänge auf $(365/7)$ Tage festgesetzt. Damit erhält man nun für die Anzahl der Freiheitsgrade den Wert $365:(365/7) = 7$. Aufgrund der Tatsache, daß zur Erstellung der Spektren 8 Zeitreihen von je 365 Tagen Länge verwendet wurden, erhöht sich die Anzahl der Freiheitsgrade auf $7 \times 8 = 56$. Aus JENKINS und WATTS (1968), S. 82, Fig. 3.10, entnimmt man ein Konfidenzintervall von 0.7 bis 1.5.

3.1. POWER-SPEKTREN IM WELLENZAHL-FREQUENZ-RAUM

Das Power-Spektrum einer skalaren Größe gibt an, welcher Anteil der Gesamtvarianz welcher Wellenzahl und Frequenz zuzordnen sind, d.h. welchen Anteil der Energie sie an der Gesamtenergie besitzen. Ein Maß für den spektralen Energieanteil einer solchen Welle ist proportional dem Quadrat ihrer Amplitude.

Anders ausgedrückt, stellt sich das Jahres- und Breitenmittel des Quadrates einer Feldgröße folgendermaßen dar:

$$\left[F(\phi, \lambda, t)^2 \right]_{\lambda, t} = \left[\left(\sum_{m=-M}^M \sum_{f=-F}^F C(\phi, m, f) e^{i(m\lambda - ft)} \right)^2 \right]_{\lambda, t} \quad (3.1)$$

Führt man diese Multiplikation durch, bewirkt die Orthogonalität der Winkelfunktion auf dem Gebiet, daß beim Mitteln über die Breite und die Grundperiode nur noch folgende Anteile übrig bleiben:

$$\left[F(\phi, \lambda, t)^2 \right]_{\lambda, t} = \sum_{m=-M}^M \sum_{f=-F}^F C(m, f) \cdot C^+(m, f) \quad (3.2)$$

Wegen (2.11) kann man den Ausdruck umschreiben zu:

$$\begin{aligned} \left[F(\phi, \lambda, t)^2 \right]_{\lambda, t} &= C(0, 0) \cdot C(0, 0) & (1) \\ &+ 2 \cdot \sum_{f=-F}^F C(0, f) \cdot C^+(0, f) & (2) \\ &+ 2 \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{f=-F}^F C(m, f) \cdot C^+(m, f) & (3) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Der erste Term auf der rechten Seite ist das Quadrat des Jahres- und Breitenmittels der Größe F , der zweite gibt Auskunft über die Größe der Energie für die Schwankung des Breitenmittels von F .

In den im folgenden dargestellten Energiespektren wird nur Term (3) der Gleichung (3.3) dargestellt, welcher die auf alle analysierten Frequenzen verteilte Energie der Wellen von verschiedener zonaler Wellenzahl beschreibt. Die Frequenz 0 cy/y wurde für Wellenzahlen mit $m \neq 0$ mit berücksichtigt, d.h. das Jahresmittel jeder zonalen Welle wurde ebenfalls eingezeichnet.

Die Abbildungen 1 und 2 zeigen das so entstandene über acht Jahre gemittelte Energiespektrum der geopotentiellen Höhe für zwei verschiedene Breiten. Im unteren Teil der Abbildungen befindet sich die zweidimensionale Darstellung, die auf der Ordinate die zonale Wellenzahl und auf der Abszisse die Frequenz in Zyklen/Jahr (cy/y) zeigt. Ein positiver Wert der Frequenz bedeutet, daß die Welle nach Osten wandert. Entsprechend gilt für negative Werte, daß sie sich nach Westen bewegt. Die Frequenzwerte geben an, wie oft im Jahr die Welle mit sich selbst wieder in Deckung gelangt. Das bedeutet, daß sich für dieselbe Frequenz bei verschiedenen Wellenzahlen unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten ergeben.

Zum Glätten der Isoplethen wurden die Werte energieerhaltend über sieben Frequenzen gemittelt (binominal). Die Isoplethen haben einen logarithmischen Maßstab.

Im oberen Teil der Zeichnungen wurde das Spektrum um eine Dimension vermindert, indem die Werte über ausgewählte zonale Wellenzahlen summiert wurden. Die Abszisse ist genau so zu verstehen wie im unteren Teil des Bildes.

Abbildung 1 zeigt das Spektrum des Geopotentials für 30°N , einer Breite, bei der im Mittel der Subtropenjet gelegen ist. Dort ist die mittlere Zonalgeschwindigkeit groß, und die Amplituden der großskaligen atmosphärischen Wellen sind noch recht gering verglichen mit der Breitenzone zwischen 45° und 50°N .

Der Hauptanteil der Energie findet sich auf und nahe der Linie $f=0$ cy/y, d.h. beim Jahresmittel und beim Jahresgang. Zu den nach Osten wandernden Wellen hin fällt die Energie der langen Wellen mit den Wellenzahlen 1 bis 4 schneller ab als von jenen mit hoher Wellenzahl. Bei beiden Gruppen liegt das Maximum der Energie aber beim Jahresmittel.

Nach links, also zu den wachsenden Frequenzen der nach Westen wandernden Wellen hin, fällt die Energie der langen Wellen (Wellenzahl 1 bis 4) etwas langsamer ab als in positiver Richtung. Sie bestimmen fast den Verlauf der Summenkurve, was ausdrückt, daß die kürzeren Wellen (Wellenzahl 5 bis 8) im Vergleich mit den erstgenannten stark abfallen. Deutlich läßt sich im Bild eine asymmetrische Verteilung mit höherer Energie bei den positiven Frequenzen feststellen.

Die Breite $\phi = 45^{\circ}$ gehört zu jenem Breitengürtel, innerhalb von welchem die größten Wellenamplituden auffindbar sind. Das Jahresmittel und der Jahresgang sind bei den langen Wellen mit den Wellenzahlen 1 bis 4 weiterhin dominierend, wie aus dem oberen wie unteren Bild von Abbildung 2 erkennbar ist. Die Energie ist verglichen mit jener in den niederen Breiten insgesamt angestiegen. Der Anteil der Wellenzahlen 1 bis 4 fällt dann bei der gewählten logarithmischen Skalierung fast linear zu den höheren Frequenzen hin ab, und zwar relativ symmetrisch zum Nullpunkt der Frequenz. Eine Überlagerung von Wellen dieser Wellenlängen, die in entgegengesetzte Richtung wandern, würde also wahrscheinlich oft zur Bildung von stehenden Wellen führen.

Anders verhält es sich mit den Wellen kürzerer Wellenlängen. Ihre positive Asymmetrie zu den positiven Frequenzen verstärkt sich noch. Beim Jahresgang findet man zwar bei der Summe über die Wellenzahlen 5 bis 8 noch einen maximalen Wert, welcher aber dieselbe Größenordnung besitzt wie die Werte bei den größeren Frequenzen der ostwärts fortschreitenden Wellen. Bei einer Frequenz von ungefähr 10 cy/y, also im Periodenbereich von ungefähr einem Monat, endet der relativ steile Abfall der Energie. Von dort bis zu einer Frequenz von ca. $f = 80$ cy/y (d.h. eine Periode von 4 bis 5 Tagen) beträgt der Energieabfall nur noch eine halbe Zehnerpotenz und fällt dann steiler ab. In diesem Frequenzbereich sind bei den vorliegenden Ergebnissen allerdings keine signifikanten Maxima und Minima auszumachen.

Bei den westwärts wandernden Wellen ist der Energieabfall bei den höheren Wellenzahlen sehr viel größer, so daß diesen wenig Einfluß zugeschrieben werden kann.

Die Abbildungen 3 bis 6 enthalten entsprechende Darstellungen der Ergebnisse für die Komponenten des geostrophischen Windes. Da bei der Berechnung der Koeffizienten von v_g aus den Koeffizienten des Geopotentialfeldes die Wellenzahl m als Faktor eingeht, ist zu erwarten, daß die Energie der kürzeren gegenüber jener der längeren Wellen verglichen mit dem Geopotential zunimmt. Dadurch treten die schon beim Geopotential gefundenen unterschiedlichen Verhaltensweisen von langen und kurzen Wellen noch klarer hervor (siehe auch KAO und WENDELL 1970).

Aus den beiden Abbildungen 3 und 4 wird erkennbar, daß sich die Energiemaxima gegenüber dem Geopotential auf höhere Wellenzahlen und auch auf

die höheren Frequenzen bei den ostwärts fortschreitenden Wellen verlagern (was z.B. auch bestätigt, daß die kürzer dimensionierten atmosphärischen Wellen mit größerer Geschwindigkeit nach Osten wandern).

Am 30. Breitenkreis wird der Jahresgang und das Jahresmittel ungefähr zu gleichen Teilen von den langen Wellen (Wellenzahl 1 bis 4), als auch von den kürzeren Wellen (Wellenzahl ≥ 5) bestimmt, da auch beim Geopotential im Jahresmittel der Abfall der Energie über die Wellenzahlen geringer ist als bei 45°N . Dort sind auch bei v_g die längsten Wellen für den Jahresgang verantwortlich. Aber das Maximum liegt nicht bei Wellenzahl 1 sondern bei Wellenzahl 3. Mit zunehmender Phasengeschwindigkeit der Wellen (nach Osten) fallen die Anteile der langen mehr gegenüber jenen der kürzeren Wellen ab, als dies beim Geopotential der Fall ist. Sie unterscheiden sich um mehr als eine Größenordnung. Die Energie nimmt bei den Wellenzahlen 5 bis 8 sehr langsam zu den höheren Frequenzen hin ab. Ein leichter Anstieg bei hohen negativen Frequenzen muß eher als ein Aliasing-Effekt gedeutet werden, welcher von der positiven Seite herkommt.

Dieses Spektrum kann man qualitativ mit auf ähnliche Weise von BÜTTGER (1979) berechneten Spektren vergleichen. Dieser führte Untersuchungen für 50°N und für das 500 mb-Niveau jeweils für einige Winter- und Sommerhalbjahre durch. Die Verlagerung der maximalen Energie zu höheren Frequenzen hin für größere Wellenzahlen ist dort ebenfalls deutlich erkennbar. Da die Analyse nur auf vier Monate umfassende Datenreihen angewendet wurde, fehlt der dominierende Jahresgang, und es zeigen sich deutliche Nebenmaxima bei den höheren Wellenzahlen und Frequenzen, so daß im Winter drei charakteristische Wellenzahl- und Frequenzbereiche unterschieden werden können: Ein ultralangperiodischer Bereich (quasi-stationäre Störungen mit einer Periode p von 20 Tagen, Wellenzahl $m = 1-4$), ein langperiodischer Bereich ($p=12$ Tage, $m=5-6$) und ein kurzperiodischer Bereich ($p=4-5$ Tage, $m=7-8$).

Für die Sommerhalbjahre zeigt BÜTTGER, daß die Energie zu den kürzeren Wellenlängen hin verschoben wird, aber die Maxima in ähnlichen Periodenbereichen wie im Winter in Erscheinung treten. Da die für den Winter und den Sommer charakteristischen Eigenschaften bei einer Grundperiode von einem Jahre im Spektrum zusammen erscheinen, lassen sie sich in der vorliegenden Untersuchung nicht als separate signifikante Maxima identifizieren.

Die Eigenheiten im Spektrum für u_g (Abb. 5 und 6) unterscheiden sich wiederum von jenen der anderen beiden Größen, indem hier die maximalen Werte bei 30°N und Wellenzahl 1 auftreten. Dies ist ein Zeichen für eine fast zonale Ausrichtung des Jets. Auch in den höheren Breiten spielen die langen Wellen (Wellenzahl 1 bis 4) und die kleinen Frequenzen die dominierende Rolle. Beim Jahresgang ist der Anteil der Wellen mit den Wellenzahlen 5 bis 8 um zwei Größenordnungen kleiner als jener der Wellenzahlen 1 bis 4. Ab einer Frequenz von 30 cy/y werden beide Anteile vergleichbar und bleiben es bis zu den höheren Frequenzen hin.

In der Breite von 45°N und dort für die Wellen mit den Wellenzahlen 5 bis 8 findet man das Maximum nicht mehr eindeutig im Jahresmittel, sondern es tritt ein ebenso großer Extremwert bei $f = 40 \text{ cy/y}$ (das entspricht einer Periode von 9 Tagen) in Erscheinung, welcher an dieser Stelle aber immer noch nicht das Energieniveau der dort noch wichtigen langen Wellen erreicht. Erst zwischen $f = 60$ und 70 cy/y werden beide Anteile ungefähr gleich bedeutsam.

Das unterschiedliche Verhalten der beiden Geschwindigkeitskomponenten macht lediglich deutlich, daß u_g als Maß für den meridionalen Druckgradienten mehr Energie im quasi-zonalen Bereich aufweist und sich zeitlich langsamer ändert als v_g und diese Komponente als Maß für $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ bei den schneller wechselnden kleinskaligen Wellenerscheinungen stärker hervortritt.

Zusammenfassend läßt sich für die auf Abbildung 1 bis 6 gezeigten Spektren sagen, daß das Energiedichtemaximum bei einer Summation über alle 15 Wellenzahlen generell beim Jahresmittel und beim Jahresgang gelegen ist. Der Energieabfall, den man zu den höheren Frequenzen hin beobachtet, ist langsamer für Wellen, die nach Osten fortschreiten, verglichen mit den westwärts wandernden, besonders für die kürzeren Wellen mit den Wellenzahlen 5 bis 8. Darum verläuft in den zweidimensionalen Darstellungen im unteren Teil der Abbildungen die Linie maximaler Energie von den kleinen Wellenzahlen und der Frequenz 0 cy/y zu Wellen größerer Wellenzahl und wachsender positiver Frequenz. Das ist besonders deutlich bei den Spektren zu erkennen, die das Verhalten der meridionalen geostrophischen Windkomponente im Wellenzahl-Frequenz-Raum zeigen.

3.2. STEHENDE, STATIONÄRE UND WANDERNDEN GEOPOTENTIAL- WELLEN

Eine Fragestellung, welche nach der bisher vorgenommenen Analyse der Geopotentialwellen in Angriff genommen werden kann, ist, inwieweit die Wellen, die bisher getrennt in ostwärts und westwärts wandernde Wellen aufgeteilt sind, durch Überlagerung zu stehenden Wellen werden können, bzw. ein wie großer, rein fortschreitender Anteil verbleibt.

Dazu soll das Phänomen einer stehenden Welle etwas genauer betrachtet werden. Eine stehende Welle entsteht, wenn sich zwei Wellen gleicher Wellenzahl und Frequenz, welche in entgegengesetzte Richtung wandern, überlagern. Innerhalb der Wellenlänge (welche der Länge 2π entsprechen soll) treten in gleichen Abständen zwei Schwingungsbäuche auf, d.h. Punkte, an denen im Laufe einer Periode Schwingungen mit einer Amplitude ausgeführt werden, welche doppelt so groß ist wie die Amplitude jeder Welle. Jeweils zwischen den Schwingungsbäuchen liegen die Schwingungsknoten, das sind Orte, an denen die Überlagerung beider Wellen dazu führt, daß überhaupt keine Schwingung stattfindet. Da die Stellen gleicher Schwingungsenergie sich auf einem Breitenkreis nicht fortbewegen, werden diese Wellen als "stehend" definiert.

Mit der hier angewandten Methode können solche stehenden Wellen berechnet werden, da die Wellen formal kohärent sind. Formal insofern, daß die vorhandene Energie nicht genau in den diskreten Frequenzen zu finden ist, welche aufgelöst werden. Auf diese Weise findet man bei jeder Frequenz zusätzliche Energiebeiträge von benachbarten nicht erfaßten Frequenzintervallen. Bei der Methode, die auf HAYASHI (1968) zurückgeht, ist dies nicht eindeutig möglich, da die Ergebnisse der zeitlichen Spektralanalyse für endliche Frequenzbänder der Länge Δf berechnet werden. Je größer der dazugehörige Periodenbereich ist, d.h. besonders bei kleinen Frequenzen, desto weniger sind diese Wellen kohärent (BÖTTGER 1979; PRATT 1976). Die statistische Absicherung, welche bei dem Vorgehen mit exakten Frequenzen geringer ist, wird durch das Mitteln über den achtjährigen Zeitraum wieder verbessert. Trotzdem ist es auch hierbei nicht leicht möglich, einen stehenden und einen wandernden Teil getrennt zu erhalten für den Fall, daß die Amplituden der beiden kohärenten Wellen unterschiedlich groß sind.

Wie ein Rechenbeispiel für zwei harmonische Wellen gleicher Frequenz und mit der Amplitude $A_1=5$, $A_2=3$ deutlich macht, entsteht dann der folgende zeitliche Ablauf, welcher in Abbildung 7 für verschiedene beliebige Zeitpunkte innerhalb der Grundperiode als Funktion von x dargestellt ist. $x = 2\pi$ stellt eine räumliche Wellenlänge dar. Zu jedem der angegebenen Zeitpunkte erhält man als Momentanbild eine harmonische Kurve dieser Wellenlänge. Deren Phase und Amplitude ändern sich im Laufe der Periode derart, daß an zwei ausgezeichneten Punkten, den Schwingungsbäuchen, eine Schwingung mit der Amplitude $(A_1 + A_2)$ entsteht. An jenen Stellen, an denen sich bei zwei Wellen mit gleicher Amplitude die Schwingungsknoten einstellen würden, tritt nun doch eine Schwingung auf, deren Amplitude $|A_1 - A_2|$ beträgt. Eine Welle mit dieser Restamplitude wandert damit weiterhin in die Richtung derjenigen Welle, welche die größere Amplitude besitzt.

Es wäre nun wünschenswert, die Energie des rein stehenden Teils von jener des wandernden zu trennen, um den wandernden und den stehenden Anteil abzuschätzen. Aber das ist offensichtlich nicht möglich, wie folgendes Beispiel zeigt.

Als Ansatz wird für beide Wellen gewählt:

$$\text{Welle 1 (W1)} : A_1 e^{i(m\lambda - ft)} \quad \text{und}$$

$$\text{Welle 2 (W2)} : A_2 e^{i(m\lambda + ft)}$$

Es gelte: $A_2 = A_1 + \Delta A$

Daraus folgt für die Energie E :

$$\begin{aligned} E(W_1 + W_2) &\sim A_1^2 + A_2^2 \\ &= A_1^2 + A_1^2 + 2A_1 \Delta A + \Delta A^2 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Das dritte Glied auf der rechten Seite von Gleichung (3.4) ist ein gemischter Term, der sowohl einen stehenden als auch einen wandernden Anteil enthält.

Da auf diese Weise eine Trennung nicht möglich ist, wird als Maß für den stehenden und den wandernden Anteil das folgende Verhältnis definiert, welches als dimensionslose wandernde Welle bezeichnet werden soll:

$$V = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} \cdot 100 (\%) \tag{3.5}$$

Dieses Verhältnis ist Null für $A_1 = A_2$. In diesem Fall handelt es sich um eine rein stehende Welle. Der Wert von V steigt an, je größer die Differenz

zwischen den Amplituden, d.h. je größer der wandernde Anteil wird. Maximal kann $|V|$ 100 % betragen. Dann ist eine der Amplituden gleich Null. Gilt $A_2 = 0$ ($V = + 100 \%$), so entsteht eine rein ostwärts wandernde, dagegen bei $A_1 = 0$ eine rein westwärts wandernde Welle ($V = - 100 \%$). Das Vorzeichen von V gibt also an, ob der wandernde Restanteil nach Osten oder nach Westen gerichtet ist.

Abbildung 8 (a und b) zeigt die spektrale Verteilung von V , welches für jedes der acht Jahre gebildet und dann über den gesamten Zeitraum gemittelt wurde. Es wurden wieder die Breiten 30°N und 45°N ausgewählt. Der Anteil des rein wandernden Teils steigt erwartungsgemäß zu den höheren Breiten hin an und beträgt dort stellenweise mehr als 60 %. Er ist im Bereich der Wellen mit den Wellenzahlen 4 bis 15 positiv, also der wandernde Anteil nach Osten gerichtet. Bei 30°N liegen die maximalen Werte bei den Wellenzahlen 7 bis 11; sie verlagern sich zu 45°N hin etwa auf einen Bereich zwischen Wellenzahl 5 bis 9. Wegen der gleichzeitigen Verkleinerung des Breitenkreisradius wird die resultierende Wellenlänge nur etwas größer. Der Frequenzbereich, in dem die maximalen Werte zu finden sind, ändert sich mit steigender Breite allerdings nur unmerklich und liegt zwischen 50 und 120 cy/y, was einem Periodenbereich von ca. 7 bis 3 Tagen entspricht. Für Wellen der Wellenzahl ≤ 4 wandert bei 30°N der Restanteil nach Westen. Bei 45°N geschieht dies ebenfalls, aber nur bei Frequenzen, welche kleiner sind als 25 cy/y.

Diese Ergebnisse stimmen qualitativ mit den schon von ROSSBY (1939) entwickelten Beziehungen zwischen der Wellenlänge und der Phasengeschwindigkeit für Wellen in einem barotropen Medium und einem nach Osten gerichteten zonalen Grundstrom U überein.

Die von ROSSBY gewonnene Formel lautet:

$$c = U - \frac{\beta L^2}{4\pi^2}$$

c : Phasengeschwindigkeit

$\beta = \frac{df}{dy}$ ROSSBY-Parameter

L = Wellenlänge

Nach dieser Beziehung wandern Wellen mit gleicher Wellenlänge in höheren Breiten bei gleichem konstanten Grundstrom U schneller als in niederen,

weil β kleiner wird. Dieser Effekt wird dadurch kompensiert, daß die Wellenlänge in jenem Bereich, in welchem der wandernde Anteil am größten ist, im Durchschnitt etwas anwächst und U nach Norden hin abnimmt.

Damit wurde ein Überblick über den gesamten erfaßten Wellenzahl- und Frequenzraum bezüglich des wandernden und stehenden Anteils gegeben. Im folgenden wird noch näher auf die sehr langen Wellen (Wellenzahlen 1 bis 3) eingegangen werden, und zwar auf jenen Anteil, der im Jahresmittel und im Jahresgang (Frequenz: 1 Zyklus/Jahr) auftaucht.

Ziel einer solchen Untersuchung ist es, soweit es in dieser einfachen Betrachtungsweise überhaupt möglich ist, den Einfluß der thermischen und topographischen Randbedingungen auf diese sehr langen atmosphärischen Wellen zu beschreiben. Dabei können nichtlineare Wechselwirkungen, d.h. Übertragungen von Energie zwischen den verschieden langen Wellen untereinander, nicht erfaßt werden.

Dazu soll vorher ein Überblick darüber gegeben werden, was in der Literatur der letzten Jahrzehnte schon über den Einfluß der topographischen Hindernisse und der asymmetrisch verteilten thermischen Einflüsse zu finden ist.

BOLIN (1950) wies den topographischen Hindernissen den größten Einfluß zu. Er begründete dies mit der Ähnlichkeit des Geopotentialverlaufes entlang eines Breitenkreises im Winter und Sommer, wobei jeweils verschiedene Breitenkreise betrachtet wurden, um der im Sommer nach Norden verschobenen Zirkulation gerecht zu werden. Der Einfluß der Temperaturanomalien sollte nur in der unteren Troposphäre zu spüren sein (monsunaler Bereich). Die Entfernung zur oberen Troposphäre sei zu groß und auch die Verweildauer eines Teilchens über einer Anomalie zu klein, als daß der thermische Einfluß bis in größere Höhen gelangen könne. Er zeigte anhand eines einfachen Modelles für eine homogene, barotrope und inkompressible Atmosphäre mit unendlich breitem zonalen Grundstrom, daß nur Gebirge von der Größenordnung der westlichen Kordillieren und des Himalaja groß genug sind, um die Strömung zu beeinflussen. Sie sind in ihrer Wirkung verschieden, je nachdem, wie groß ihre meridionale Erstreckung ist.

SALTZMAN (1965, 1968) zeigte, daß der rein dynamische Einfluß der Gebirge in der oberen Troposphäre meridionale Geschwindigkeiten in der richtigen

Größenordnung hervorruft, die aber nicht den richtigen Scale und die richtige Phase besitzen, und daß die Verhältnisse in der bodennahen Atmosphäre nicht richtig wiedergegeben werden. Diese Fehler werden erst beseitigt, wenn thermische Einflüsse mit hinzugezogen werden.

HOLOPAINEN (1970) machte eine empirische Untersuchung über den Einfluß orographischer und thermischer Anregung, wobei er postulierte, daß ein rein orographischer Einfluß vorliegt, wenn hauptsächlich zonale kinetische Energie (K_z) in kinetische Energie der stationären Störungen (K_s) umgewandelt wird (barotrope Energietransformation). Weiterhin, daß die thermische Anregung dominierend sei, wenn die Umwandlung von verfügbarer potentieller Energie der stationären Wellen (A_s) in K_s groß ist (barokline Energietransformation). Nach einigen Vereinfachungen für die Berechnung der Energieumwandlungsterme fand er heraus, daß der Einfluß der Gebirge auf die Geopotentialwellen verschwindend klein ist, die baroklinen Effekte, besonders im Winter, dominierend sind. Der Autor fügt hinzu, daß die Entstehung stationärer Wellen nicht durch die Energieumwandlungsterme allein zu erklären sei, daß aber gute Zirkulationsmodelle diese empirisch gefundenen Energieumwandlungen wiedergeben müßten.

Dagegen fanden MANABE und TERPSTRA (1974) in einem Zirkulationsmodell mit σ -Koordinaten, das einmal mit und einmal ohne Einfluß von Gebirgen gerechnet wurde, daß der Einfluß der Gebirge auf die entsprechenden Energieumwandlungsterme beträchtlich ist. Er wächst mit zunehmender Höhe an. Die gesamte turbulente Energie änderte sich allerdings bei den Experimenten wenig. Sie verschiebt sich nur mehr zu den stationären Störungen auf Kosten der wandernden Wellen, wenn der Einfluß von Gebirgen mit berücksichtigt wird. Dabei ändert allerdings das Gebirge im Modell auch den thermischen Antrieb, weil durch sie die Luft zum Aufsteigen gezwungen und dabei latente Wärme freigesetzt wird. Auch der Fluß von sensibler Wärme von der Erdoberfläche wird modifiziert.

EGGER (1976a, 1976b) zeigte dann mit einem einfachen stationären linearen Zweischichtenmodell mit β -Ebenen Approximation, daß dies schon recht gut das Verhalten der stationären Wellen im Januar beschreibt und fand, daß zwischen 600 und 400 mb der Rücken im Luv des Himalaja und der Trog in Ostasien orographisch bedingt sein müßten, was der Aussage von GROSE und HOSKINS (1979) entspricht, daß aber die Störungen über Nordamerika und dem Atlantik auf die Wirkung von Wärmequellen zurückgehen.

Weiterhin stellte er fest, daß Orographie und Wärmequellen allein keine stationären Störungen erzeugen können, die sensible Wärme transportieren. Das wird erst durch Reibung und vertikale Windscherung (Baroklinität) erreicht.

In der vorliegenden Untersuchung soll nun die Größe des stationären Jahresmittelfeldes jener des Jahresganges gegenübergestellt werden und daraus Schlußfolgerungen über die Wirkung von Gebirgen einerseits und der Land-See-Verteilung andererseits auf lange Wellen in der Atmosphäre gezogen werden.

Die Berechnungen für die Amplituden und Phasenlagen wurden für das achtjährige Mittelfeld des Geopotentials durchgeführt, um das Ergebnis so weit wie möglich abzusichern. Vorher wurden die Untersuchungen auch für jedes der vorliegenden Jahre durchgeführt, und es war festzustellen, daß die Ergebnisse nur einer geringen Variation unterliegen.

Abbildung 9 zeigt die Amplituden und die Phasenlage der Topographie der Erdoberfläche der Nordhalbkugel. Diese Topographie wurde von H. FECHNER auf entsprechende Weise wie bei den atmosphärischen Feldern einer harmonischen Analyse unterzogen, so daß auch für die topographischen Erhebungen Aussagen im Wellenzahlbereich gemacht werden können. Weiterhin sind in gleicher Weise berechnete "Amplituden" der Land-See-Verteilung dargestellt. Diese leiten sich aus einer prozentualen Verteilung her, bei der 100 % rein kontinentale Lage und 0 % zentrale ozeanische Lage bedeuten. Ein großer Amplitudenwert bedeutet also, daß Land und See sich entsprechend der zugeordneten Wellenzahl abwechseln. Die dazugehörigen Phasenlagen unterscheiden sich nicht sehr von denen der topographischen Wellen, so daß nur diese abgebildet sind. Die besonderen Eigenheiten, die sich in diesem Bild erkennen lassen, sind die Maxima der topographischen Wellen für die Wellenzahlen 1 und 2 zusammen mit der Wellenzahl 3 bei ca. 35°N und etwa 80°E , welche dem Himalaja zuzuordnen sind. Zusätzlich tritt ein Nebenmaximum bei 50°N für die Wellenzahl 3 in Erscheinung, welches zusammen mit dem wenig ausgeprägten Maximum von Wellenzahl 2 bei 60°N den nordamerikanischen Kordillieren zukommt. Die Maxima nördlich von 70°N sind - in Obereinstimmung mit der Phasenlage - dem grönländischen mit Eis bedeckten Hochland zuzuordnen.

Bei der Land-See-Verteilung dominiert südlich von 30°N Wellenzahl 1, dann

folgt bis 55°N die Wellenzahl 2. Wellenzahl 3 spielt im Vergleich bereits eine untergeordnete Rolle. Das Maximum befindet sich bei 50°N .

Auf der folgenden Abbildung 10 sind die entsprechenden Größen für die Wellenzahlen 1 bis 3 des geopotentiellen Jahresmittelfeldes aufgetragen. Zusätzlich wurden im Bild noch die Amplituden bis zur Wellenzahl 6 aufgenommen, ohne jedoch ihre Phasenlage darzustellen. Das Jahresmittelfeld soll im weiteren stets als stationäres Feld bezeichnet werden. Dieses Feld wird als eine hauptsächlich durch die topographischen Hindernisse erzeugte Verteilung gedeutet, da im Jahresmittel alle jahreszeitlichen und schnelleren Schwankungen herausgefiltert wurden und nur der jahreszeitlich unabhängige Einfluß erhalten bleibt.

Bei näherer Betrachtung der Abbildung 10c erkennt man eine Akkumulation der Trogachsen aller drei Wellenzahlen 1, 2 und 3 zwischen 45° und 60°N und nahe 140°E . Vergleicht man dazu die Amplituden der Geopotentialwellen (Abb. 10a und b), so findet man dort eine maximale Amplitude bei Wellenzahl 1, welche die Werte von Wellenzahl 2 und 3 stark übertrifft und somit den dominierenden Einfluß im Bereich des ostasiatischen Troges ausübt.

Das Maximum von Wellenzahl 2, welches bei ca. 60°N gelegen ist, kann außerdem eine durch die Kordillieren (aus Wellenzahl 2 und 3 bestehend) hervorgerufene Anregung sein, was durch die Lage des einen Troges bei 70°W bestätigt wird. Die topographische Entstehung dieser beiden Tröge wird durch Autoren wie GROSE und HOSKINS (1979), welche Berechnungen mit den Flachwassergleichungen durchführten, bestätigt.

Aus der Größe der Amplituden der Wellenzahlen 4 bis 6 ist zu erkennen, daß ihr Einfluß im Jahresmittel fast zu vernachlässigen ist.

Wenn man davon ausgeht, daß der Einfluß der Land-See-Verteilung auf die großskalige Zirkulation aus dem unterschiedlichen Verhalten ihrer Oberflächentemperaturen besteht und dieser in der Hauptsache dem Jahresgang folgt, so kann man folgern, daß dieser Einfluß vor allem im Jahresgang der Geopotentialwellen sichtbar werden sollte. Dabei muß man aber bedenken, daß durch den Jahresgang der Sonne relativ zu den Breitenkreisen nicht nur die thermischen Bedingungen geändert werden, sondern die Zirkulation bei verschobener und verringerter Zonalzirkulation, auch dynamisch anders auf topographische Hindernisse reagiert.

Der Jahresgang ist dargestellt durch die stehenden Wellen mit der Frequenz 1 Zyklus/Jahr. FECHNER (1981) zeigt bei Kugelflächenfunktionen, daß die reine harmonische Jahreswelle schon 95 % der Varianz des gesamten Jahresganges darstellt. In der vorliegenden Untersuchung mit breitenabhängigen Fourierkoeffizienten wechselt dieser Anteil zwischen den Breiten. Die Amplitude der Halbjahreswelle nimmt aber auch hier stark gegenüber dem Jahresgang ab, was aus den ungemittelten Spektren zu erkennen ist.

Es werden die zonalen Wellenzahlen 1 bis 3 betrachtet. Die Darstellung von Amplitude und Phase wird nun etwas komplizierter (siehe Abb. 11). In Abbildung 11a sind jeweils zwei Amplituden aufgetragen: Die größere beschreibt die Größe der Schwingung bei den Schwingungsbäuchen (siehe obere drei Kurven), die kleineren Werte gelten für die Punkte mit der minimalen Auslenkung und sind negativ, wenn der wandernde Anteil nach Westen gerichtet ist (siehe untere drei Kurven).

Es fällt auf, daß für Wellenzahl 1 die größte Amplitudensumme bei 35°N auftritt, welches 10° nördlicher ist als das Maximum der Land-Meer-Verteilung mit der Wellenzahl 1 (siehe Abb. 9b). Auch für Wellenzahl 2 ist die größte Schwankung um ca. 10° nördlicher gelegen als bei der Land-Meer-Funktion. Dies entspricht Ergebnissen, die B. HOSKINS (mündl.) bei Berechnungen eines linearen baroklinen Modells erhalten hat, das einmal eine Anregung durch ein topographisches Hindernis und im nächsten Fall eine thermische Anomalie beinhaltet. Es stellte sich heraus, daß eine thermische Störung für die Erzeugung stehender Wellen wirksamer ist, wenn sie in subtropischen Breiten vorhanden ist als in mittleren Breiten und daß die erzeugten Wellen jedoch in den mittleren Breiten auftreten. Deshalb ist zu vermuten, daß das Amplitudenmaximum zwischen 50° und 60°N nicht die anregende Kraft für diese stehende Welle mit der Wellenzahl 3 ist. Es besteht die - hier nicht nachweisbar - Möglichkeit, daß es über nichtlineare Wechselwirkungen durch Verteilungen, die andere Wellenzahlen besitzen, angeregt wird. Als zweites kommt vielleicht doch eine Beeinflussung durch die Topographie in Betracht, da - wie oben ausgeführt - dieser und der thermische Einfluß letztlich nicht zu trennen sind.

Zu einer vollständigen Beschreibung der stehenden Wellen ist auch die Lage der Orte mit maximaler Schwingung aufgetragen worden (siehe Abb.

11a - c). Diese Phasenlage wurde wie folgt bestimmt: Für die ostwärts wandernde Welle als auch für die westwärts wandernde Welle wurde die Phasenlage (positiv nach Westen, beginnend bei 0°) für den 1. Januar bestimmt. Dabei wird ϕ_1 für die ostwärts wandernde und ϕ_2 für die westwärts wandernde Welle verwendet.

Dann liegen die Knotenpunkte der Schwingungen bei

$$\frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \quad \text{und} \quad \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \pm \pi \quad (3.6)$$

die maximalen Auslenkungen entsprechend bei:

$$\frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \pm \frac{\pi}{2} \quad (3.7)$$

Damit entspricht 2π einer Wellenlänge.

Der Zeitpunkt, zu dem an den Punkten maximaler Schwingung dieses Maximum erreicht wird, berechnet sich folgendermaßen:

a) $\phi_1 > \phi_2$ (die ostwärts wandernde Welle befindet sich am 1. Januar westlicher als die westwärts wandernde Welle): Nach dem Zeitraum $\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$ wird bei $\phi_{\text{Knoten}} - \frac{\pi}{2}$ das Maximum erreicht.

b) $\phi_1 < \phi_2$ (die westwärts wandernde Welle befindet sich am 1. Januar westlicher als die ostwärts wandernde Welle): Nach dem Zeitraum $\frac{|\phi_1 - \phi_2|}{2}$ wird bei $\phi_{\text{Knoten}} + \frac{\pi}{2}$ das Maximum erreicht.

Die erhaltene Zeit ist dimensionslos und normiert auf die Periode der Welle, der Phasenwinkel auf die Länge der Welle.

ϕ_1 und ϕ_2 werden sowohl im räumlichen als auch im zeitlichen Bereich benutzt. Räumlich gibt ϕ die Lage des Anfangspunktes innerhalb einer Wellenlänge, vom Bezugspunkt aus gerechnet, an. Beide Phasenwerte liegen jeweils für den 1. Januar vor. Für den Zeitpunkt, an welchem maximale Schwingungsauslenkung erreicht wird, gilt $\phi_1 = \phi_2$. Bis zu diesem Zeitpunkt muß jede

der gegeneinander laufenden Wellen die Hälfte der Strecke zurücklegen, die zwischen den beiden Phasen am 1. Januar liegt. Wenn dabei eine Periode als 2π angesetzt wird - wie es auch bei der Wellenlänge ist - entspricht $(\phi_2 - \phi_1)/2$ automatisch auch dem geforderten zeitlichen Abstand.

Dieser Zeitpunkt, an dem die Schwingung im Schwingungsbauch den höchsten Punkt erreicht, ist auf Abbildung 11 an jeweils einer der Phasenlinien eingetragen. Bei den gestrichelten Linien tritt zur selben Zeit das Minimum ein. Das Datum schwankt zwischen Anfang Januar und Anfang Februar je nach Breite und Wellenzahl in Übereinstimmung mit einer ähnlichen Untersuchung von FECHNER (1981) mit Kugelflächenfunktionen.

An einer anderen Linie ist - entsprechend Abbildung 8 - das Verhältnis V in % angegeben (Gl. 3.5). Dieses ist ein Maß für die Größe des rein wandernden Anteils und beträgt für rein ostwärts wandernde Wellen + 100 %. Es ist zu erkennen, daß bei diesen Beispielen Wellenzahl 2 den größten wandernden Anteil besitzt (siehe auch Abb. 11d). Der wandernde Anteil erreicht sein Maximum bei 40°N und nimmt dort, wo die Schwingungsamplitude von Wellenzahl 2 über die der anderen beiden Wellen hinauswächst, aber wieder ab. Der Verlauf der Phasenlage der Schwingungsbäuche und -knoten ist sehr glatt, was auch für die Einzeljahre festgestellt wurde, und weist ähnlich wie die Trogachsen des stationären Feldes in den niederen Breiten eine Neigung von SW nach NE auf, in hohen meistens von SE nach NW. Das ist dadurch zu begründen, daß die Schwingungsbäuche meistens an jenen Stellen zu finden sind, an denen im Jahresmittel die Tröge und Rücken des Geopotentialfeldes liegen und sie somit etwa in Einklang mit den Achsenverläufen stehen.

Wenn man dem linearen Einfluß von der Topographie und der Land-Meer-Verteilung in der beschriebenen Weise das Verhalten des stationären Feldes und der stehenden Wellen im Jahresgang zuschreibt, kann man die Größe beider Einflüsse miteinander vergleichen. Dieses wurde mit Hilfe der Abbildung 12 versucht. In ihr wurde für verschiedene Breitenkreise übereinander sowohl der Verlauf des stationären Feldes mit der Wellenzahl 1, 2 und 3 aufgetragen (siehe durchgezogene Linien), als auch - durch eine Einhüllende - jener Bereich umschlossen, in welchem das Geopotential an den verschiedenen Breitenpunkten im Verlauf des Jahres schwankt (siehe die beiden gestrichelten Linien). Diese Schwankung erfolgt nicht (wie gezeichnet) um die Nulllinie, sondern um die Lage der stationären Verteilung herum. Ist die

Amplitude der Schwankung größer als jene des stationären Feldes, bedeutet dies, daß im Jahresverlauf die Geopotentialwelle bildlich "umklappt", was ausdrücken soll, daß ein Trog durch einen Rücken ersetzt wird und umgekehrt. Dies ist für Wellenzahl 1 und 2 zwischen 20° und 40° N der Fall. Abbildung 9b weist in diesem Bereich auch Amplitudenmaxima auf. Dann schließt sich nordwärts ein Bereich bei 50° für Wellenzahl 1 und bei 60° N für Wellenzahl 2 an, wo die Amplituden des stationären Feldes die der stehenden Wellen etwas übertreffen. Damit ist in den Breiten durch den Jahresgang alleine nur eine Abschwächung der Tröge und Rücken möglich, aber keine Umkehr der Verhältnisse. Es fällt auch auf, daß in mittleren und hohen Breiten die Lage der maximalen Schwingung mit den Extremlagen des stationären Feldes zusammenfallen, in niederen Breiten aber mit ihnen außer Phase sind.

Für die Wellenzahl 3 wird offenbar, daß gerade in den höheren Breiten die Jahresschwankung eine höhere Amplitude aufweist als das stationäre Feld, was durch Wechselwirkung mit einer thermischen Anregung von anderer Wellenzahl erklärt werden kann, wenn man eine jahreszeitliche Änderung des topographischen Einflusses ausschließt.

Es gilt für alle drei Wellenzahlen, daß beide betrachteten Einflüsse von sehr ähnlicher Größe sind, was mit den Ergebnissen von B. HOSKINS in Einklang steht.

Dieses ist zusammengefaßt das Ergebnis dieses Kapitels, in welchem durch Vergleich der Amplitude der Jahreswelle des Geopotentials mit jener des stationären Feldes der Einfluß der asymmetrischen thermischen Anregung gegenüber jenem durch die Topographie der Nordhemisphäre hervorgerufenem abgeschätzt wurde.

4. ERGEBNISSE AUS DER UNTERSUCHUNG DER TURBULENTEN DREHIMPULSTRANSPORTE

4.1. BREITENMITTELVERTEILUNG DES TRANSPORTES UND ZEITREIHEN

Mit Verwendung von Feldern der beiden geostrophischen Geschwindigkeitskomponenten, u_g und v_g , bestimmt aus den Geopotentialfeldern des 200 mb-Niveaus, ist es möglich, den Transport von relativem Drehimpuls in diesem Niveau zu berechnen. Im 200 mb-Niveau ist der turbulente relative Drehimpulstransport bekanntermaßen maximal. Dies zeigt neben vielen anderen Arbeiten z.B. auch die Untersuchung von OORT und RASMUSSEN (1971). Mit der Höhe ändert sich der Transport von Drehimpuls im Breitenmittel eigentlich nur quantitativ, indem die Transportwerte bis zu dieser Höhe aufwärts ständig ansteigen (OSTHAUS 1978; MYDLA 1981). Im vertikalen Mittel zeigen sich auch bei der hemisphärischen Verteilung Strukturen, die denen im 200 mb-Niveau ähneln. So kann man davon ausgehen, daß die für das 200 mb-Niveau erstellten Abbildungen den qualitativen Verlauf des vertikalen Mittels wiedergeben. Um es auch quantitativ zu tun, müßten die Werte mit einem speziellen Faktor < 1 multipliziert werden.

Im folgenden werden auf allen Abbildungen die Ergebnisse für das Produkt $[(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda \cos^2 \phi$ dargestellt. Dabei charakterisiert ein $\cos \phi$ den Drehimpuls und der zweite trägt einer Breitenwichtung Rechnung. Ein in eckigen Klammern stehender Ausdruck wird über die im Index befindliche Größe gemittelt, ein in runden Klammern stehender bedeutet die Abweichung von dem über die im Index stehende Größe gebildeten Mittelwert.

Abbildung 13 präsentiert das Ergebnis, welches man erhält, wenn man die Jahresmittelwerte der Transportzeitreihen wiederum über die acht verwendeten Jahre mittelt. Es sind die Summen über die zonalen Wellenzahlen und die Beteiligung einzelner Wellen am Transport als Funktion der geographischen Breite dargestellt. Die Fehlerbalken kennzeichnen die Standardabweichung über die acht Jahre.

Die Summenkurve über alle 15 Wellenzahlen, welche hier auch die Summation über alle 364 positiven und negativen Frequenzen enthält, macht den bekannten Umstand deutlich, daß der Transport bei 35°N maximal positiv, also nach Norden gerichtet, ist (siehe auch GAUT et al. 1976; OORT und RASMUSSEN 1971; WIIN-NIELSEN et al. 1963 und viele andere mehr).

Bei ungefähr 50°N schneidet die Kurve die Abszisse und bei 60°N findet man den maximalen negativen Wert. Aus der Summenkurve über die Wellenzahlen 1 bis 3 kann man entnehmen, daß diese drei Wellen zusammen auch in niederen Breiten schon über 50 % des gesamten turbulenten Transportes für sich in Anspruch nehmen. Dieser Anteil vergrößert sich zu den höheren Breiten hin immer mehr, da dort durch den relativ immer größer werdenden Gitterabstand und Glättung bei der sphärischen harmonischen Analyse kurze Wellen unterdrückt werden.

Die einzelnen Wellen mit den Wellenzahlen 1, 2 und 3 zeigen auch im zeitlichen Mittel charakteristische Eigenheiten: So transportieren Wellenzahl 1 und 3 fast ausschließlich nach Norden, unterscheiden sich aber insofern, als bei Wellenzahl 1 das Maximum bei ca. 30°N , bei Wellenzahl 3 hingegen eher bei 40°N auftritt. Da sowohl die Amplitude des Geopotentialfeldes als auch die meridionale Neigung der Trogachsen in diesem Feld für die Größe des Transportes von Bedeutung sind, kann aus dieser Kurve nicht auf das zugehörige Geopotentialfeld geschlossen werden. Darauf wird später noch näher eingegangen werden.

Wellenzahl 2 weist in niederen Breiten nur halb so große positive Transportwerte auf wie die Wellenzahlen 1 und 3. Die Kurve schneidet die Nullachse zwischen 45° und 50°N und ist fast ausschließlich für den südwärts gerichteten Transport verantwortlich wegen einer Achsenneigung der Geopotentialwellen, die im Mittel von SE nach NW nördlich von relativ niedrigen Breiten gerichtet ist. Dabei darf man nicht Abbildung 13 mit Abbildung 10c vergleichen, da auf dieser das über acht Jahre gemittelte Geopotentialfeld dargestellt ist, auf Abbildung 13 jedoch der über dieselbe Zeit gemittelte Transport.

Auf der folgenden Abbildung 14a-d ist der Transport dargestellt, erweitert um die zeitliche Dimension. Es wird das Mittel der Zeitreihen über acht Jahre präsentiert, um den typischen Jahresgang des Transportes sichtbar zu machen. Aus der Summenkurve über alle 15 Wellenzahlen (Abb. 14a) wird erkennbar, daß sowohl die positiven, als auch die negativen Werte (siehe gerasterte Flächen) im Winter ihr Maximum erreichen. Zum Sommer hin nimmt der Transport ab. Von Juni bis August gibt es auch Perioden, wo kein negativer Transport auftritt.

Auch hier (Abb. 14b-d) wurden die Anteile am Transport verursacht durch Wellenzahl 1 bis 3 dargestellt, und zwar in demselben Isoplethenabstand

wie der Gesamttransport, nämlich $10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$. Deshalb tritt in diesen Bildern fast nur die Nulllinie auf. Nur im Winter und Frühjahr gibt es bei Wellenzahl 1 und 3 auch Werte, die $10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ überschreiten. Es ist deutlich erkennbar, daß der Transport durch Wellenzahl 2, besonders in den Monaten von Mai bis Juni, sehr oft bis in niedrige Breiten nach Süden gerichtet ist, und auch in den Wintermonaten die Nulllinie südlicher verläuft als bei den anderen beiden Wellenzahlen.

4.2. SPEKTREN IM WELLENZAHL-FREQUENZ-RAUM

Die nachfolgenden Darstellungen werden deshalb ermöglicht, weil sowohl das u_g - als auch das v_g -Feld in von der Frequenz und der zonalen Wellenzahl abhängige Fourierkoeffizienten zerlegt wurde. Auf diese Weise kann der in Abbildung 13 dargestellte Transport in ein über acht Jahre gemitteltes Spektrum zerlegt werden, welches die Beiträge der einzelnen Wellenzahlen und Frequenzen von u_g und v_g an ihrem Produkt aufzeigt. Analytisch kann man dem Produkt entsprechend den Gleichungen (3.1) bis (3.3) durch die nachfolgenden Beziehungen Ausdruck verleihen:

$$\begin{aligned}
 [u_g \ v_g]_{\lambda, t} &= \sum_{m=-M}^M \sum_{f=-F}^F C_u(m, f) \cdot C_v(m, f) & (4.1) \\
 &= \sum_{m=1}^M \sum_{f=-F}^F (C_u^+(m, f) \cdot C_v(m, f) + C_u(m, f) \cdot C_v^+(m, f) + \\
 &+ \sum_{f=-F}^F C_u^+(0, f) \cdot C_v(0, f) + C_u(0, f) \cdot C_v^+(0, f) + \\
 &+ C_u(0, 0) \cdot C_v(0, 0)
 \end{aligned}$$

Wenn man, wie es im folgenden geschieht, nur die turbulenten Anteile, welche durch die Abweichungen von u_g und v_g vom Breitenmittel entstehen, betrachtet, so interessiert nur das erste Glied auf der rechten Seite von (4.2). Jedes Glied dieser Doppelsumme ist reell und beschreibt jenen Anteil, den eine Welle fester zonaler Wellenzahl und Frequenz am Gesamttransport ausmacht. Die beiden übrigen Glieder sind für den Fall geostrophischer Näherung identisch gleich Null, da $[v_g]_{\lambda} = 0$ ist.

Die Abbildungen 15 und 16 zeigen, wie diese Spektren für zwei verschiedene Breitenkreise aussehen. Für die Abbildungen wurden jene Breitenkreise ausgewählt, über welche hinweg der Transport maximale Intensität aufweist und nach Norden bzw. nach Süden gerichtet ist, das sind 35° bzw. 60° N. In diesem Falle sind natürlich im Spektrum sowohl positive als auch negative Werte möglich. Trotzdem soll eine logarithmische Darstellungsweise beibehalten werden, da die Spektren mehrere Größenordnungen überstreichen.

Um das durchführen zu können, wurden alle jene Werte, welche kleiner als +1 und größer als -1 sind, auf 1 bzw. -1 gesetzt, je nachdem, ob sie negativ oder positiv waren. Somit umfaßt die Nulllinie (siehe $\pm 10^0$) alle Werte zwischen -1 und +1. Dieser Bereich liegt aber innerhalb der Rauschgrenze, so daß dadurch keine großen Fehler entstehen sollten. Die Abbildungen entsprechen in ihrer Aufteilung den Abbildungen 1 bis 6.

Der Abbildung 15a entnimmt man, daß die Werte im negativen Frequenzbereich von meist positiven Werten sehr schnell zu den höheren Frequenzen hin abfallen. Auch beim Impulstransport haben jene Wellen, welche das Jahresmittel und den Jahresgang beschreiben, den größten Einfluß und dort wiederum der Anteil, der den Wellenzahlen 1 bis 4 zukommt. Der Beitrag fällt zu den höheren positiven Frequenzen hin angefangen von einer Frequenz von 40 cy/y gegenüber jenem der kleineren Wellen ab. Die spektrale Lücke bei einer Frequenz von ca. 6 cy/y fällt bei dem gemischten Produkt von u_g und v_g mehr ins Gewicht als beim Power-Spektrum der beiden Größen.

Dieses Ergebnis stimmt qualitativ mit dem von KAO et al. (1970) gefundenen überein. Diese Autoren präsentierten ähnliche Spektren für ein einziges Sommer- und Winterhalbjahr und der größte Beitrag verlagerte sich dabei ebenfalls von den langen und langsam fortschreitenden Wellen zu den kürzeren und schneller wandernden.

Aus der zweidimensionalen Spektraldarstellung (Abb. 15b) entnimmt man, daß bis auf wenige Ausnahmen die negativen Anteile links von der Nulllinie der Frequenz gelegen sind (siehe gestrichelt umrandete Bereiche).

Für $\phi = 60^{\circ}$ N zeigt die Spektraldarstellung ein recht ungeordnetes Bild (Abb. 16a). Die negativen Anteile setzen sich dabei immer mehr durch; sie sind um die Nulllinie der Frequenz konzentriert und treten jetzt auch im positiven Frequenzbereich auf. Die positiven Bereiche sind kleiner geworden und zeigen geringere Werte. Auch die Summenkurven über verschie-

dene Wellengruppen unterliegen großen Schwankungen (Abb. 16a): Im negativen Frequenzbereich ist die Summe über alle zonalen Wellenzahlen meist negativ, was auf die Beteiligung der Wellenzahlen 1 bis 4 zurückgeht. Diese transportieren im Jahresmittel am meisten nach Süden. Bei der positiven Frequenz 15 cy/y gelangt die Summenkurve über alle Wellenzahlen wieder in den positiven Bereich und verbleibt dort auch bis zu den höheren Frequenzen hin. Jetzt leisten dazu allerdings die kürzeren Wellen (Wellenzahlen 5 bis 8) den Hauptbeitrag, vor allem bei Frequenzen zwischen 30 und 70 cy/y, während sich die langen Wellen unregelmäßig verhalten. Das würde bedeuten, daß die schnell wandernden kürzeren Störungen auch noch über 60°N hinweg Drehimpuls nach Norden transportieren. Die Größe dieses Beitrages reicht allerdings nicht aus, um die gesamten südwärts gerichteten Transporte, verursacht durch die längeren Wellen, zu kompensieren.

Im vorliegenden Kapitel wurden sowohl mittlere Zeitreihen des turbulenten Drehimpulstransportes als auch Spektren im Frequenz- und Wellenzahlbereich berechnet. Es war zu erkennen, daß die langen Wellen (Wellenzahlen 1 bis 4) im Jahresmittel und im Jahresgang dominierend sind. Dies sind sie besonders in höheren Breiten, in welchen sie den Transport nach Süden verursachen, besonders die Welle mit der Wellenzahl 2. Die kürzeren Wellen transportieren dort bei den größeren Frequenzen weiterhin Drehimpuls nach Norden.

5. PARAMETRISIERUNG VON DREHIMPULSTRANSPORT

Eine Parametrisierung des turbulenten Drehimpulstransportes ist bei bestimmten Arten von Klimamodellen von Bedeutung, speziell in dynamischen, zonal gemittelten Modellen. Bei diesen erspart man sich durch die Mittelung über die Länge λ ein Dimension, was die Berechnung vereinfacht. Aber in den zonal gemittelten dynamischen Gleichungen treten weiterhin nicht-lineare Terme in Form von turbulenten meridionalen und vertikalen Transporten von relativem Drehimpuls und sensibler Energie in Erscheinung. Das bedeutet physikalisch, daß solche turbulenten Transporte die Breitenmittelgrößen beeinflussen und mit ihnen in Wechselwirkung treten können. In der Dynamik der Klimamodelle würde Entscheidendes fehlen, wenn solche Wechselwirkungen nicht mit einbezogen würden. Doch wenn man sie exakt be-

rechnen möchte, muß man, da es sich um Breitenmittel von Produkten von Abweichungen von ihrem Mittelwert handelt, wieder die Dimension λ hinzufügen. Damit hat man den Anwendungsbereich eines zonal gemittelten Modells verlassen und braucht ein Vielfaches an Datenspeicherung und Rechenzeit.

Deshalb versucht man, das Problem durch eine Parametrisierung der Wirbelterme zu schließen. Dazu ist es notwendig, sinnvolle und relativ einfache Relationen zwischen den Breitenmittelgrößen, die man zur Verfügung hat, und den turbulenten Abweichungen zu entwickeln, um letztere durch gemittelte Größen darstellen zu können.

In einigen Fällen kann man von der Möglichkeit Gebrauch machen, den turbulenten Transport durch den meridionalen Gradienten eines Breitenmittelwertes auszudrücken, z.B. beim meridionalen Transport von sensibler Wärme $[(v)_\lambda (T)_\lambda]_\lambda$, wie es unter anderem STONE (1972) neben vielen anderen Autoren versucht hat. Solch einem Vorgehen liegt die Vorstellung von einem Austauschprozeß zugrunde (siehe A. DEFANT 1921). Das bedeutet, daß der großturbulente Transport so gerichtet ist, daß der mittlere meridionale Gradient der transportierten Größen abgebaut wird und umso stärker ausgeprägt erscheint, je größer dieser Gradient ist. STONE und MILLER (1980) zeigten, daß eine Korrelation zwischen $d[T]_\lambda/dy$ und $[(v)_\lambda (T)_\lambda]_\lambda$ recht groß ist (≈ 0.9 bei vertikal gemitteltem $d[T]_\lambda/dy$). Allerdings trifft dies nur für einen Zeitscale zu, in dem "forced variation" auftritt (LORENZ 1979). Unter "forced variation" versteht man Schwankungen, welche durch eine äußere Kraft hervorgerufen werden. Dies geschieht z.B. im Jahresgang durch die Änderung der lokalen Sonneneinstrahlung. Deshalb ist die Korrelation bei Monatsmittelwerten $[(v)_\lambda (T)_\lambda]_{\lambda,t}$ mit $d[T]_{\lambda,t}/dy$ recht ausgeprägt. Im Zeitbereich von einigen Tagen herrscht dagegen "free variation" vor, d.h. Änderungen in der turbulenten Strömung, die aus baroklinen und barotropen Instabilitäten entstehen. Hierbei wird durch stark nichtlineare Vorgänge sensible Wärme im Wechsel in kürzere und längere Wellen, in das mittlere Feld hinein oder aus demselben heraustransportiert. Für diesen Fall ist dann eine Parametrisierung unter Verwendung des meridionalen Gradienten von T nicht so angebracht.

STONE (1978) zeigte dann noch eine ganz andere Möglichkeit auf, den Einfluß der durch Baroklinität bestimmten turbulenten Flüsse zu berücksichtigen: Durch empirische Untersuchungen stellte er nämlich fest, daß diese

turbulenten Flüsse dafür sorgen, daß der mittlere meridionale Temperaturgradient sich immer wieder gerade unterhalb der Grenze der baroklinen Instabilität einstellt. Wenn man also ein Modell immer so justiert, daß dieser kritische Gradient gerade nicht überschritten wird, hat man damit die angestrebte Parametrisierung durchgeführt.

Das Problem wird nicht einfacher, wenn man den turbulenten Impulstransport betrachtet. Hier läßt sich ein Diffusionsansatz schon gar nicht anwenden, da der turbulente Transport teilweise gegen den Gradienten des mittleren relativen Drehimpulses gerichtet ist (STARR 1968; WIIN-NIELSEN und SELA 1971).

Um den Transportmechanismus zu verstehen, muß man also zu erfassen versuchen, was die physikalischen Ursachen für die Zirkulation sind. Die primäre Ursache für die großskalige Zirkulation ist die differentielle, an unterschiedlichen Stellen wirksame Erwärmung bzw. Abkühlung der Atmosphäre. Der dominierende Einfluß der Sonnenstrahlung nimmt zu den höheren Breiten hin ab. Dies würde wohl die Einstellung einer großen direkt ablaufenden thermisch angetriebenen Zirkulationszelle in jeder Hemisphäre zur Folge haben, welche auf einer ruhenden Erde nur durch das sehr kleine Verhältnis von vertikaler zu horizontaler Erstreckung der Atmosphäre (ca. $1:10^3$) und die Kugelform modifiziert würde. Die Erddrehung kommt jedoch als zweiter entscheidender Faktor hinzu. Sie und die Kugelform der Erde bewirken, daß ein Luftteilchen, das am Äquator aufsteigt und beginnt, sich zum Pol hin zubewegen und dabei seinen Drehimpuls beibehält, sich in höheren Breiten schneller nach Osten bewegt als die dort schon vorhandenen Teilchen.

Das zeigt ein einfaches Rechenbeispiel: Bewegt sich ein Teilchen am Äquator mit der relativen Zonalgeschwindigkeit $u_{r\lambda}=0$, so stimmt seine Absolutgeschwindigkeit mit der der Erdoberfläche überein. (Die Höhe z sei vernachlässigt).

$$u_{E\lambda} = \Omega a \cos 0 = 7.29 \times 10^{-5} \times 6371 \times 10^3 \\ \approx 464 \text{ m/s}$$

r = relativ

E = Erde

λ = Äquator

mit einem Drehimpuls von $a \cdot u_{E\lambda} = 2.96 \cdot 10^9 \text{ m}^2/\text{s}^2$.

Behält das Teilchen auf seinem Weg zum Pol seinen Drehimpuls vollständig bei, würde es bei 30°N , wo

$$u_{E\ 30^{\circ}} = 7.29 \times 10^{-5} \times 6371 \times 10^3 \times 0.86 \\ \approx 399 \text{ m/s}$$

beträgt, eine Relativgeschwindigkeit zur Erdoberfläche von $u_{r\ 30^{\circ}} = 141 \text{ m/s}$ besitzen, weil

$$u_{30^{\circ}} = \frac{a \cdot u_{\lambda}}{a \cos 30^{\circ}} \approx 540 \text{ m/s}$$

betragen würde. Weiter nach Norden hin müßte die Relativgeschwindigkeit immer mehr zunehmen und am Pol gegen Unendlich gehen.

Bei 30°N und in der oberen Troposphäre, wo sich im Mittel die maximalen zonalen Windgeschwindigkeiten auf der Nordhalbkugel feststellen lassen, beobachtet man im Winter Mittelwerte von 35 m/s im 200 mb -Niveau (DEFANT 1976). D.h. daß in dem oberen, im Mittel nordwärts strömenden Ast der Zirkulation die zonale Geschwindigkeit nicht so groß wird, wie es nach den Überlegungen über die Impulserhaltung zu erwarten wäre, auch wenn man berücksichtigt, daß in dem Rechenbeispiel keine bremsende innere Reibung erscheint. Auch würde eine zu große vertikale Windscherung resultieren und - damit im Zusammenhang stehend - sich ein ebenfalls zu großer meridionaler Temperaturgradient aufbauen. Dieser wird durch barokline Instabilitäten wieder zerstört, wie es auf den polwärtigen Seiten der zonal gemittelten Windmaxima zu beobachten ist.

Durch die Instabilitäten wachsen Störungen an und ziehen dabei verfügbare potentielle Energie aus dem zonalen Mittelfeld. Turbulente verfügbare potentielle Energie wird dann in turbulente kinetische Energie umgewandelt, die in einem späteren Stadium wieder als kinetische Energie in den Grundstrom zurückgegeben wird (barotrop stabil). Ein anderer Teil wird dissipiert. Damit entstehen Schwankungen im Zirkulationsindex.

Betrachtet man nun den Verlauf des turbulenten Drehimpulstransportes (siehe Abb. 13), so ist dieser bis ca. 50°N nach Norden gerichtet. Das bedeutet relativ zum zonalen Windmaximum und dem Maximum des relativen Drehimpulses äquatorseitig davon gradientaufwärts polseitig gradientabwärts, bis dann

bei 50°N das Vorzeichen des Transportes wechselt, er dann also wieder gradientaufwärts gerichtet ist. Der gradientaufwärts gerichtete turbulente Drehimpulstransport südlich von 35°N ist andererseits keine Erklärung für ein Windmaximum $[u]_{\lambda}$ weil dieses aus Gründen der Drehimpulserhaltung größer ausfallen müßte. Deshalb soll nun im folgenden im Anschluß an die obigen, rein beschreibenden Betrachtungen der Zusammenhang zwischen mittlerer Zonalgeschwindigkeit und turbulentem Drehimpulstransport formal analytisch abgeleitet werden.

5.1. ZUSAMMENHANG ZWISCHEN ZONALEM MITTELFELD UND TURBULENTEM DREHIMPULSTRANSPORT

Die in diesem Kapitel durchgeführten Ableitungen folgen den von WIIN-NIELSEN (1973) gegebenen.

Für ein sphärisches Koordinatensystem (ϕ, λ, p) ergibt sich für die x-Komponente der Bewegungsgleichung (siehe auch HALTINER und MARTIN 1957):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} &= \\ &= - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + fv + \frac{uv}{a} \tan \phi + R_{\lambda} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Die Kontinuitätsgleichung im gleichen System ergibt sich zu:

$$\frac{1}{a \cos \phi} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \phi}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (5.2)$$

ω bedeutet in Gl. (5.1) und (5.2) die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit (= dp/dt).

Bevor die Bewegungsgleichung zonal gemittelt wird, soll sie mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung umgeformt werden. Dazu bildet man:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial (uu)}{\partial \lambda} - \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial (uv)}{\partial \phi} + \\ - \frac{u}{a} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial (u\omega)}{\partial p} - u \frac{\partial \omega}{\partial p} &= \\ = - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + fv + \frac{uv}{a} \tan \phi + R_{\lambda} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial(uu)}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial(uv)}{\partial \phi} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial p} + \\
 & - u \left(\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial \omega}{\partial p} - \frac{\tan \phi}{a} v + \frac{\tan \phi}{a} v \right) \\
 & = - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + fv + \frac{uv}{a} \tan \phi + R_\lambda
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Daraus folgt unter Verwendung von (5.2)

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial(uu)}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial(uv)}{\partial \phi} - 2 uv \frac{\tan \phi}{a} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial p} \\
 & = - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + fv + R_\lambda
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial(uu)}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos^2 \phi} \frac{\partial(uv) \cos^2 \phi}{\partial \phi} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial p} \\
 & = - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + fv + R_\lambda
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Unter der Bedingung, daß die betrachtete Druckfläche nicht teilweise in den Erdboden hinein verschwindet, ergibt sich nach Anwendung einer zonalen Mittelung von (5.6) entlang einer Breite (Symbol: $[]_\lambda$):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial [u]_\lambda}{\partial t} & = - \frac{\partial [uv]_\lambda \cos^2 \phi}{a \cos^2 \phi \partial \phi} - \frac{\partial [u\omega]_\lambda}{\partial p} + \\
 & + f[v]_\lambda + [R_\lambda]_\lambda
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Bis jetzt wurde bei den Produkten uv und $u\omega$ noch keine Unterscheidung in turbulente und zonal gemittelte Terme vorgenommen. Es gilt mit $u = [u]_\lambda + (u)_\lambda$ und $v = [v]_\lambda + (v)_\lambda$:

$$[uv]_\lambda = [u]_\lambda [v]_\lambda + (u)_\lambda (v)_\lambda \tag{5.8}$$

Damit erhält man für $\partial [u]_\lambda / \partial t$ in einem festen Druckniveau:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial [u]_{\lambda}}{\partial t} = & - \frac{\partial [u]_{\lambda} [v]_{\lambda} \cos^2 \phi}{a \cos^2 \phi \partial \phi} - \frac{\partial [u]_{\lambda} [\omega]_{\lambda}}{\partial p} + \\
 & + f [v]_{\lambda} + [R_{\lambda}]_{\lambda} + \\
 & - \frac{\partial [(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda} \cos^2 \phi}{a \cos^2 \phi \partial \phi} - \frac{\partial [(u)_{\lambda} (\omega)_{\lambda}]_{\lambda}}{\partial p}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Zusammen mit der zonal gemittelten Kontinuitätsgleichung

$$\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial [v]_{\lambda} \cos \phi}{\partial \phi} + \frac{\partial [\omega]_{\lambda}}{\partial p} = 0 \tag{5.10}$$

folgt, nachdem die ersten beiden Terme auf der rechten Seite von (5.9) differenziert wurden:

$$\frac{\partial [u]_{\lambda}}{\partial t} = \left(f - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial [u]_{\lambda} \cos \phi}{\partial \phi} \right) [v]_{\lambda} + \tag{1}$$

$$- [\omega]_{\lambda} \frac{\partial [u]_{\lambda}}{\partial p} + \tag{2}$$

$$+ [R_{\lambda}]_{\lambda} + \tag{3}$$

(5.11)

$$- \frac{\partial [(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda} \cos^2 \phi}{a \cos^2 \phi \partial \phi} + \tag{4}$$

$$- \frac{\partial [(u)_{\lambda} (\omega)_{\lambda}]_{\lambda}}{\partial p} \tag{5}$$

In dieser Beziehung wird deutlich, welche Vorgänge an der Änderung der mittleren Zonalgeschwindigkeit in einem Druckniveau beteiligt sind.

Term (1) beinhaltet den Transport von absoluter mittlerer Vorticity durch die mittlere Meridionalzirkulation. Der Term hängt vom Vorzeichen von $[v]_{\lambda}$ ab. Das Vorzeichen dieses Gliedes ist im 200 mb-Niveau in den beiden direkten thermischen Zellen positiv, in der Ferrel-Zelle negativ.

Der Term (2) ist ebenfalls ein Produkt zonal gemittelter Größen. Da $\partial [u]_{\lambda} / \partial p$ gewöhnlich negativ ist, wird sein Beitrag in Bereichen mit absinkender Luftbewegung positiv und bei aufsteigender Bewegung negativ. Bereiche mit Absinkvorgängen befinden sich bei etwa 30°N und 90°N .

Term (3), der Reibungsterm, spielt vor allem im bodennahen Bereich eine Rolle. Unter der Annahme, daß die Reibungskraft der Zonalgeschwindigkeit am Boden entgegen gerichtet ist, wird ein bei vorherrschenden Ostwinden negatives $[u]_{\lambda}$ abgeschwächt und wird bei Westwinden entsprechend verringert.

Die Terme (4) und (5) sind turbulenter Natur. Insbesondere stellt Term (4) den Zusammenhang zwischen dem meridionalen turbulenten Drehimpuls-transport und der zeitlichen Änderung der mittleren Zonalgeschwindigkeit her. Eine meridionale Konvergenz des Transportes verstärkt $[u]_{\lambda}$. Diese findet statt zwischen dem Maximum und dem Minimum des Drehimpuls-transportes, also ungefähr zwischen 35° und 65°N (Abb. 13). Ähnliches gilt für die Konvergenz und Divergenz des vertikalen Transportes von zonalem Impuls. Diese Terme werden vor allem in der oberen und mittleren Troposphäre von Bedeutung sein, dort, wo im ersten Fall $[u]_{\lambda}$ und im zweiten Fall $[\omega]_{\lambda}$ groß ist.

Es erhebt sich die Frage, welchem Term welche Beteiligung an einer Änderung zukommt. Durch die Unsicherheit, mit der gerade die zonal gemittelten Größen bestimmt werden können, ist die Frage nicht leicht zu beantworten.

Im Kapitel 5.2. wird im Rahmen von Untersuchungen über Parametrisierungsmöglichkeiten des turbulenten meridionalen Drehimpuls-transportes noch näher darauf eingegangen werden.

Die Gleichung vereinfacht sich, wenn sie über die Luftsäule integriert wird. Unter der Bedingung, daß die Reibung an der Atmosphärenobergrenze näherungsweise wirkungslos ist und für $p=0$ oder $p=p_0$ (Bodendruck) die Vertikalgeschwindigkeit $\omega=0$ wird, erhält man als Mittel über den Druck:

$$\frac{\partial [u]_{\lambda,p}}{\partial t} = - \left[\frac{\partial [u]_{\lambda} [v]_{\lambda} \cos^2 \phi}{a \cos^2 \phi \partial \phi} \right]_p \quad (5.12)$$

$$- \left[\frac{\partial [(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}] \cos^2 \phi}{a \cos^2 \phi \partial \phi} \right]_p + |R_{\lambda 0}|_{\lambda}$$

Damit halten sich im stationären Gleichgewicht und im Höhenmittel die Bodenreibung und die Konvergenz der horizontalen Impulstransporte die Waage.

Um auf die Parametrisierung des turbulenten Drehimpulses zurückzukommen, soll im folgenden zusammengefaßt werden, was in der Literatur darüber auffindbar ist. Anschließend werden dann, in Form von Korrelationen, eigene Versuche zur Parametrisierung unternommen werden, welche teilweise dieselben Grundgedanken testen.

5.2. BISHAR DURCHGEFÜHRTE PARAMETRISIERUNGEN VON TURBULENTEM DREHIMPULSTRANSPORT

Es wurde schon gesagt, daß der Transport von Drehimpuls teilweise gradientaufwärts bezüglich $[u]_{\lambda}$ gerichtet ist. STARR (1968) bezeichnet diese Erscheinung als "negative Viskosität". Das liefert allerdings nur eine Beschreibung des Phänomens, welches so geartet ist, daß ein Austauschkonzept nicht darauf angewendet werden kann und daß der Vorgang nicht mit dem kleinturbulenten Impulstransport zu vergleichen ist, bei dem kinetische Energie vom größeren Scale über kleinskalige Bewegungen allmählich in Wärmeenergie dissipiert wird, welche durch die kinetische Energie der Moleküle bestimmt wird. Andererseits gibt der Ausdruck "negative Viskosität" keine Erklärung für die Erscheinung. Es wird aber aufgezeigt, daß im Fall eines gradientaufwärts gerichteten Transportes das Geschwindigkeitspotentialfeld entsprechende Trogachsenneigungen aufweist, auf die weiter unten noch eingegangen werden wird.

WILLIAMS und DAVIES (1965) verwendeten für ihr Modell als Parametrisierung die Formel

$$[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]'_{\lambda} = -K_{zM}(z) \Omega \frac{\partial [T]_{\lambda}}{\partial \phi}$$

Ω : Winkelgeschwindigkeit der Erde

also den meridionalen Temperaturgradienten. Die Begründung dafür ist, daß die Größe des Transportes vor allem von der thermischen Antriebskraft abhängt. Dabei gibt $\partial [T]_{\lambda} / \partial \phi$ ein Maß für die verfügbare potentielle Energie. Vor allem im Jahresverlauf schwächt sich der Transport offensichtlich gemäß der Änderung des Temperaturgradienten ab. In einem Zeitscale der "forced

variation" LORENZ (1979), z.B. bei Monatsmitteln, ist diese Annäherung wohl am ehesten von Nutzen. Da der Austauschkoefizient aber nur eine parabolische Funktion der Höhe ist und nicht mit der Breite variiert, liegt der maximale Temperaturgradient nicht dort, wo $[(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda$ maximal wird. Inwieweit der mittlere meridionale Temperaturgradient und der turbulente Drehimpulstransport im 200 mb-Niveau korreliert sind, wird in Kapitel 5.2 behandelt werden.

KIRICHKOV (1978) parametrisierte den Impulstransport mit einer Kombination aus Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten

$$[(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda = -kR \frac{\Omega a}{c} \frac{\partial [T]_\lambda}{\partial \phi} - \frac{k_y}{a} \frac{\partial [u]_\lambda}{\partial \phi}$$

a : Erdradius [m]

R : universelle Gaskonstante [J K⁻¹ kg⁻¹]

k : dimensionslose Funktion in Abhängigkeit von p

k_y : horizontaler turbulenter Austauschkoefizient [m² s⁻¹]

c : Schallgeschwindigkeit [m s⁻¹]

Ω : Winkelgeschwindigkeit der Erde [s⁻¹]

Dabei wird der zonal gemittelte meridionale Temperaturgradient mit den gleichen Überlegungen zur Parametrisierung herangezogen wie bei WILLIAMS und DAVIES (1965). Es wird aber auch noch der meridionale Gradient der mittleren Zonalgeschwindigkeit hinzugezogen und damit ein Austauschkonzept verfolgt.

Von KURIHARA (1970) wurde schließlich auch eine diagnostische Beziehung verwendet, wie es auch in den vorhergehenden Beispielen der Fall war. Vorher war versucht worden, den durch die Wirbel bewerkstelligten meridionalen Drehimpulstransport zu prognostizieren, indem die Phasengeschwindigkeiten und Amplituden der Wellen vorhergesagt würden. Zur Bestimmung der Phasengeschwindigkeit muß aber der Scale der Zonalgeschwindigkeit bekannt sein. Da dafür kein geeigneter Wert gefunden werden konnte, entschloß man sich schließlich zu einem diagnostischen Ansatz zur Parametrisierung des meridionalen turbulenten Drehimpulstransportes. Ähnlich wie bei der Gleichung (5.12), wo unter der Voraussetzung, daß stationäre Verhältnisse herrschen, die Konvergenz des vertikal gemittelten Transportes von Drehimpuls gleich der Vernichtung von Impuls durch

die Bodenreibung ist, wird hier angesetzt, daß die Konvergenz von turbulentem Drehimpulstransport in einem bestimmten oberen Niveau (≈ 250 mb) proportional der Reibung an der Erdoberfläche ist:

$$\frac{\partial [p_+]_{\lambda} [(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda} \cos^2 \phi}{a \cos^2 \phi \partial \phi} = -2g [\tau_e]$$

τ_e : Reibungsstreß, der durch die Wirbel am Boden entsteht

p_+ : Bodendruck

Diese Parametrisierung lehnt sich an eine von SMAGORINSKI (1964) verwendete Beziehung an. Damit wird dem turbulenten Impulstransport eine rein passive Rolle zugeordnet, was KURIHARA (1970) für eine Schwäche seines Modells hält.

GREEN (1970) versuchte eine Parametrisierung durch einen indirekten Austauschansatz. Er ging davon aus, daß bei reibungsloser und adiabatischer Bewegung, welche man bei genügend großskaligen Vorgängen voraussetzen kann, die potentielle Vorticity Q erhalten bleibt.

$$\rho Q = (\nabla \times \vec{v} + 2\vec{\Omega}) \cdot \nabla \phi$$

$$\approx (\zeta + f) \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

$$\approx B\zeta + f \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

B : $\partial \phi_0 / \partial z$ statische Stabilität

ϕ : Entropie, entspricht der potentiellen Temperatur

Q : potentielle Vorticity $Q = \frac{1}{\rho} (\nabla \times \vec{v} + 2\vec{\Omega}) \cdot \nabla \phi$

ζ : relative Vorticity

Durch Multiplikation der Gleichung mit v , zonaler Mittelung und einigen vereinfachenden Annahmen entwickelte er eine Gleichung, die den Transport von potentieller Vorticity, sensibler Wärme und die Konvergenz des turbulenten Drehimpulstransportes miteinander verbindet:

$$\rho_0 [(v)_\lambda (Q)_\lambda]_\lambda = f \frac{\partial}{\partial z} [(v)_\lambda (\phi)_\lambda]_\lambda - B \frac{\partial}{\partial y} [(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda$$

Da die Entropie und die potentielle Vorticity konservative Größen sind, werden diese beiden Transporte mit Hilfe von Austauschkoefizienten formuliert. Ihre Kombination ergibt dann die Konvergenz des turbulenten Impulsflusses. Problematisch ist dabei nur, daß die Konvergenz eine kleine Differenz von zwei großen Größen ist.

WIIN-NIELSEN und SELA (1971) wendeten diesen Parametrisierungsansatz an und bestimmten die notwendigen Austauschkoefizienten. Die Werte der Divergenz und Konvergenz von turbulentem meridionalen Drehimpulstransport, welche sie damit erhielten, entsprachen in groben Zügen den beobachteten Verteilungen. Da der Parametrisierungsansatz sowohl in der Stratosphäre, wo es gradientaufwärts gerichteten Transport von sensibler Wärme gibt, als auch in der unteren Atmosphäre, wo dasselbe für den Vorticity-Transport gilt, nicht anwendbar ist, kann er nur in Modellen verwendet werden, welche die atmosphärischen Bewegungen innerhalb dieser oberen und unteren Grenze beschreiben.

SALTZMAN und VERNEKAR (1968) führten eine Parametrisierung für wandernde (barokline) Wellen auf einem anderen Wege durch. Diese wird als Funktion der horizontalen Achsenneigung angesetzt. Eine solche horizontale Achsenneigung stellt sich deswegen ein, weil die Phasengeschwindigkeit der Wellen, denen eine charakteristische Wellenlänge zugeordnet wird, sich mit der Breite ändert und dadurch nach einer charakteristischen Einstellzeit eine Verformung der Welle auftritt. Folgender Ansatz trägt diesem Umstand Rechnung:

$$[(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda = T \sigma_v^2 \cos \phi \frac{d\mu}{d\phi}$$

σ_v^2 : Varianz von v

T : Einstellzeit nach SALTZMAN und VERNEKAR, Gleichung (6)

μ : Winkelphasengeschwindigkeit der Wellen

Die Einstellzeit wird definiert als jene Zeit, welche vom Beginn der Wellenentwicklung an vergeht bis zu jenem Zeitpunkt, in welchem sich ein Gleichgewicht zwischen der Entstehung zonaler kinetischer Energie und ihrer Dissipation einstellt. Sie betrug bei einer zonalen Wellenzahl

$m = 6$ 0.23 Tage. Damit entspricht die Parametrisierung jenem Verfahren, welches KURIHARA (1970) erfolglos anstrebte. Bei dieser Parametrisierung wird der gradientaufwärts gerichtete Transport gut dargestellt. Nur der negative Transport in höheren Breiten wird kaum wiedergegeben. Nach der vorliegenden Untersuchung ist dieser aber auch vorwiegend der Welle mit der Wellenzahl 2 zuzuschreiben, welche quasistationär und nicht baroklin ist und deshalb in der Parametrisierung nicht erfaßt werden konnte.

HSIAO (1979) benutzte ebenfalls die Amplituden der Geopotentialwellen und die horizontale Achsenneigung der Tröge, um die turbulenten Drehimpuls-transporte zu parametrisieren.

5.3. ERGEBNISSE DER EIGENEN UNTERSUCHUNGEN HINSICHTLICH DER PARAMETRISIERUNG DES DREHIMPULSTRANSPORTES

Die beiden zuletzt besprochenen Parametrisierungsansätze von SALTZMAN und VERNEKAR (1968) und HSIAO (1979) leiten zu den folgenden Betrachtungen über.

Wenn die spektrale Verteilung der Geopotentialwellen über die Breitenkreise bekannt ist, stellt die Berechnung des Impulstransportes aus der Amplituden- und Phaseninformation der Geopotentialwellen kein Problem dar.

Um das Breitenmittel des Impulstransportes, wie er durch eine zonale Wellenzahl m hervorgerufen wird, zu bestimmen, berechnet man:

$$[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda m} = 1/2 (a_m^u a_m^v + b_m^u b_m^v) \quad (5.13)$$

Mit Hilfe von Gleichung (2.12) und den Beziehungen zwischen Fourierkoeffizienten und Amplituden und Phasen von Wellen, läßt sich der Ausdruck auf einen anderen zurückführen, der nur noch die Phasen und Amplituden der Geopotentialwellen enthält (SPETH und OSTHAUS 1980, Gleichung (12)):

$$1/2 (a_m^u a_m^v + b_m^u b_m^v) = \frac{m A_{m,0}^{\phi}}{2f^2 a^2 \cos \phi_0 \Delta\phi} \cdot \quad (5.14)$$

$$(A_{m,2}^{\phi} \sin(\theta_{m,0}^{\phi} - \theta_{m,2}^{\phi}) + A_{m,1}^{\phi} \sin(\theta_{m,1}^{\phi} - \theta_{m,0}^{\phi}))$$

Dabei ist $\phi_1 < \phi_0 < \phi_2$ mit $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 5^{\circ}$; $\theta_{m,0}^{\phi}$ ist die Phase der Geopotentialwelle bei der Breite ϕ_0 .

Damit ist gezeigt, daß das Vorzeichen des Impulstransportes durch die Vorzeichen der Argumente in den beiden Sinus-Funktionen bestimmt wird. Sind sie z.B. positiv, was einer Trogachsenneigung der Geopotentialwellen von SW nach NE entspricht, so erhält man positive Transportwerte. Die absolute Größe des Transportes wird - wie man leicht erkennt - sowohl von der Amplitude der Geopotentialwelle als auch von der Größe der meridionalen Phasendifferenz bestimmt.

Um zu erfahren, ob sowohl die Amplitude als auch die Achsenneigung von Bedeutung sind, indem vielleicht schon zeitliche Schwankungen von nur einer der beiden Größen entsprechende zeitliche Änderungen des Transportes verursachen, wurde zuerst versucht, die Zeitreihe vom Transport als Funktion der zu demselben Zeitpunkt existierenden Amplitude oder Phasenverschiebung für sich getrennt darzustellen. Es stellte sich heraus, daß bis auf wenige Extremwerte, die sich in etwa linear anordneten, der größte Teil in einer fast runden Punktwolke lag, so daß dieser Versuch aufgegeben wurde.

Später ist dann aber die Bedeutung von der Amplitude einerseits und der Achsenneigung andererseits in Abhängigkeit von der geographischen Breite und der zonalen Wellenzahl festgestellt worden. Dazu wurde das Verhältnis zwischen dem tatsächlich geleisteten Transport und einem maximal möglichen Transport T_{\max} betrachtet. Letzterer ist so definiert, daß bei einer bestimmten Amplitude der Geopotentialwelle $\sin(\theta_{m,0}^\phi - \theta_{m,2}^\phi)$ und $\sin(\theta_{m,1}^\phi - \theta_{m,0}^\phi)$ maximal, also gleich Eins sein soll.

$$E = \frac{T}{T_{\max}} = \frac{A_{m,0}^\phi (A_{m,2}^\phi \sin(\theta_{m,0}^\phi - \theta_{m,2}^\phi) + A_{m,1}^\phi \sin(\theta_{m,1}^\phi - \theta_{m,0}^\phi))}{A_{m,0}^\phi (A_{m,2}^\phi \sin(90^\circ) + A_{m,1}^\phi \sin(90^\circ))} \quad (5.15)$$

Das achtjährige Mittel über die Größe $|E|$ zeigt die Abb. 17 für die Wellenzahlen 1 bis 6. Es ist zu erkennen, daß bei allen Wellenzahlen dieses Verhältnis in Breiten äquatorwärts von 50°N am größten ist. Für Wellenzahl 1 bis 3 befindet sich das Maximum zwischen 30 und 40°N . Die anderen Wellen zeigen einen kontinuierlichen Abfall zum Pol hin.

Vergleicht man dieses Ergebnis nun mit der Breitenabhängigkeit des Drehimpulstransportes, so stellt man fest, daß in jenem Bereich, in welchem die Achsenneigung die größte Rolle spielt, die Transporte ebenfalls maximal

sind. In höheren Breiten, wo die Amplitude entsprechend groß sein müßte, um die abnehmende Achsenneigung auszugleichen, sind dann die Transporte weniger intensiv.

Damit sind die atmosphärischen Wellen in jenen Regionen, innerhalb welcher sie aufgrund ihrer Amplitude geringe Wellenenergie besitzen, im Transport sehr effektiv und somit offensichtlich die Trogachsenneigung der ausschlaggebende Faktor, nicht nur für die Richtung, sondern auch für die Größe des Transportes im zeitlichen Mittel.

Für eine Parametrisierung ist es allerdings notwendig, sowohl die Amplituden als auch die Phasendifferenzen zu benutzen, um den aktuellen turbulenten Impulstransport zu bestimmen, da seine Schwankungen nicht durch die Schwankungen der Amplitude oder der Phase allein für sich bestimmt werden.

Wendet man sich nun wieder der Gleichung (5.7) bzw. (5.9) zu, die den Zusammenhang zwischen Turbulenztermen und Breitenmittelgrößen zum Inhalt haben, so ist es möglich, die Bedeutung des Konvergenztermes des meridionalen Drehimpulstransportes zu untersuchen, der hier als einziger berechnet werden kann. Vorher sollen kurz einige Aussagen über die übrigen hier nicht erfaßbaren Terme gemacht werden, die teilweise von anderen Autoren untersucht wurden.

Es kann angenommen werden, daß die Reibungskraft $[R_\lambda]_\lambda$ im betrachteten 200 mb-Niveau nur eine untergeordnete Rolle spielt. Der Term $f[v]_\lambda$ ist mit einigen Unsicherheiten behaftet. Da hier nur geostrophische Winde zur Verfügung stehen, ist $[v_g]_\lambda = 0$. Nach den Berechnungen von OORT und RASMUSSEN (1971) liegen die Absolutwerte im 200 mb-Niveau bei 0.5 m/s. Da die Breitenmittelwerte so verschwindend klein ausfallen, sind die Ergebnisse sehr von der Art des angewandten Analyseverfahrens abhängig (PEIXOTO et al. 1973). Es läßt sich nur feststellen, daß der Beitrag dieses Termes südlich von 30°N positiv ist, nördlich davon negativ. KUO (1956) vertritt die Auffassung, daß dieser Term einen sekundären Prozeß beinhaltet, nämlich eine im stationären Zustand von den Wirbeltermen erzeugte Meridionalzirkulation.

Es verbleiben dann schließlich nur noch die beiden Divergenzterme. Auf die Bedeutung des vertikalen Flusses haben STARR (1973) und PEIXOTO et al. (1973) hingewiesen. Nach ihren Berechnungen beträgt der vertikale Fluß mindestens 30 % des meridionalen. Ein Vertikalschnitt für das Jahresmittelfeld in STARR (1973) zeigt für die obere Troposphäre zwischen 200

und 400 mb vertikale Konvergenz südlich von 30°N, Divergenz unterhalb des Jets, erneute Konvergenz an der Nordseite.

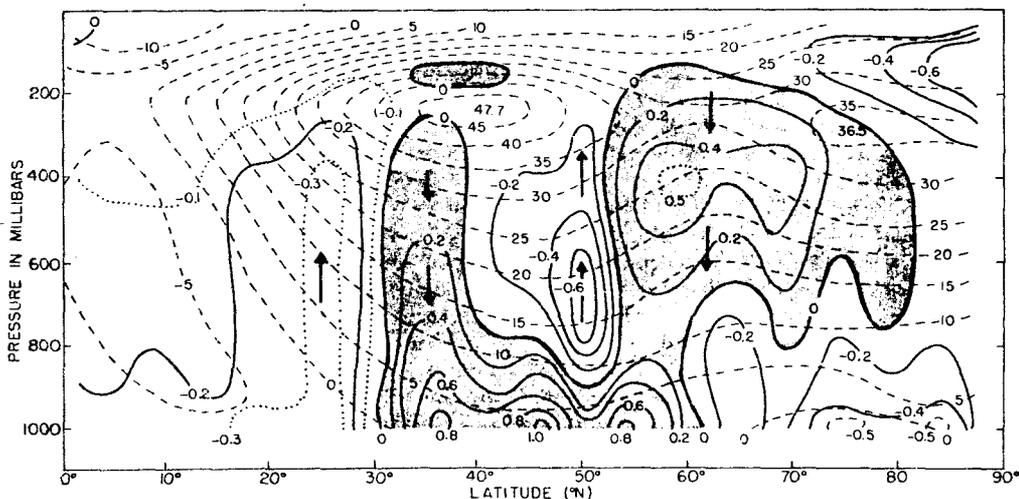


Fig. 1. Reynolds or eddy stress distribution across horizontal surfaces in dynes per square centimeter. Negative values indicate an upward momentum transport. Dashed lines show relative angular velocity of mean differential rotation in units of 10^{-7} sec^{-1} .

aus STARR (1973)

D.h. südlich des Jets wirken die vertikalen Transporte fördernd auf $[u]_{\lambda}$, unterhalb und im Jet abschwächend. Im Bereich der Konvergenz des meridionalen Impulstransportes (HOLOPAINEN 1978, WIIN-NIELSEN et al. 1963 und Abb. 13) gibt es beim vertikalen Transport sowohl Konvergenz- als auch Divergenzbereiche. Es wird also durch den turbulenten Vertikaltransport dort nicht nur Impuls zur Erdoberfläche gebracht und hier durch Reibung vernichtet, wie es KUO (1956) postulierte. Allerdings ist jede Berechnung von Vertikalgeschwindigkeiten mit großer Unsicherheit behaftet.

Um herauszufinden, welcher Anteil von $\partial [u]_{\lambda} / \partial t$ schon durch den meridionalen Konvergenzterm erklärt werden kann, wurden beide miteinander korreliert. Nachdem aus beiden Zeitreihen der Jahresgang entfernt wurde, welcher sich als Trend überlagerte, konnte auch das Verhalten der beiden Reihen mit wachsender Zeitverschiebung gegeneinander untersucht werden. Die Korrelationen

$$r(m\Delta t) = \frac{\sum_{n=0}^{N-m} F_1(n\Delta t) \cdot F_2((n+m)\Delta t)}{\sqrt{\sigma_{F_1}^2 \sigma_{F_2}^2}} \quad (5.16)$$

Δt : kleinste Zeitdifferenz, hier: 1 Tag
 σ^2 : Streuung

wurden für jedes Jahr berechnet und anschließend über acht Jahre gemittelt.

Die Signifikanzgrenzen wurden durch einen t-Test mit einer Vertrauensgrenze von 95 % errechnet (siehe z.B. TAUBENHEIMER 1969, S. 114f). Dann muß gelten:

$$r > \frac{1.960}{\sqrt{N_r - 1}}$$

Der Freiheitsgrad N_r wurde bestimmt als der Quotient von der Gesamtreihe (= 8x365 Tage) und der Zeit in Tagen, bei der die Autokorrelation der Einzelgrößen mindestens unter 0.05 gelegen ist.

Die entsprechenden Autokorrelationen sind den Abbildungen 18 und 19 zu entnehmen. Besonders langzeitliche Korrelationen findet man für $[u]_\lambda$ und $\partial^2 [u]_\lambda / \partial y^2$ in Breiten südlich von 40°N , weil man sich dort noch nicht im Wellenregime befindet.

Im ersten Versuch für die Kreuzkorrelationen wurde $\partial [u]_\lambda / \partial t$ selbst mit $-\partial [(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda / \partial y$ korreliert und das Ergebnis in Abbildung 20a aufgetragen. Die Korrelation ist am größten und positiv bei einer Zeitverschiebung von $\Delta t = 0$ Tagen. Bei 20°N sind nur 20 % von $\partial [u]_\lambda / \partial t$ durch die Konvergenz erklärt. Der Zusammenhang wächst aber bis zu einem Maximum von 66 % bei 55°N an. Nördlich davon fällt die Korrelation wieder etwas ab. Die Stelle mit maximalen Werten tritt damit um 10° nördlicher auf als das Maximum des durch die Konvergenz bestimmten Antriebes selbst, wie es bei HOLOPAINEN (1978) und Abbildung 13 zu erkennen ist. Das heißt also, die stärkste Korrelation liegt dort, wo man den mäandrierenden Polarjet und den mit ihm verbundenen stark baroklinen Bereich vorfindet.

Damit wurde festgestellt, daß jedenfalls in den Breiten äquatorwärts vom zonalen Windmaximum die Konvergenz des meridionalen Transportes nur eine untergeordnete Rolle bei der zeitlichen Änderung von $[u]_\lambda$ spielt. Die wichtigeren Terme in Gleichung (5.9) müssen dort die zonal gemittelten Größen wie $f[v]_\lambda$ oder der turbulente Vertikaltransport sein. Da man sich noch im Bereich der Hadley-Zelle befindet, ist zu vermuten, daß vor allem die zonal gemittelten Größen von Bedeutung sind.

Als zweiter Versuch wurde $[u]_{\lambda}$ mit $-\partial[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda}/\partial y$ korreliert, um etwas über den Zeitscale herauszufinden, in welchem $[u]_{\lambda}$ auf Veränderungen in der Konvergenz reagiert (siehe Abbildung 20b). Es stellt sich heraus, daß die Korrelationen insgesamt bedeutend geringer ausfallen als jene in Abbildung 20a. Jedoch ergibt sich die erwartete Asymmetrie, nämlich, daß die Korrelationen für $-\partial[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda}/\partial y (t)$ mit $[u]_{\lambda} (t+\Delta t)$ positiv sind, auf der anderen Seite der Nulllinie aber negativ. Am stärksten ist sie bei $\Delta t = -1$ Tag zwischen 40° und 50° N. Dort liegen die Werte gerade über der Signifikanzgrenze und zeigen somit an, daß ungefähr ein bis zwei Tage nach besonders starker Konvergenz des Transportes das $[u]_{\lambda}$ den dadurch verursachten größeren Wert erreicht. Der Abstand zwischen minimaler (negativer) und maximaler Korrelation der Konvergenz mit $[u]_{\lambda}$ beträgt dann 3 bis 4 Tage. Das Maximum für positive Δt findet sich bei $\Delta t = 2$ Tagen und in sehr hohen Breiten.

Es wurden noch weitere Korrelationen berechnet, die sich nicht aus der Kenntnis eines direkten funktionalen Zusammenhanges bestimmen lassen, sondern die testen sollen, in welcher Stärke die turbulenten Vorgänge das Feld der gemittelten Zonalgeschwindigkeit beeinflussen.

Als erstes wurde eine Korrelation zwischen $[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda}$ und $[u]_{\lambda}$ durchgeführt. Die Bedeutung von $[u]_{\lambda}$ liegt in diesem Falle darin, daß sein Wert im 200 mb-Niveau ungefähr der thermischen Winddifferenz zwischen dieser Höhe und dem Erdboden entspricht, wenn man den Bodenwind vernachlässigt. Durch die thermische Windgleichung ist das $[u]_{\lambda, 200 \text{ mb}}$ an den meridionalen Gradienten der zonalen Mitteltemperatur der darunter liegenden Luftschicht gekoppelt. Damit entspricht die Beziehung zwischen dem Impulstransport und der zonalen Mittelgeschwindigkeit dem Parametrisierungsansatz von WILLIAMS und DAVIES (1965) und teilweise von KIRICHKOV (1978). Das $[u]_{\lambda}$ des 200 mb-Niveaus ist allerdings deswegen keine besonders gute Größe, weil dieses Druckniveau in den höheren Breiten schon in der Stratosphäre gelegen ist, in welcher sich der vertikale Temperaturgradient umkehrt. Geeigneter wäre deshalb ein entsprechender Temperaturgradient aus der mittleren Troposphäre.

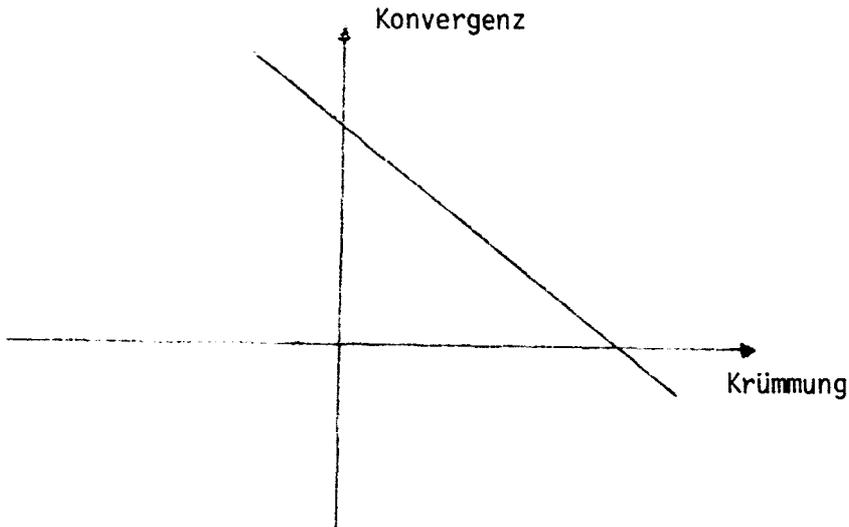
Abbildung 21a zeigt, welches Ergebnis man erhält, wenn man $[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda}$ direkt mit $[u]_{\lambda}$ korreliert (rechts der Nulllinie mit $[u]_{\lambda}(t+\Delta t)$). Das Resultat reicht selten über die Signifikanzgrenze hinaus, zeigt aber die Tendenz, daß in Breiten südlich von 45° N ein relativ großer, nordwärts

gerichteter Impulstransport die gemittelte Zonalgeschwindigkeit $[u]_{\lambda}$ abschwächt, denn die Korrelation ist negativ für $\Delta t = 0$ Tage mit einem Minimum bei $\Delta t = +1$ Tag. In Nördlicheren Breiten wird die Korrelation stärker und das Vorzeichen kehrt sich um. Letzteres liegt daran, daß sich dort das Vorzeichen des Impulstransportes ändert, der nun nach Süden gerichtet ist. Eine hohe positive Abweichung vom zeitlichen Mittelwert ist daher gleichbedeutend mit besonders geringem Transport nach Süden und bewirkt ein verstärktes $[u]_{\lambda}$.

Denselben Grund hat der Vorzeichenwechsel in Abbildung 21b, welche die Korrelation zwischen $[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda}(t)$ und $\partial[u]_{\lambda}/\partial t (t \pm \Delta t)$ zeigt. Hier liegt die höchste sowohl positive als auch negative Korrelation bei $\Delta t = 0$ Tagen. Beide Vorgänge sind also in Phase. Bei $\Delta t = +3$ und $+4$ Tagen findet man den Extremwert mit umgekehrtem Vorzeichen. Diese Korrelation ergänzt damit diejenige von Abbildung 21a.

Dann wurden schließlich noch zwei Versuche mit der Krümmung von $[u]_{\lambda}$ unternommen, wobei unter positiver Krümmung $-\partial^2[u]_{\lambda}/\partial y^2$ verstanden wird. Der Transport $[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda}(t)$ selbst mit $-\partial[u]_{\lambda}/\partial y^2 (t \pm \Delta t)$ korreliert zeigt keine signifikante Korrelation (siehe Abbildung 22a). Die Vorzeichen weisen nur darauf hin, daß die Krümmung in niederen Breiten durch den Transport abgebaut wird.

Die Korrelation zwischen der Transportkonvergenz und der Krümmung von $[u]_{\lambda}$ testet eigentlich den Ansatz, daß $[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda} \sim -\partial[u]_{\lambda}/\partial y$ ist, also einen Austauschansatz, der nach STARR (1968) so geartet ist, daß der Austauschkoefizient negativ werden kann. Wenn man nach y differenziert, folgt: $\partial[(u)_{\lambda} (v)_{\lambda}]_{\lambda}/\partial y \sim -\partial^2[u]_{\lambda}/\partial y^2$. Die Vermutung war, daß durch die Konvergenz eine Krümmung aufgebaut wird, solange diese gering ist, und daß sich die Richtung umkehrt, wenn die Krümmung genügend groß wird, was durch die folgende Skizze veranschaulicht werden soll:



Eventuell könnte der Zusammenhang auch nichtlinear sein. Die Auswertung von Streudiagrammen ergab keinen Hinweis auf eine nichtlineare Beziehung. Aufgrund der relativ geringen Korrelation besitzt die Punktwolke eine sehr große Streuung. Die Korrelation selbst zeigt dann (siehe Abbildung 22b), daß bei und nördlicher von 40°N eine Konvergenz über einen Zeitraum von zwei bis drei Tagen eine positive Krümmung verursacht. Aber auch hier überschreitet das Maß für einen Zusammenhang nur gerade 30 %. Damit zeigt sich, daß von allen hier betrachteten Größen eigentlich nur der oben abgeleitete Zusammenhang zwischen der zeitlichen Ableitung von $[u]_{\lambda}$ und der Konvergenz durch die Korrelationen relativ gut bestätigt wird (siehe Abb. 20a). Diese zeigen immerhin, daß der lineare Zusammenhang bis über 60 % erklärt ist. Der Rest ist dann den anderen Gliedern der Gleichung (5.9), teilweise dem vertikalen Transport und auch der mittleren Meridionalzirkulation, zuzuschreiben, welche hier leider nicht bestimmt werden konnten.

Zusammengefaßt zeigen die Ergebnisse der Korrelationen, bei denen der Jahresgang in Form einer harmonischen Welle entfernt wurde, daß im Bereich von wenigen Tagen, der dem Zeitscale der "free convection" zuzuordnen ist, in den meisten Fällen der Zusammenhang zwischen leicht zu bestimmenden Breitenmittelgrößen und dem turbulenten Drehimpulstransport oder einer abgeleiteten Größe davon andererseits nicht befriedigend ist. Es wurden von allen Kombinationen auch Streudiagramme erstellt, um festzustellen, ob eventuell ein durch eine höhere Potenz gegebener Zusammenhang besteht. Dies wurde nicht bestätigt. Der Zusammenhang zwischen der Änderung der

Stärke des turbulenten Impulstransportes und z.B. der Größe von $[u]_{\lambda}$ im Jahresgang ist dagegen offensichtlich (siehe z.B. OORT und RASMUSSEN 1971), so daß im Zeitbereich der "forced convection" entsprechende Ansätze vielversprechender sind.

Es bleibt die Frage, ob Parametrisierungsansätze, die aus der Theorie über barokline Wellen erwachsen (wie es z.B. bei SALTZMAN und VERNEKAR 1968 getan wurde), mehr leisten als einfache lineare Zusammenhänge, weil bei jenem Vorgehen die physikalischen Ursachen besser miteinfließen, oder ob man ganz darauf verzichten muß, Parametrisierungen zu benutzen, die aus Untersuchungen über kurzfristige Wechselwirkungen entstanden sind.

Da nur die Korrelationen von $\partial[u]_{\lambda}/\partial t$ mit $-\partial[(u)_{\lambda}(v)_{\lambda}]_{\lambda}/\partial y$ die Signifikanzgrenzen in allen Breiten überschreiten (für $\Delta t = 0$), wurde mit diesen Größen eine lineare Regression durchgeführt, deren Ergebnis als Abschluß dieses Kapitels aufgeführt werden soll.

Tabelle 5.1 zeigt die Koeffizienten, die sich aus der Mittelung der acht Koeffizienten, welche für jedes Einzeljahr bestimmt wurden, ergeben haben. Es wurden a und b bestimmt für $y = ax + b$ mit

$$y = -\partial[(u)_{\lambda}(v)_{\lambda}]_{\lambda}/\partial y \text{ in } [10^{-6} \text{ ms}^{-2}] \text{ und } x = \partial[u]_{\lambda}/\partial t \text{ in } [10^{-5} \text{ ms}^{-2}]$$

Tabelle 5.1:

Breite $[^{\circ}\text{N}]$	a $\cdot 10$	b $10^6 [m/s^2]$	r
20	1.73 \pm 0.39	13.70 \pm 0.46	0.22
25	2.64 \pm 0.55	8.97 \pm 0.57	0.25
30	2.87 \pm 0.38	4.00 \pm 0.46	0.37
35	4.15 \pm 0.38	-1.52 \pm 0.50	0.46
40	3.91 \pm 0.35	-6.75 \pm 0.46	0.51
45	3.62 \pm 0.28	-10.57 \pm 0.43	0.51
50	4.08 \pm 0.29	-10.40 \pm 0.42	0.60
55	3.29 \pm 0.20	-6.39 \pm 0.33	0.66
60	2.71 \pm 0.17	-1.86 \pm 0.27	0.63
65	1.74 \pm 0.13	0.65 \pm 0.20	0.59
70	1.24 \pm 0.08	1.09 \pm 0.14	0.59

Der Proportionalitätsfaktor a ist positiv, da die Konvergenz, also die negative Divergenz, betrachtet wird. Die Steigung der Geraden schwankt zwischen 0.12 und 0.41, wobei die größten Steigungen sich bei den mittleren Breiten befinden. Zur Orientierung sind auch die Korrelationskoeffizienten r noch einmal aufgeführt, deren Abhängigkeit von der Breite und der Zeitverschiebung in Abbildung 20a aufgetragen ist.

6. SCHLUSSBEMERKUNG

Die spektrale Untersuchung des Geopotentials und der geostrophischen Geschwindigkeitskomponenten im Wellenzahl-Frequenz-Raum ergab im achtjährigen Mittel, daß das Jahresmittel und der Jahresgang bei weitem die größte Energie enthalten, was vor allem auf den Einfluß der Wellen mit der zonalen Wellenzahl 1 bis 4 zurückzuführen ist. Beim Geopotential und bei u_g fällt der Energieanteil mit steigender Wellenzahl ab, bei der Meridional Komponente des geostrophischen Windes ist das Maximum für das Jahresmittel bei Wellenzahl 3 (45°N) oder 5 bis 6 (30°N) zu finden. Zu höheren positiven Frequenzen hin wird im allgemeinen der Anteil der Wellen mit der Wellenzahl 5 bis 8 größer als der der planetarischen und das Energiemaximum liegt bei den geostrophischen Geschwindigkeitskomponenten für die kürzeren Wellen nicht mehr eindeutig im Jahresgang, sondern zu den höheren positiven Frequenzen hin verschoben, ohne jedoch signifikante Peaks in einem eingeschränkten Frequenzbereich aufzuweisen. Das erklärt sich aus dem Umstand, daß in den Wintermonaten die charakteristischen Perioden und Wellenzahlen kleiner sind als im Sommer und bei einer Grundperiode von einem Jahr beide Charakteristika im Spektrum zu finden sind.

Weiterhin hat sich herausgestellt, daß der rein wandernde Anteil der Geopotentialwellen in der Breitenzone zwischen etwa 40° und 60°N maximal wird ($> 60\%$) und bei den Wellen mit der Wellenzahl von ca. 9/Breitenkreis und bei Frequenzen zwischen 50 und 120 cy/y auftritt. Zwei ganz bestimmte Frequenzen, nämlich das Jahresmittel ($f=0$ cy/y) und der Jahresgang ($f=1$ cy/y) wurden zur Untersuchung des Einflusses der Orographie und der Land-Meer-Verteilung herangezogen. Aus diesen Versuchen ergab sich, daß die thermische und die dynamische Anregung von gleicher Größen-

ordnung sind, und die dynamische zu hohen Breiten hin für Wellenzahl 1 und 2 zunimmt, unter dem Vorbehalt, daß die beiden die Zirkulation modifizierenden Kräfte dies unabhängig voneinander tun.

Der turbulente Drehimpulstransport wurde in Form von zeitlichen Mittelwerten, Zeitreihen und Wellenzahl-Frequenz-Spektren untersucht. Es ergab sich die besondere Bedeutung der Welle mit der Wellenzahl 2, welche vor allem für südwärts gerichtete Transporte in den mittleren und hohen Breiten verantwortlich ist, während vor allem Wellen mit den größeren Wellenzahlen 5 bis 8 auch bei 60°N im Frequenzbereich von 30 bis 60 cy/y noch Drehimpuls nach Norden transportieren, wo jedoch der Transport, der sich aus der Summierung über alle Wellenzahlen und Frequenzen errechnet, maximal negativ ist.

Im letzten Abschnitt der Arbeit wird über Untersuchungen berichtet, welche für eine Parametrisierung des turbulenten Drehimpulstransportes herangezogen werden können. Es wurden mittels Korrelationen einige lineare Zusammenhänge zwischen der mittleren Zonalgeschwindigkeit $[u]_{\lambda}$ und ihren Ableitungen und den großturbulenten Drehimpulstransporten durchgeführt. Dieser Zusammenhang ist am größten für die Korrelation von $\partial[u]_{\lambda}/\partial t$ mit $-\partial[(u)_{\lambda}(v)_{\lambda}]_{\lambda}/\partial y$ und erreicht in diesem Fall über 60 %. Allerdings nur in Breiten zwischen 50 und 60°N und nicht im Bereich des Jets, dort, wo die Größe der Korrelation nur 30 % beträgt. Prüfungen von Korrelationen zwischen weiteren sinnvoll gewählten Größen ergeben keine signifikanten Werte sondern nur Tendenzen. Man könnte solche Untersuchungen noch weiter treiben und z.B. auch die Energieumwandlungsterme dafür heranziehen. Da für die Erzeugung des beobachteten Drehimpulstransportes auch barokline Vorgänge eine Rolle spielen, wäre es recht interessant, die vertikale Stabilität der Atmosphäre, also vertikale Auflösungen mit zu berücksichtigen und für eine Parametrisierung zu verwenden. Dies würde aber wesentlich umfangreichere Rechnungen erforderlich machen.

LITERATUR

- BOLIN, B., 1950: On the influence of the earth's orography on the general character of the westerlies, *Tellus* 2, 184-195
- BÖTTGER, H., 1979: Spektrale Auswertungen des Geopotentials entlang 50°N für Winter und Sommer. *Meteor. Abh. Freie Univ. Berlin, N.F. Ser. A, Bd. 3, Heft 3*, 156 pp
- BÖTTGER, H. and K. FRAEDRICH, 1980: Disturbances in the wavenumber-frequency domain observed along 50°N, *Beitr. z. Physik d. Atm.* 53, 90-104
- BRONSTEIN, I. und K. SEMENDJAJEW, 1956: Taschenbuch der Mathematik, Verl. Harri Deutsch, Frankfurt/M., 584 pp
- DEFANT, A., 1921: Die Zirkulation der Atmosphäre in den gemäßigten Breiten der Erde. *Geogr. Ann.* 3, 209-266
- DEFANT, F., 1976: Die allgemeine Zirkulation der Atmosphäre. *Promet* 2/76, 32 pp
- FRAEDRICH, K. and H. BÖTTGER, 1978: A wavenumber-frequency analysis of the 500 mb geopotential at 50°N. *J.A.S.* 35, 745-750
- EGGER, J., 1976a: The linear response of a hemispheric two-level primitive equation model to forcing by topography. *Mon. Wea. Rev.* 104, 351-364
- EGGER, J., 1976b: On the theory of the steady perturbations in the troposphere. *Tellus* 28, 381-389
- FECHNER, H., 1981: Der mittlere Jahresgang des Geopotentials der 500 mb-Fläche der Nordhalbkugel im Wellenzahlenbereich. *Meteorol. Rdsch.* (im Druck)
- GREEN, J.S.A., 1970: Transfer properties of the large-scale eddies and the general circulation of the atmosphere, *Q.J.R.M.S.* 96, 157-185
- GROSE, W.L. and B.J. HOSKINS, 1979: On the influence of orography on large-scale atmospheric flow, *J.A.S.* 36, 223-234
- HALTINER, J. and F.L. MARTIN, 1957: *Dynamical and physical meteorology*, McGraw-Hill, New York-Toronto-London, 470 pp
- HAYASHI, Y., 1971: A generalized method of resolving disturbances into progressive and retrogressive waves by space Fourier and time cross-spectral analysis, *J. Met. Soc. Japan* 49, 125-128

- HOLOPAINEN, E.O., 1967: On the mean meridional circulation and the flux of angular momentum over the northern hemisphere. *Tellus* 19, 1-13
- HOLOPAINEN, E.O., 1970: An observational study of the energy balance of the stationary disturbances in the atmosphere, *Q.J.R.M.S.* 96, 626-644
- HOLOPAINEN, E.O., 1978: On the dynamical forcing of the long-term mean flow by the large-scale Reynolds' stresses in the atmosphere, *J.A.S.* 35, 1596-1604
- HSIAO, C.N., 1979: Interannual variation of atmospheric meridional eddy transports. *Environmental Research Papers, Colorado State University, Fort Collins, Colorado* 17, 32 pp
- JENKINS, G.M. and D.G. WATTS, 1968: *Spectral analysis and its applications*, Holden-Day, San Francisco, 525 pp
- KAESTNER, A., 1979: *Numerische Analyse in: Deutsche Meteorologische Gesellschaft, Fortbildungsveranstaltung über Numerische Wettervorhersage*, 37-74
- KAO, S.K., 1968: Governing equations and spectra for atmospheric motion and transports in frequency-wavenumber space, *J.A.S.* 25, 32-38
- KAO, S.K. and L.L. WENDELL, 1970: The kinetic energy of the large-scale atmospheric motion in wavenumber-frequency space: I. Northern hemisphere, *J.A.S.* 27, 359-375
- KAO, S.K., C.Y. TSAY and L.L. WENDELL, 1970: The meridional transport of angular momentum in wavenumber-frequency space, *J.A.S.* 27, 614-626
- KIRICHKOV, S.Y., 1978: Numerical experiments with a model of zonal atmospheric circulation, *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics* 14, 493-500
- KUO, H.L., 1956: Energy releasing processes and stability of thermally driven motions in a rotating fluid, *J.Met.* 13, 82-101
- KURIHARA, J., 1970: A statistical-dynamical model of the general circulation of the atmosphere, *J.A.S.* 27, 847-870
- LINKE, F. und F. BAUR, 1970: *Meteorologisches Taschenbuch, Bd. 2*, Leipzig, Akad. Verl. Ges. Geest & Portig, 712 pp
- LORENZ, E.N., 1979: Forced and free variations of weather and climate, *J.A.S.* 36, 1367-1376

- MANABE, S. and T.B. TERPSTRA, 1974: The effects of mountains on the general circulation of the atmosphere as identified by numerical experiments, J.A.S. 31, 3-42
- MUNK, W.H., F.E. SNODGRASS and M.J. TUCKER, 1959: Spectra of low frequency ocean waves, Bull. Scripps Inst. Oceanogr. Univ. Calif., 7, 283-362
- MYDLA, B., 1981: Longitudinale und zeitliche Veränderlichkeit des durch wandernde und stehende Wellen getätigten meridionalen Transportes von relativem Drehimpuls im 200 und 500 mb-Niveau in der Breitenzone von 20⁰-60⁰N während des Jahres 1975, Dipl.Arb. Inst. f. Meeresk. Kiel, Abt. Mar. Meteorologie, 94 pp
- OORT, A.H. and E.M. RASMUSSEN, 1971: Atmospheric circulation statistics, U.S. Dep. Commerce, Nat. Ocean. Atmosph. Adm. Prof. Pap. 5, 323 pp
- OSTHAUS, A., 1978: Die Struktur der stehenden Temperatur- und Geopotentialwellen im Januar und Juli und die durch sie hervorgerufenen Transporte von sensibler Energie und Drehimpuls. Ber. aus dem Inst. f. Meeresk. Kiel, Nr. 46, 62 pp
- PEIXOTO, J.P., N.E. GAUT and R.D. ROSEN, 1973: Kinetic energy conversions by horizontal and vertical eddy processes from 5 years of hemispherical data, J. Geoph. Res. 78, 2630-2649
- PRATT, R.W., 1976: The interpretation of space-time spectral analysis, J.A.S. 33, 1060-1066
- ROSSBY, C.G. et al., 1939: Relations between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semipermanent centers of action. J. Mar. Res. 2, 38-55
- SALTZMAN, B., 1965: On the theory of the winter-average perturbations in the troposphere and stratosphere, Mon. Wea. Rev. 93, 193-211
- SALTZMAN, B., 1968: Surface boundary effects on the general circulation and macroclimate: A review of the theory of the quasi-stationary perturbations in the atmosphere, Met. Monographs 8, 4-19, No. 30, Amer. Met. Soc.

- SALTZMAN, B. and A.D. VERNEKAR, 1968: A parameterization of the large-scale transient eddy flux of relative angular momentum, *Mon. Wea. Rev.* 96, 854-857
- SMAGORINSKY, J., 1964: Some aspects of the general circulation, *Q.J.R.M.S.* 90, 1-14
- SPETH, P. and A. OSTHAUS, 1980: The global energy budget of the atmosphere Part III: Horizontal transports of sensible heat and momentum of stationary eddies and connected energy conversions throughout a ten-year period (1967-1976) *Contr. Atm. Phys.* 53, 389-413
- SPETH, P. and E. KIRK, 1981: Representation of meteorological fields by spherical harmonics, *Met. Rundschau* 34, 5-10
- STARR, V.P., 1968: *Physics of negative viscosity phenomena*, McGraw-Hill, New York-London-Sydney, 256 pp
- STARR, V.P., 1973: Remarks on the progress of general circulation studies. *Tellus* 25, 1-11
- STONE, P.H., 1972: A simplified radiative-dynamical model for the static stability of rotating atmospheres, *J.A.S.* 29, 405-418
- STONE, P.H., 1978: Baroclinic adjustment, *J.A.S.* 35, 561-571
- STONE, P.H., and D.A. MILLER, 1980: Empirical relations between seasonal changes in meridional temperature gradient and meridional flux of heat, *J.A.S.* 37, 1708-1721
- TAUBENHEIM, L., 1969: *Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten*, Akademische Verlagsges. Geest & Portig, Leipzig, 386 pp
- WIIN-NIELSEN, A., J.A. BROWN and M. DRAKE, 1963: On the atmospheric energy conversions between the zonal flow and the eddies, *Tellus* 15, 261-279
- WIIN-NIELSEN, A. and J. SELA, 1971: On the transport of quasi-geostrophic potential vorticity, *Mon. Wea. Rev.* 99, 447-459
- WIIN-NIELSEN, A. (Ed.), 1973: *Compendium of Meteorology*, Vol. I, Part I: Dynamic meteorology, W.M.O. No 364, Secretariat of the W.M.O. Geneva, 334 pp
- WILLIAMS, G.P. and D.R. DAVIES, 1965: A mean motion model of the general circulation, *Q.J.R.M.S.* 91, 471-484
- WILLSON, M.A.G., 1975: A wavenumber-frequency analysis of large-scale tropospheric motions in the extra-tropical northern hemisphere, *J.A.S.* 32, 478-488

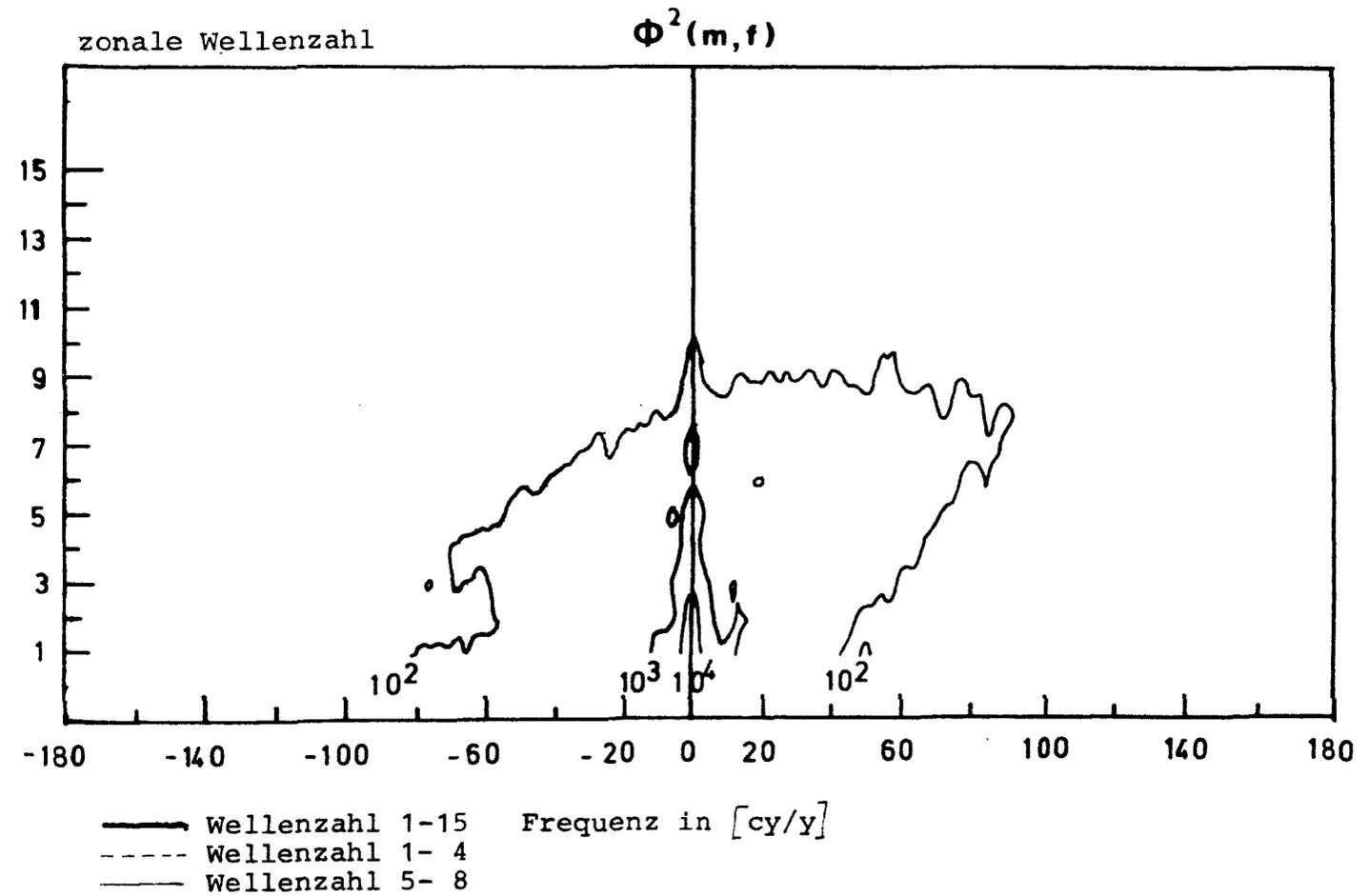
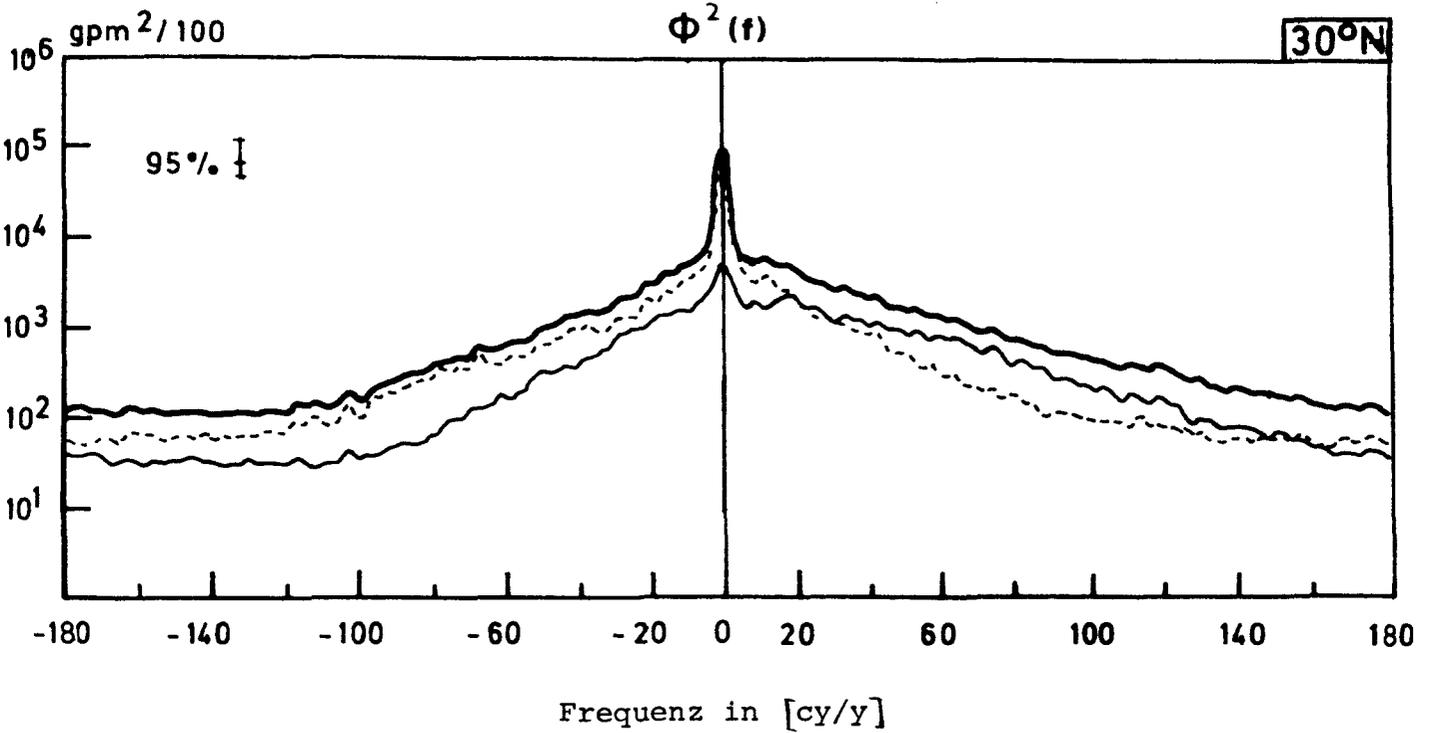


Abb.1: Energiespektrum des Geopotentials in gpm²/100

Oberes Bild : Summe über ausgewählte Wellenzahlen

Unteres Bild: Das Spektrum als Funktion der Wellenzahl und Frequenz
Logarithmische Isoplethendarstellung

Positive (negative) Frequenzen: Ostwärts (westwärts) wandernde Wellen

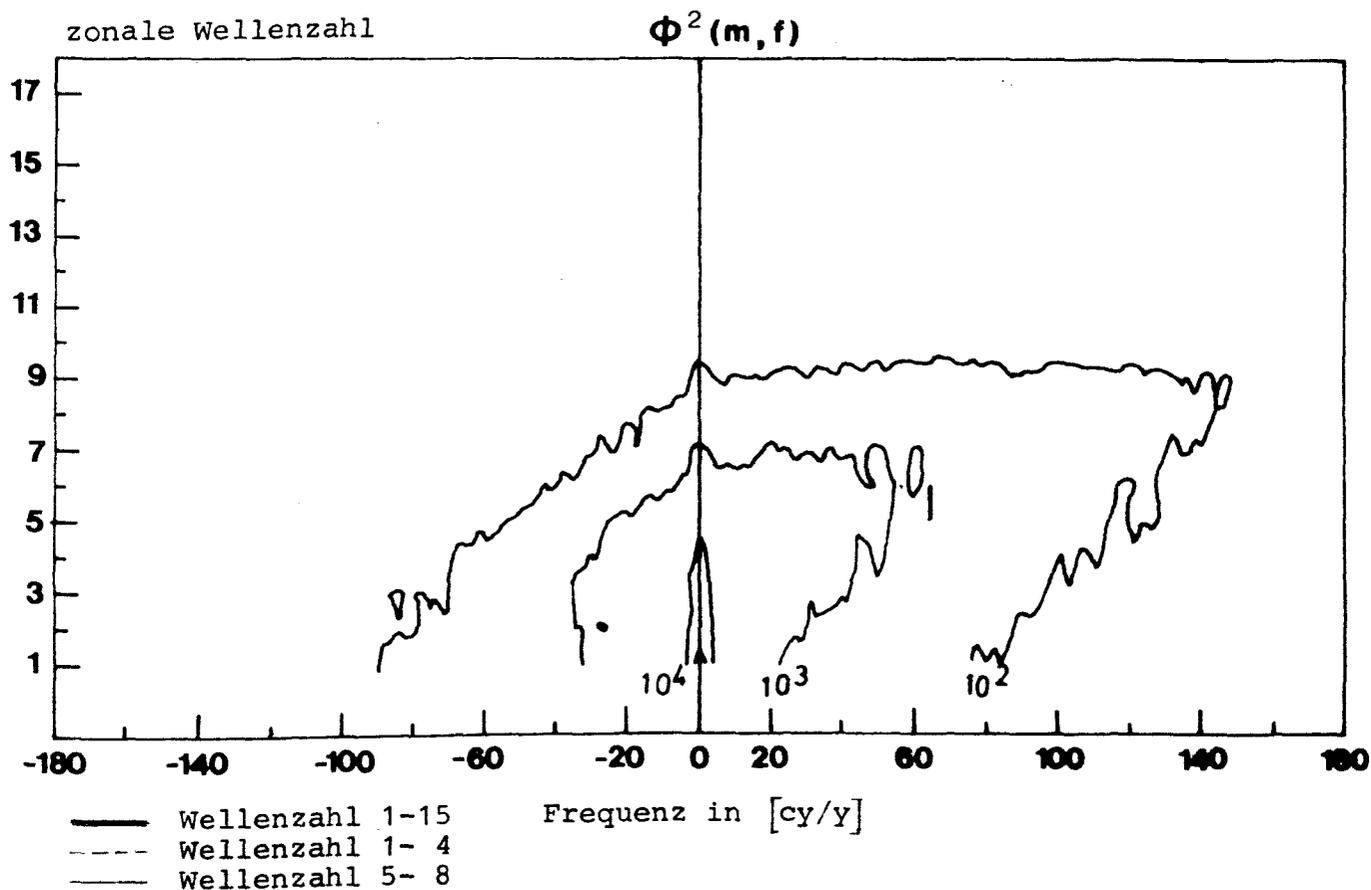
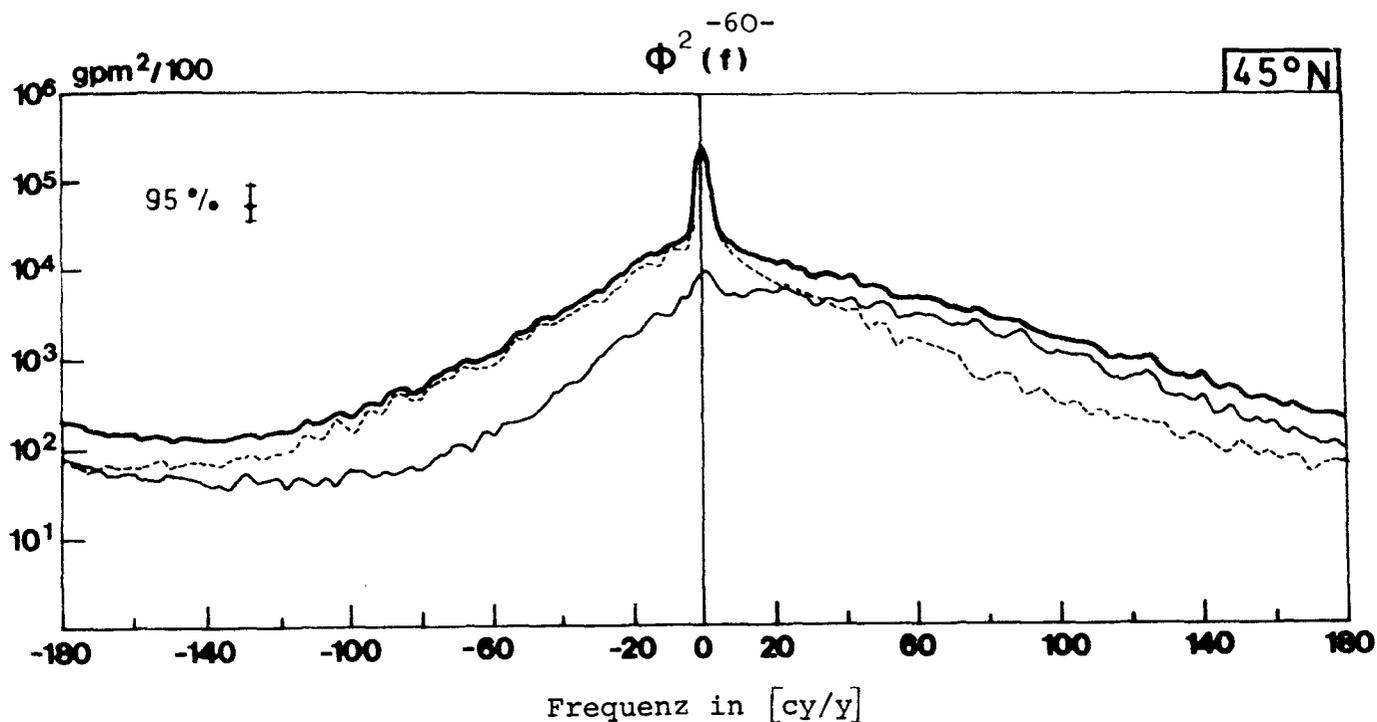


Abb.2: Energiespektrum des Geopotentials in gpm²/100

Oberes Bild:: Summe über ausgewählte Wellenzahlen

Unteres Bild: Das Spektrum als Funktion der Wellenzahl und Frequenz
 Logarithmische Isoplethendarstellung

Positive (negative) Frequenzen: Ostwärts (westwärts) wandernde Wellen

45°N, 200 mb, Mittel 69-76

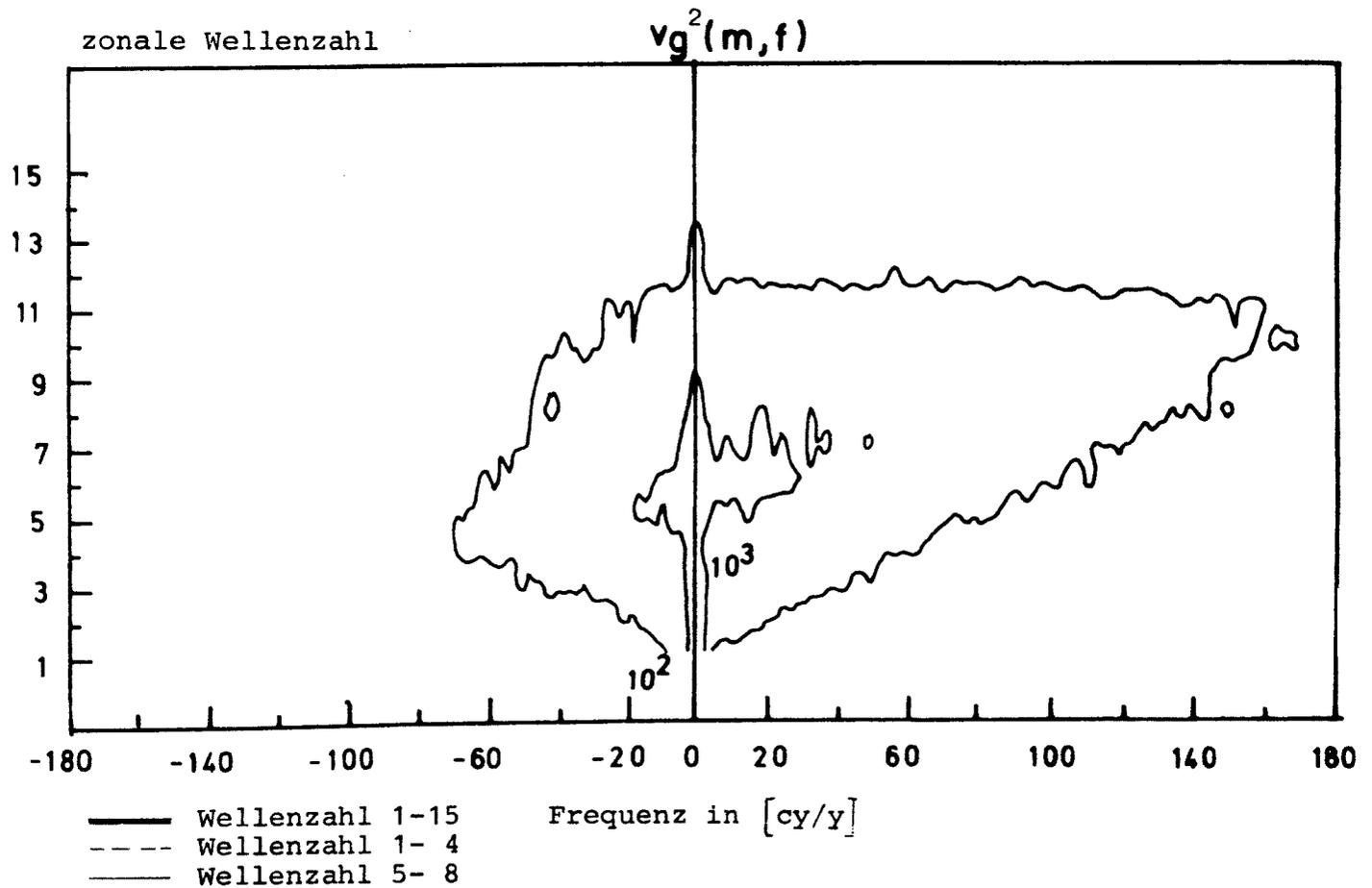
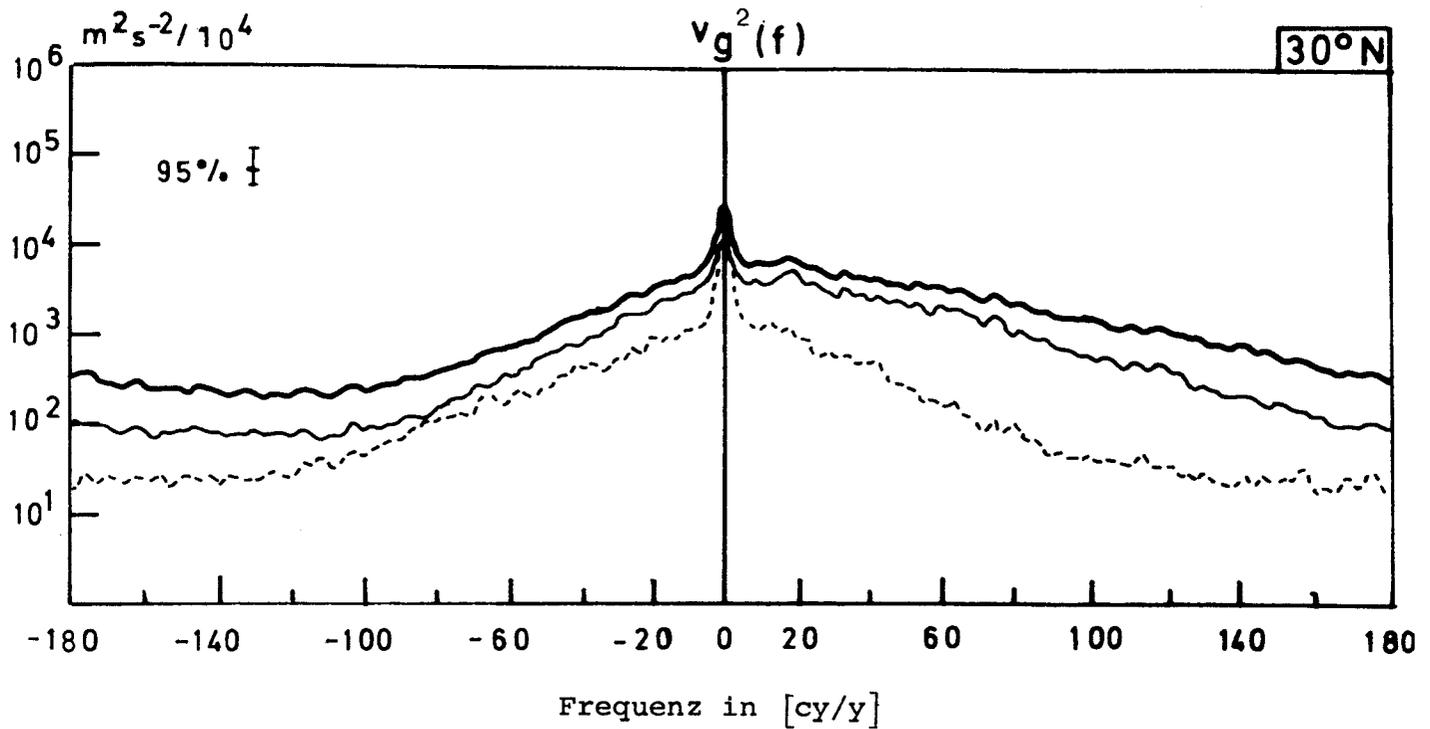


Abb.3: Energiespektrum von v_g in $m^2 s^{-2} / 10^4$

Oberes Bild : Summe über ausgewählte Wellenzahlen

Unteres Bild: Das Spektrum als Funktion der Wellenzahl und Frequenz
 Logarithmische Isoplethendarstellung

Positive (negative) Frequenzen: Ostwärts (westwärts) wandernde Wellen

30°N. 200 mb. Mittel 69-76

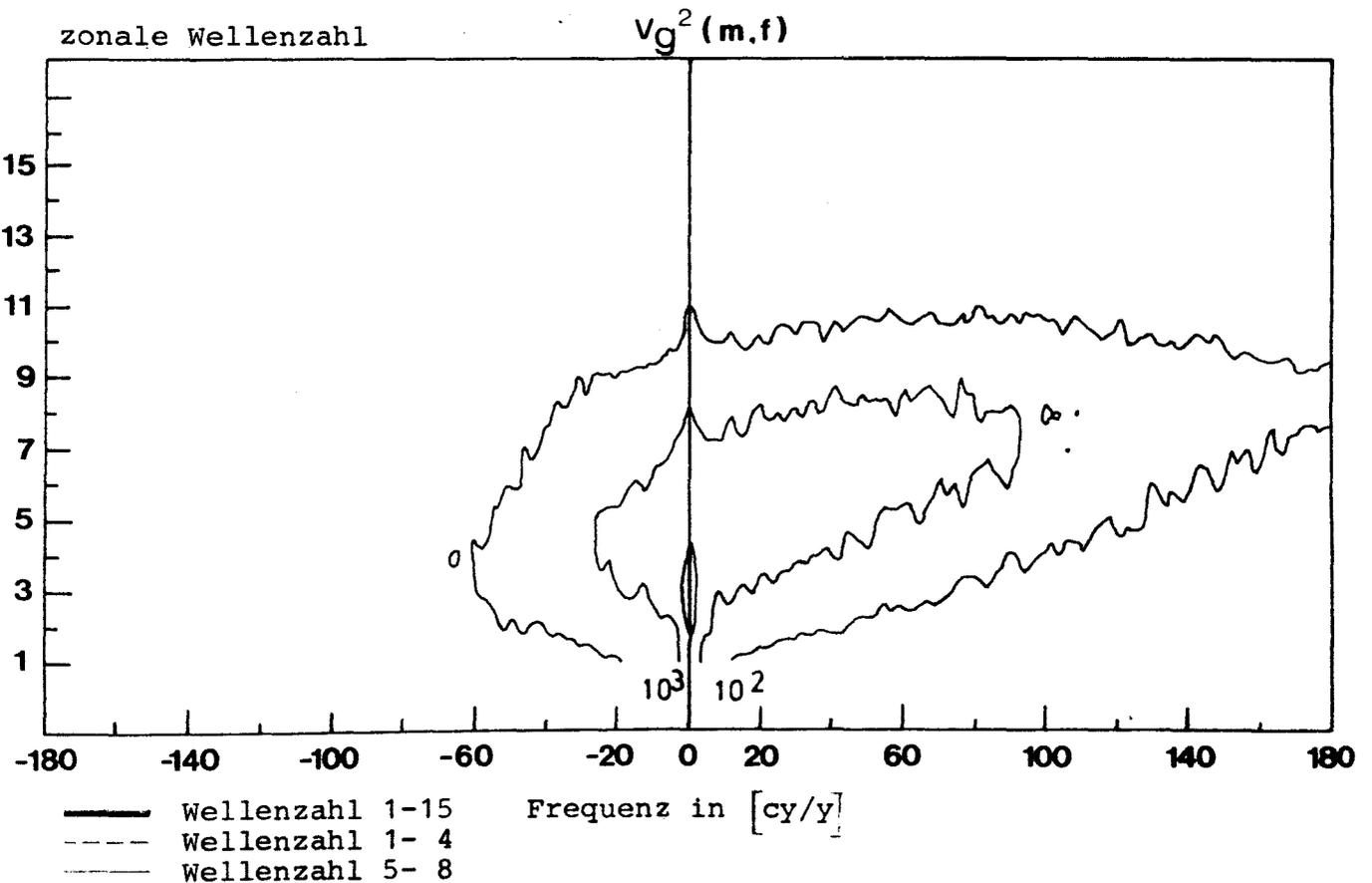
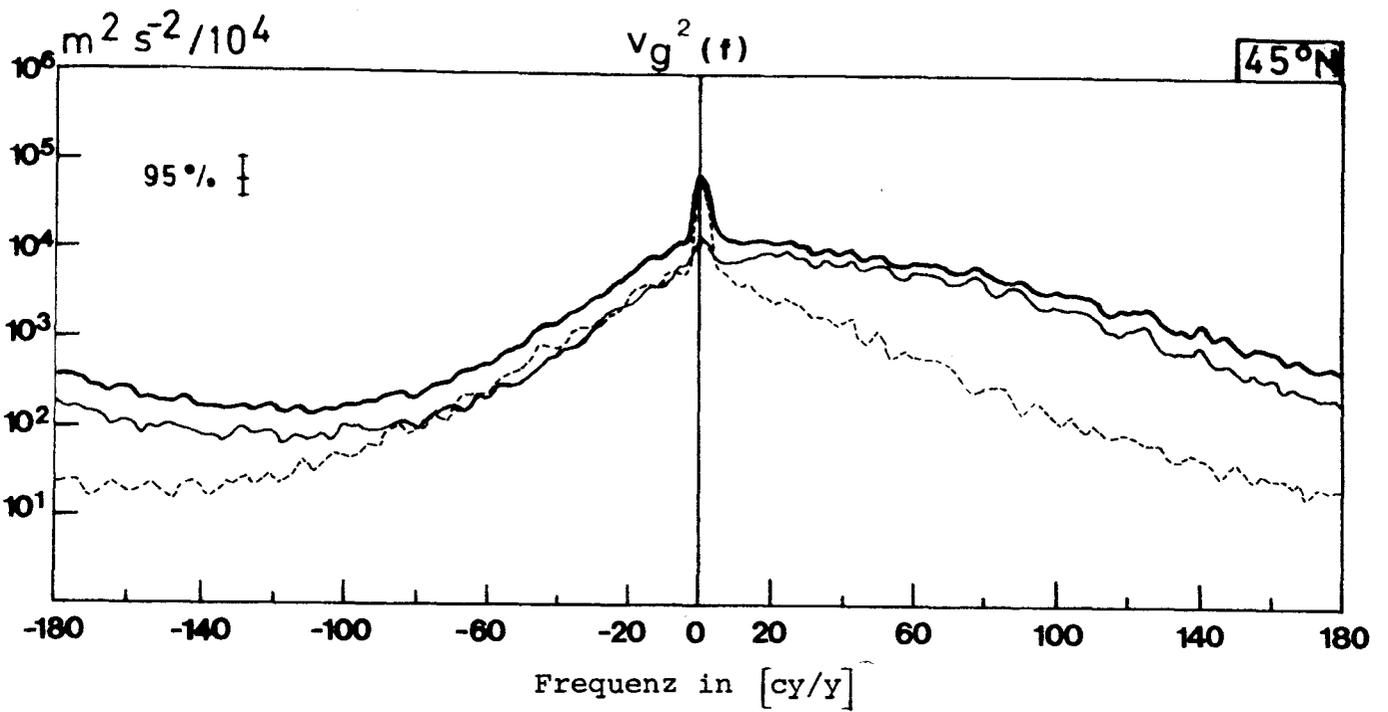


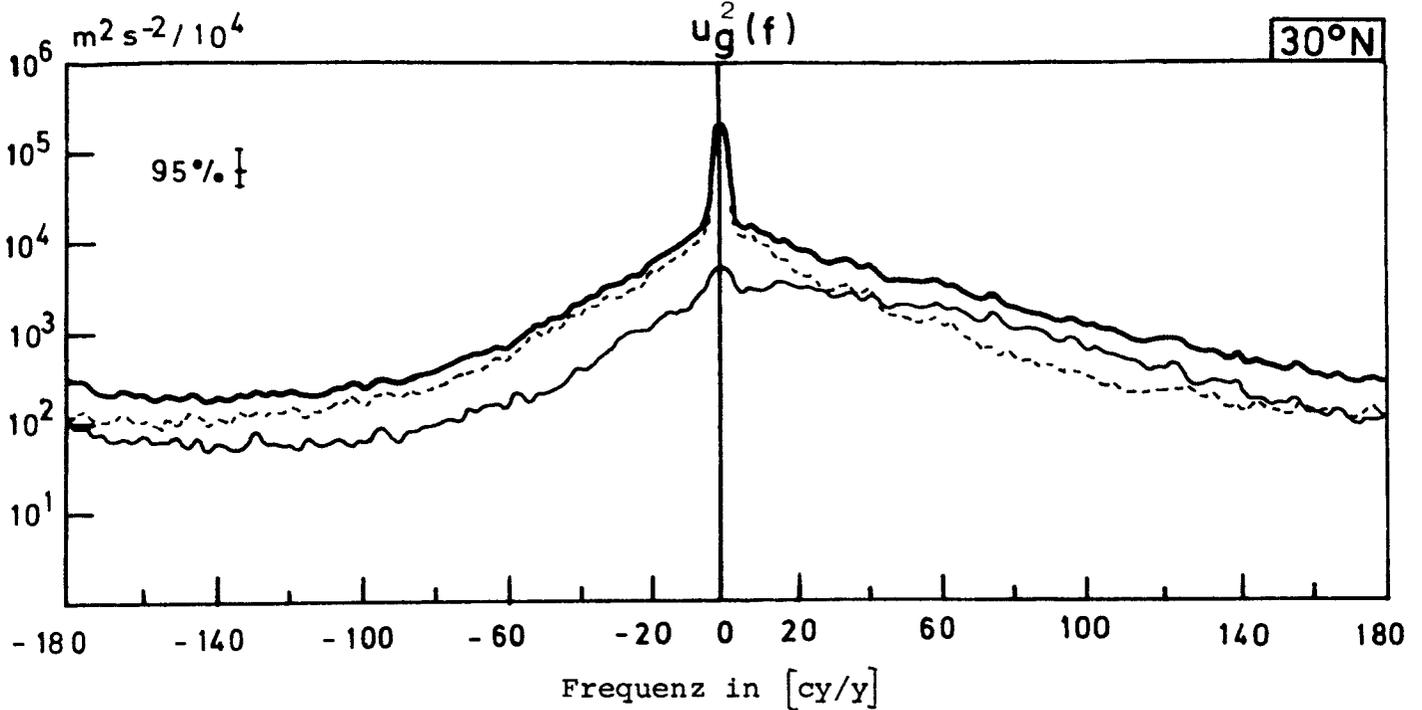
Abb.4: Energiespektrum von v_g in $m^2 s^{-2} / 10^4$

Oberes Bild : Summe über ausgewählte Wellenzahlen

Unteres Bild: Das Spektrum als Funktion der Wellenzahl und Frequenz
 Logarithmische Isoplethendarstellung

Positive (negative) Frequenzen: Ostwärts (westwärts) wandernde Wellen

45°N, 200 mb, Mittel 69-76



zonale Wellenzahl

$u_g^2(m, f)$

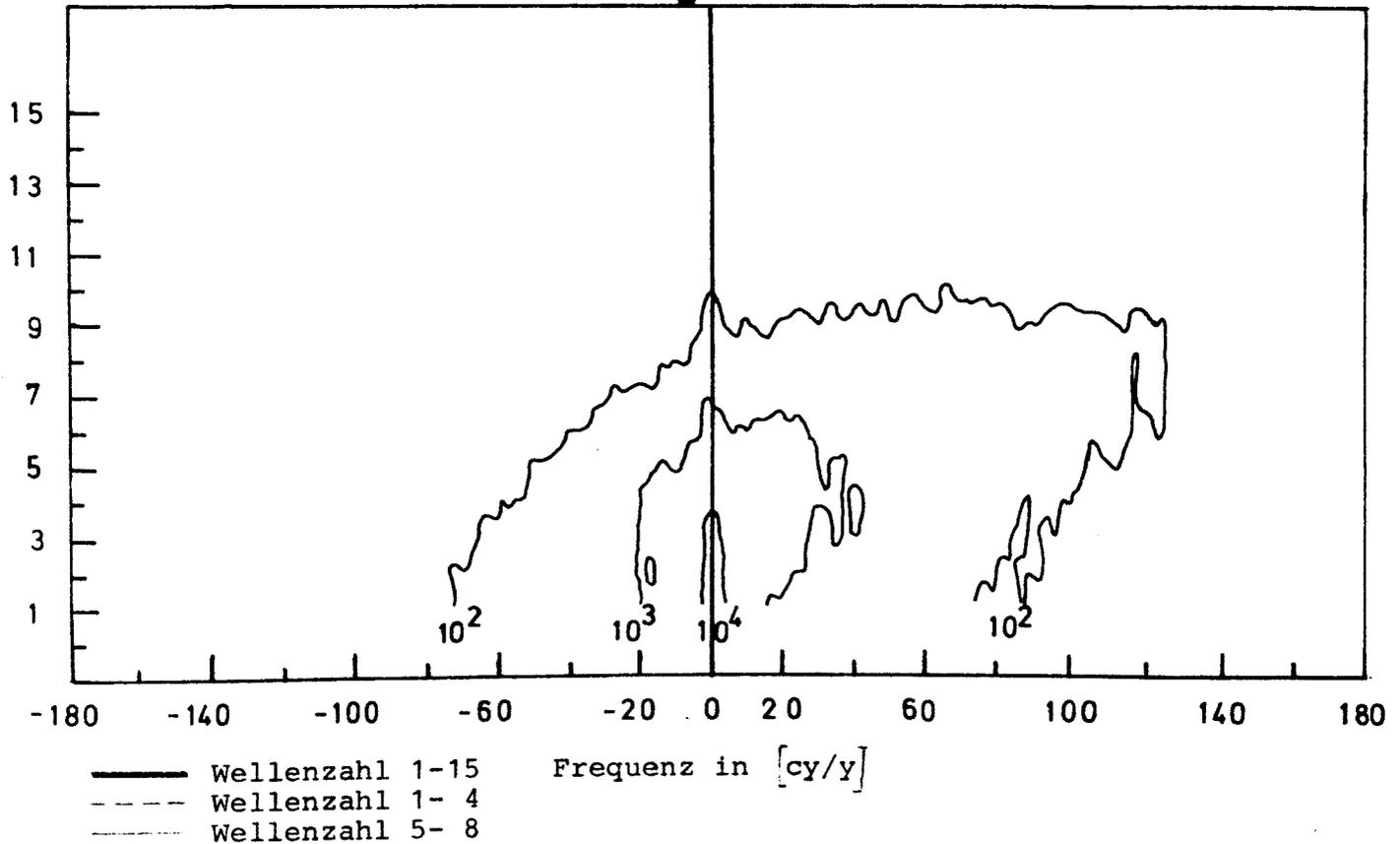


Abb.5: Energiespektrum von u_g in $m^2 s^{-2} / 10^4$

Oberes Bild : Summe über ausgewählte Wellenzahlen

Unteres Bild: Das Spektrum als Funktion der Wellenzahl und Frequenz
Logarithmische Isoplethendarstellung

Positive (negative) Frequenzen: Ostwärts (westwärts) wandernde Wellen

30°N, 200 mb, Mittel 69-76

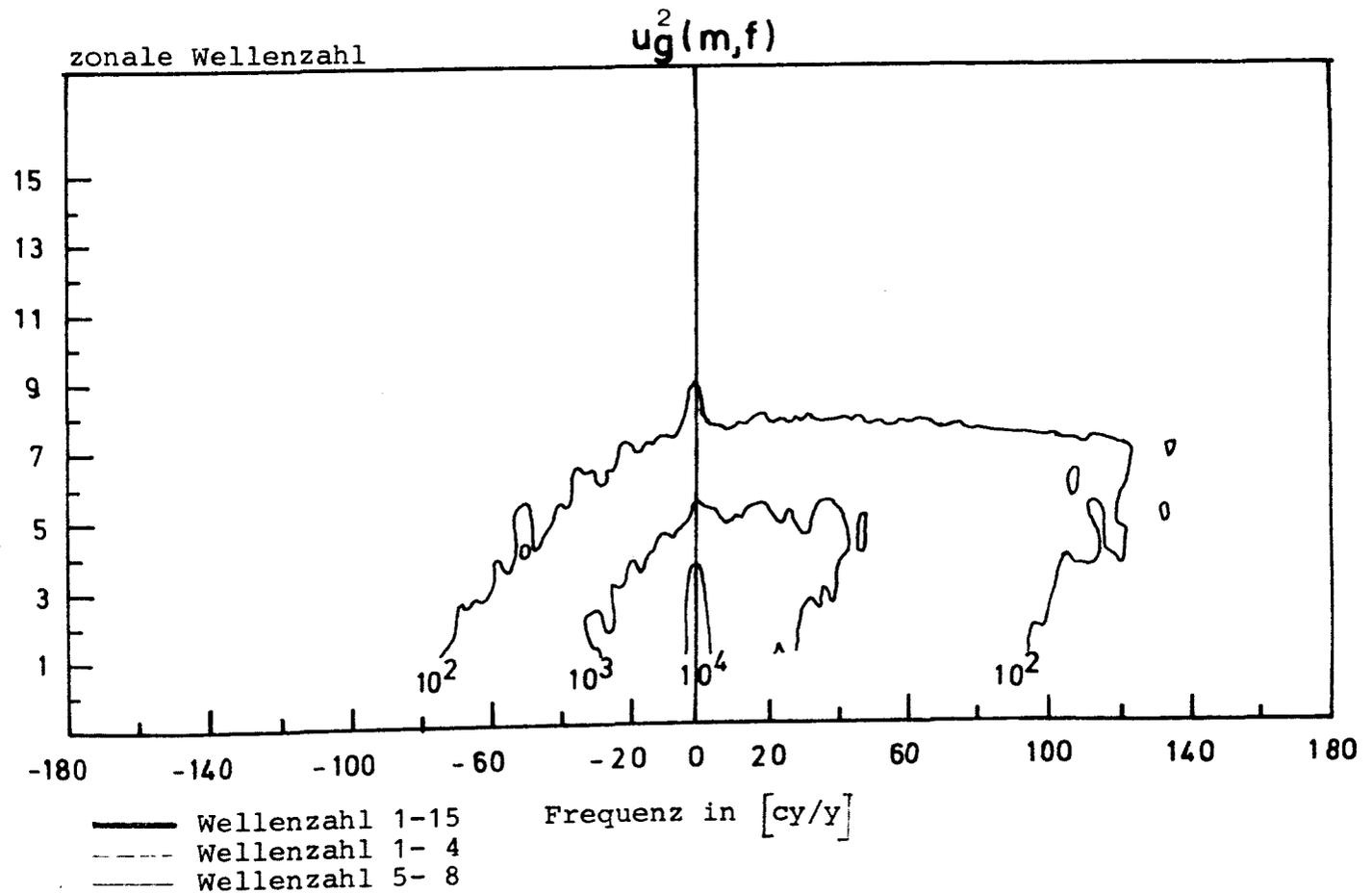
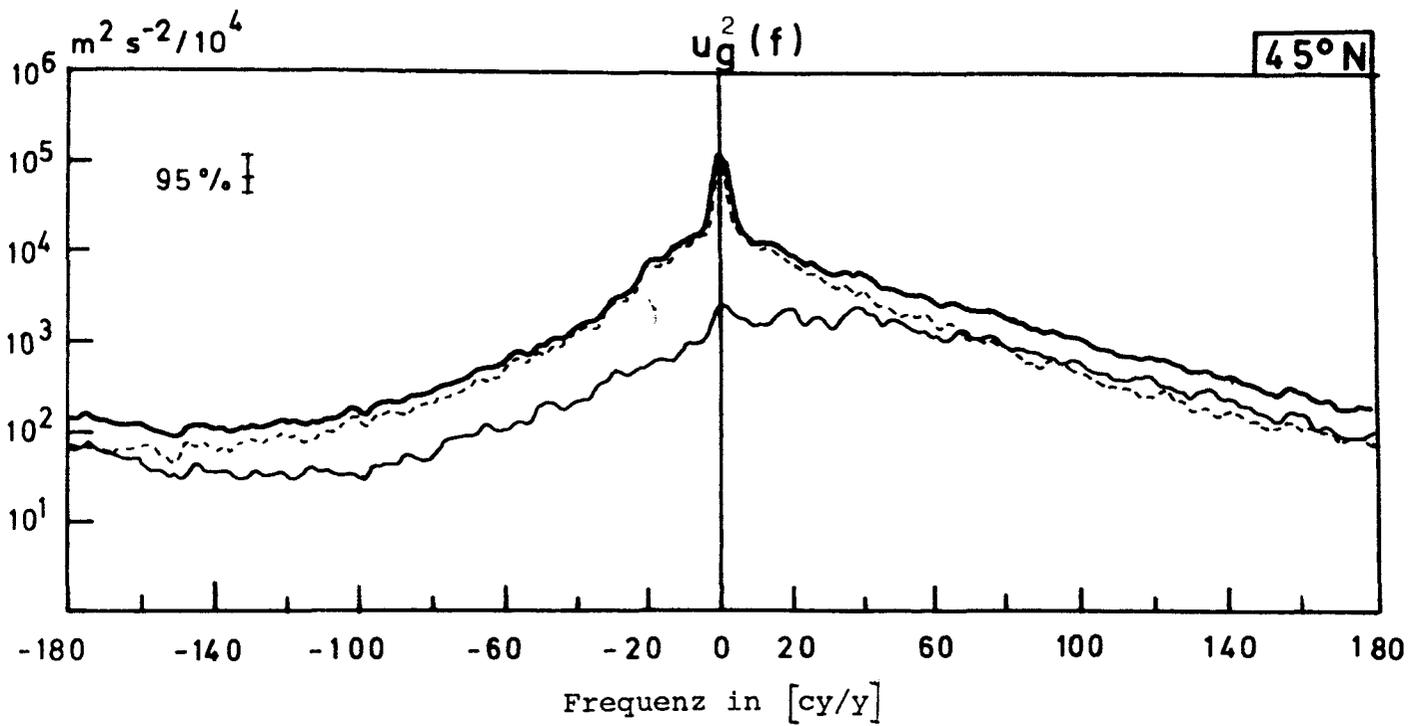


Abb.6: Energiespektrum von u_g in $m^2 s^{-2} / 10^4$

Oberes Bild : Summe über ausgewählte Wellenzahlen

Unteres Bild: Das Spektrum als Funktion der Wellenzahl und Frequenz
 Logarithmische Isoplethendarstellung

Positive (negative) Frequenzen: Ostwärts (westwärts) wandernde Wellen
 45°N, 200 mb, Mittel 69-76

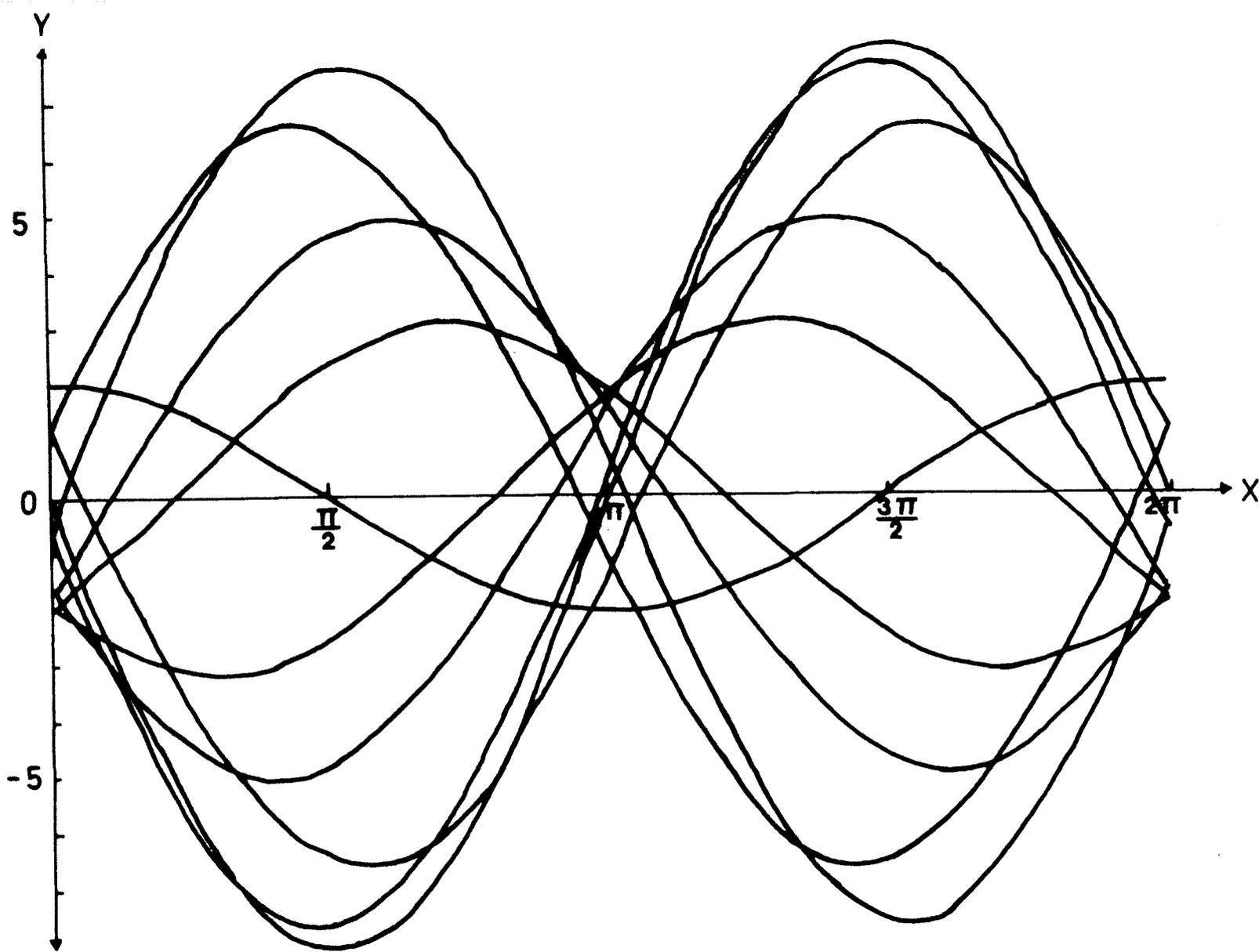


Abb.7: Beispiel für zwei sich überlagernde wandernde Wellen mit gleicher absoluter aber entgegengesetzt gerichteter Fortpflanzungsgeschwindigkeit und unterschiedlichen Amplituden ($A_1=5$, $A_2=3$). 2π ist eine zonale Wellenlänge. Jede der zehn Kurven beschreibt die Schwingungslage zu einem beliebigen Zeitpunkt innerhalb der Grundperiode, die Zeitpunkte sind nicht äquidistant gewählt.

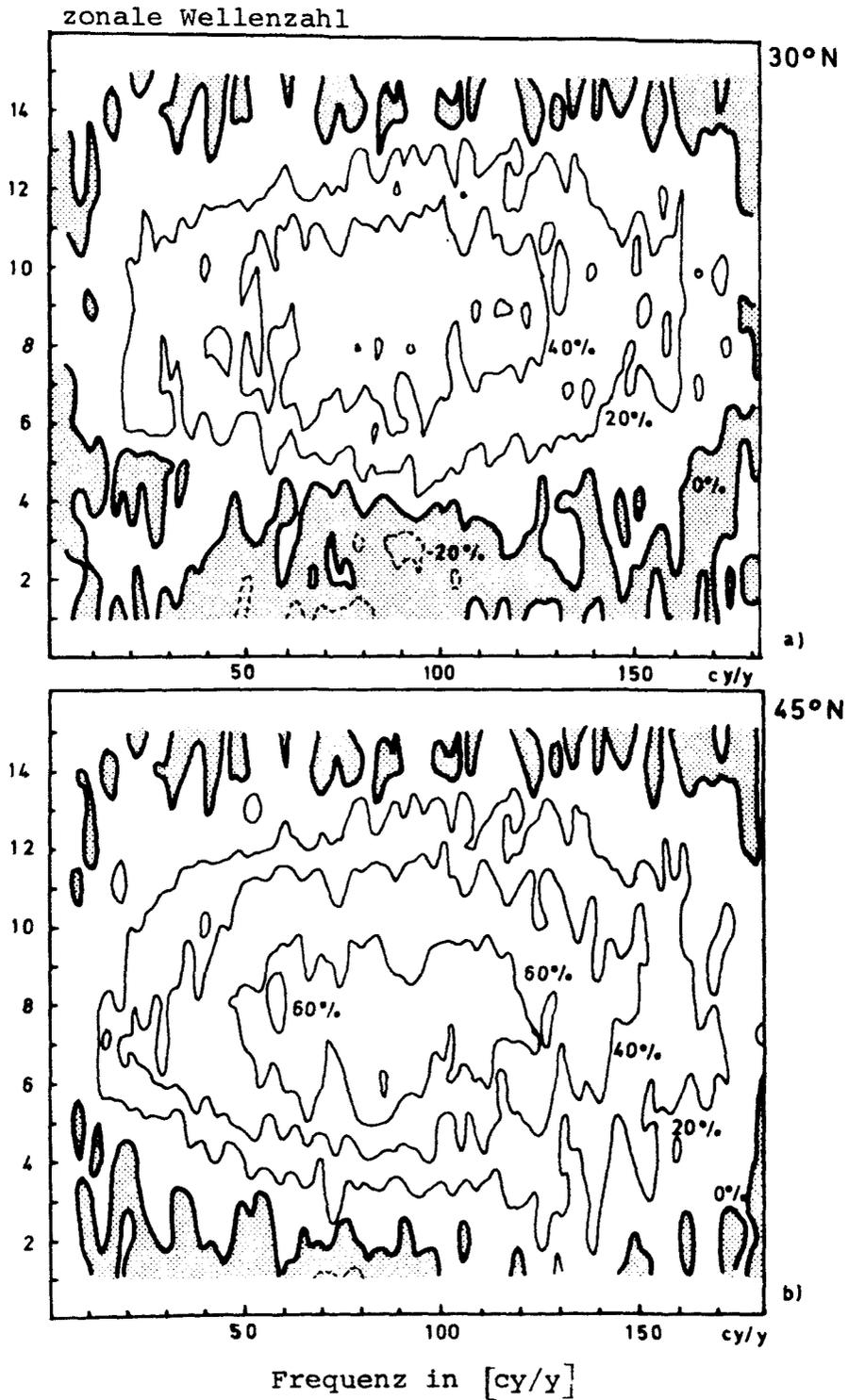
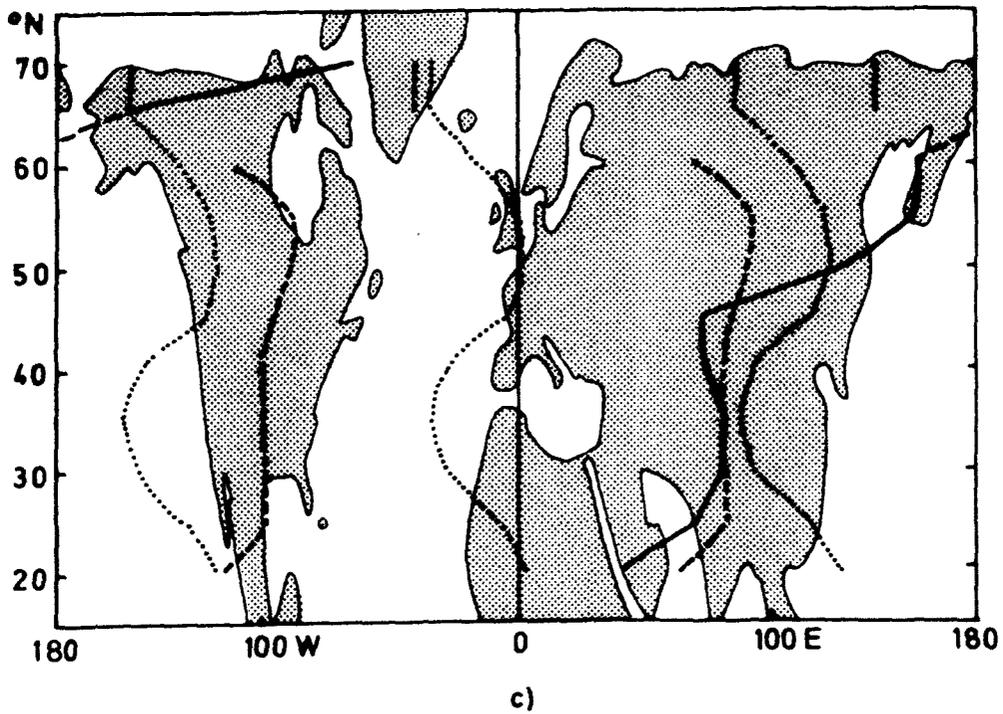
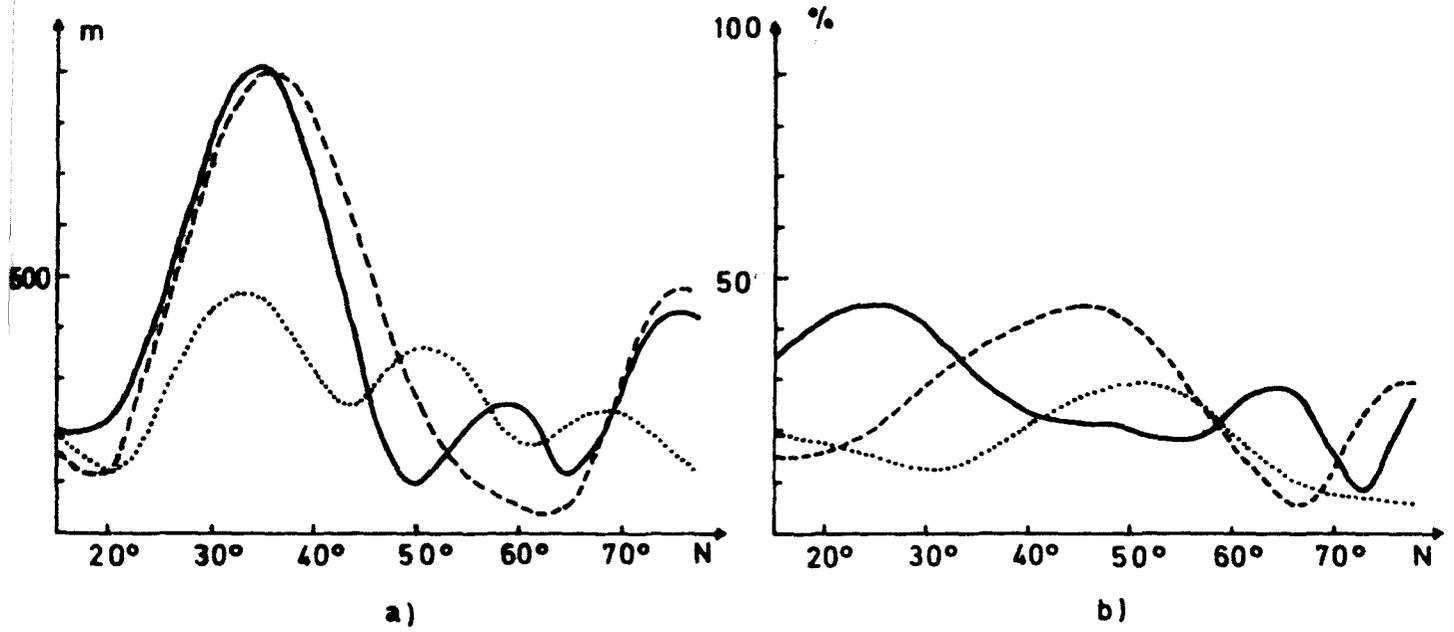


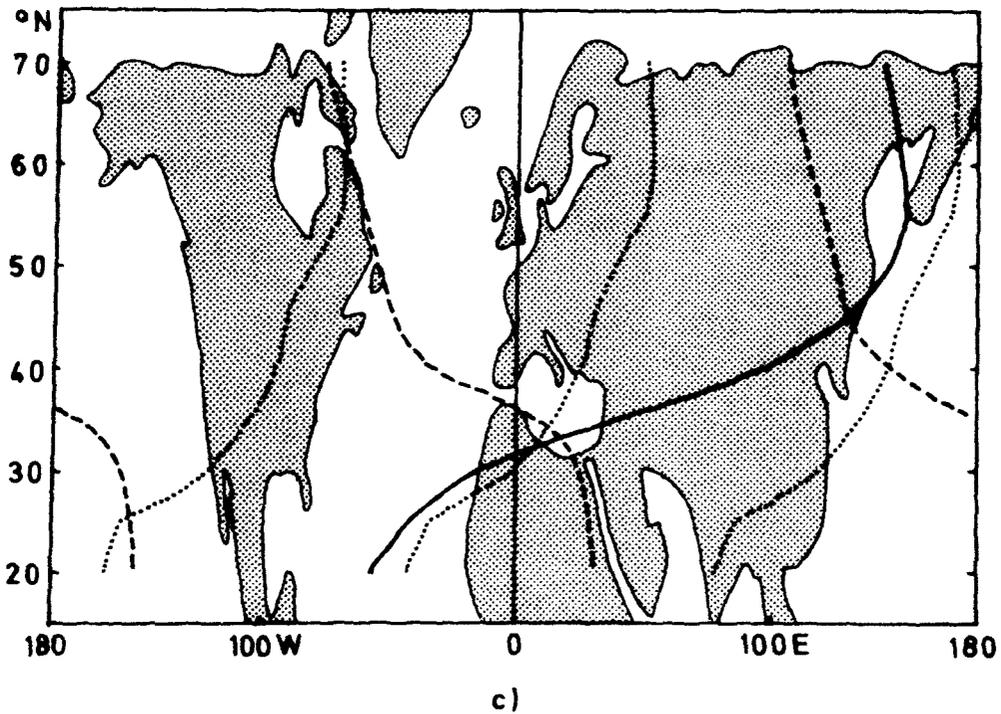
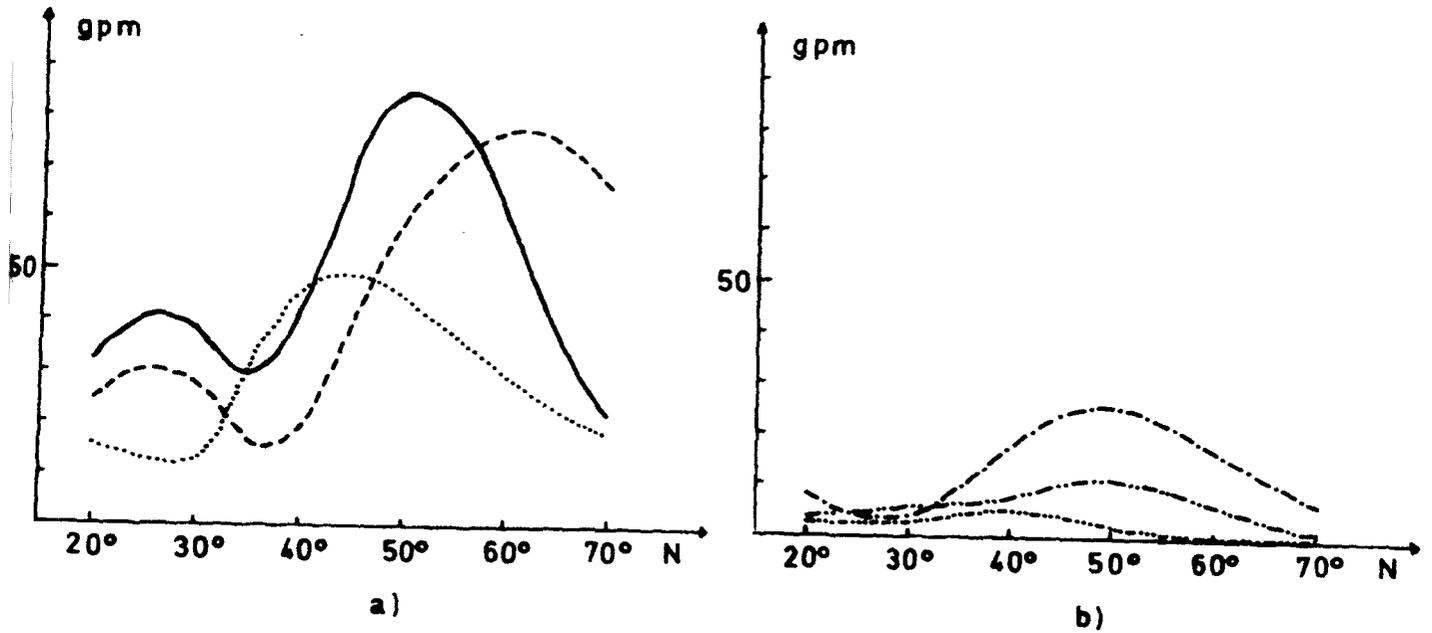
Abb.8: Die dimensionslosen wandernden Wellen $V = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} 100 \%$ als Funktion der Wellenzahl und Frequenz
 $V = +100\%$: rein ostwärts wandernde Wellen
 $V = 0\%$: rein stehende Wellen



Wellenzahl 1: ———
Wellenzahl 2: - - - - -
Wellenzahl 3: ······

Abb.9: Harmonische Analyse der Bodentopographie und der Land-Meer-Verteilung

- a) Amplituden der Orographiewellen als Funktion der Breite
- b) "Amplituden" der Land-Meer-Verteilung als Funktion der Breite
- c) Lage der höchsten Erhebungen auf einem Breitenkreis



Wellenzahl 1: ———	Wellenzahl 4: -·-·-
Wellenzahl 2: - - - -	Wellenzahl 5: ·····
Wellenzahl 3: ·····	Wellenzahl 6: -·-·-

Abb.10: Harmonische Analyse des Geopotentialfeldes im 200 mb-Niveau
Mittel 1969-76

- a) Amplituden der stationären Geopotentialwellen, Wellenzahl 1-3
- b) Amplituden der stationären Geopotentialwellen, Wellenzahl 4-6
- c) Trogachsenlage der stationären Geopotentialwellen, Wellenzahl 1-3

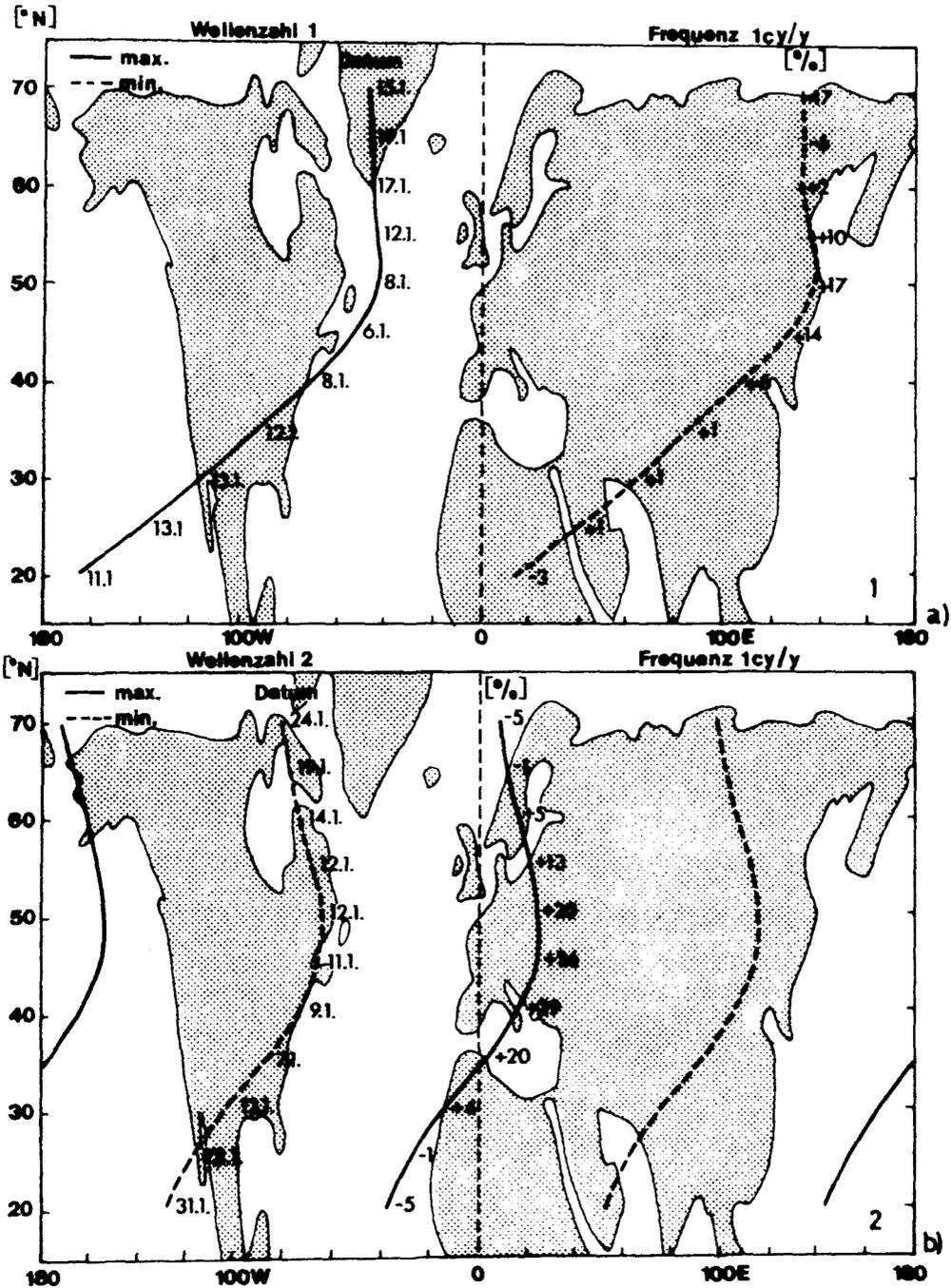


Abb.11: a) und b)

a)-c): Lage der Schwingungsbäuche für die stehenden Geopotentialwellen mit der Frequenz 1 cy/y, Wellenzahl 1-3

An dem angegebenen Datum findet man bei den durchgezogenen Linien den maximalen positiven Schwingungsausgang der Geopotentialwelle

Die Werte in % geben die Größe von V , der dimensionslosen wandernden Wellen, an. Positive Zahlen stehen für eine ostwärts gerichtete Fortpflanzungsgeschwindigkeit

200 mb, Mittel 1969-76

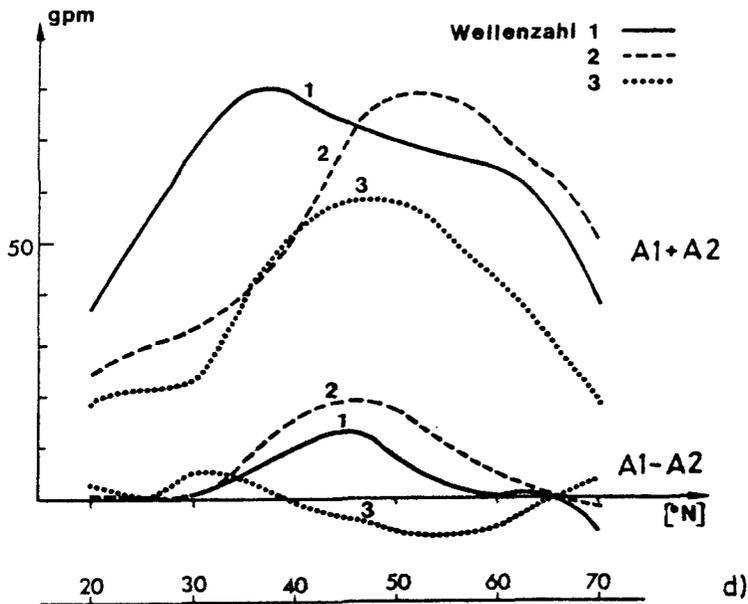
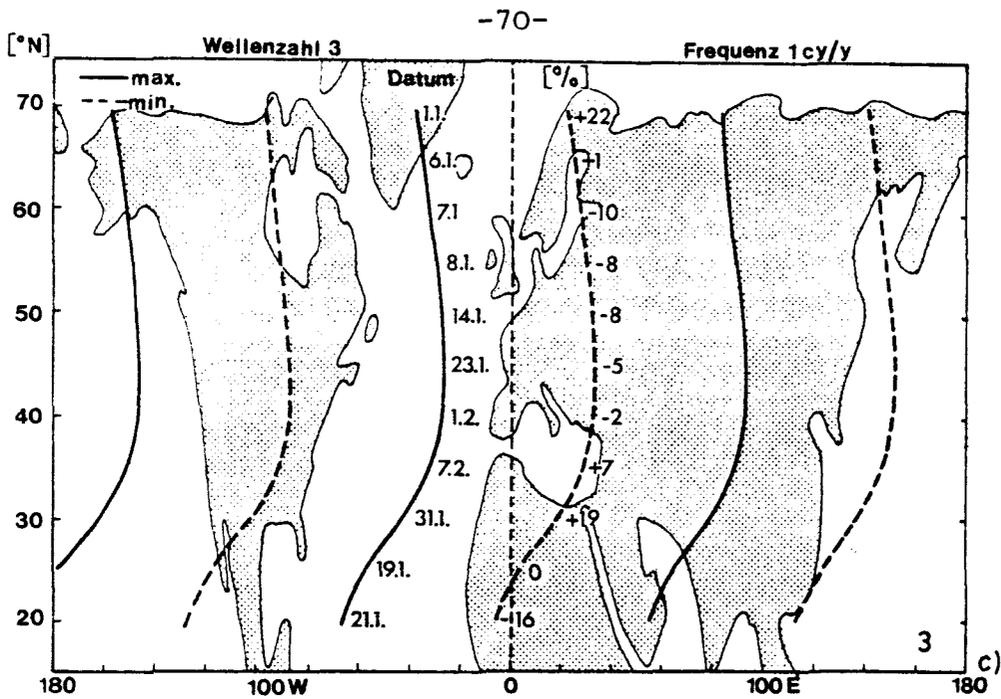


Abb.11: c) und d)

c): siehe Abb.11 a) und b)

d): Summen- und Differenzamplituden zweier gegeneinanderlaufender Wellen mit der Frequenz 1 cy/y, Wellenzahl 1-3

200 mb, Mittel 1969-76

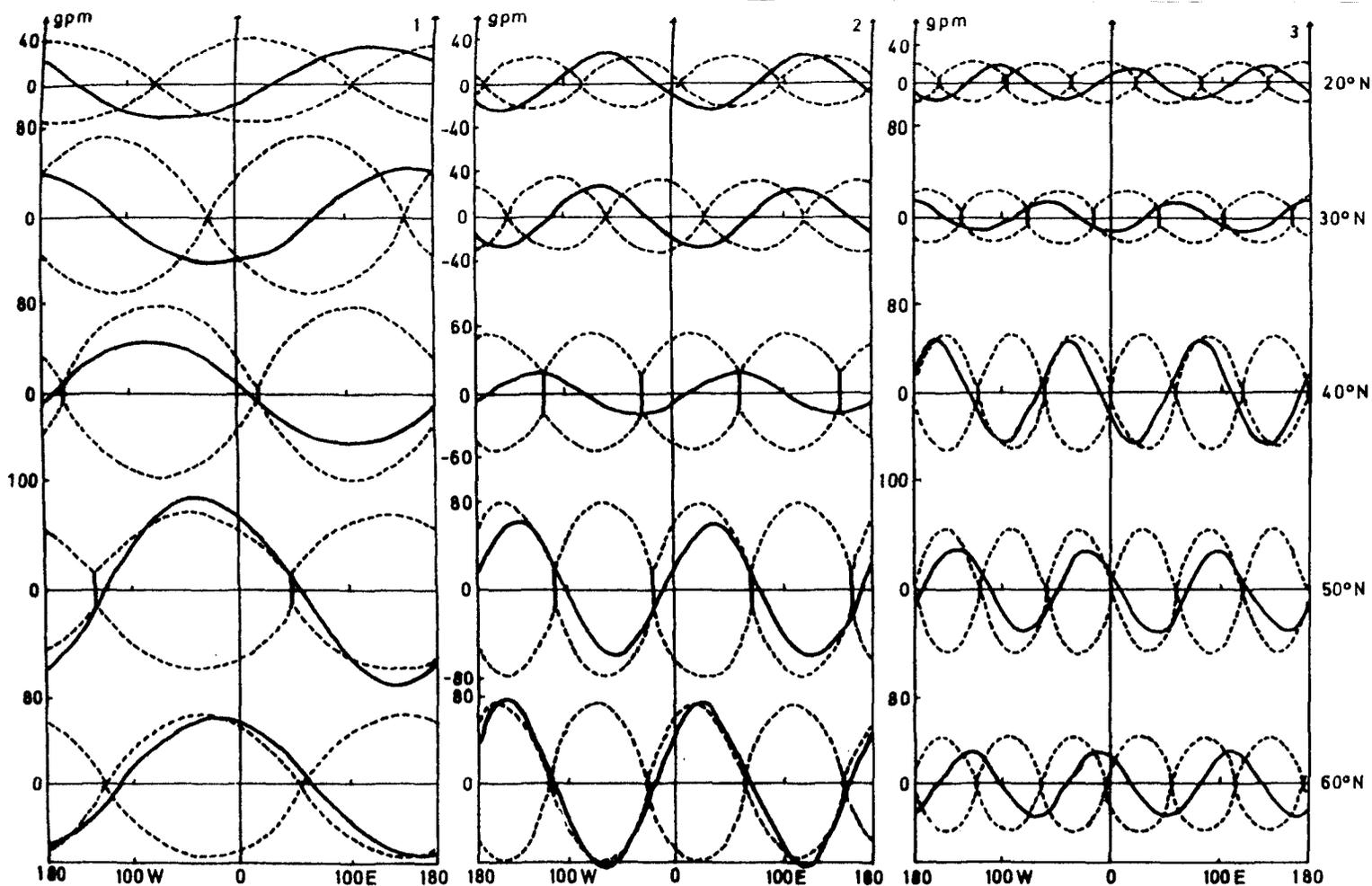
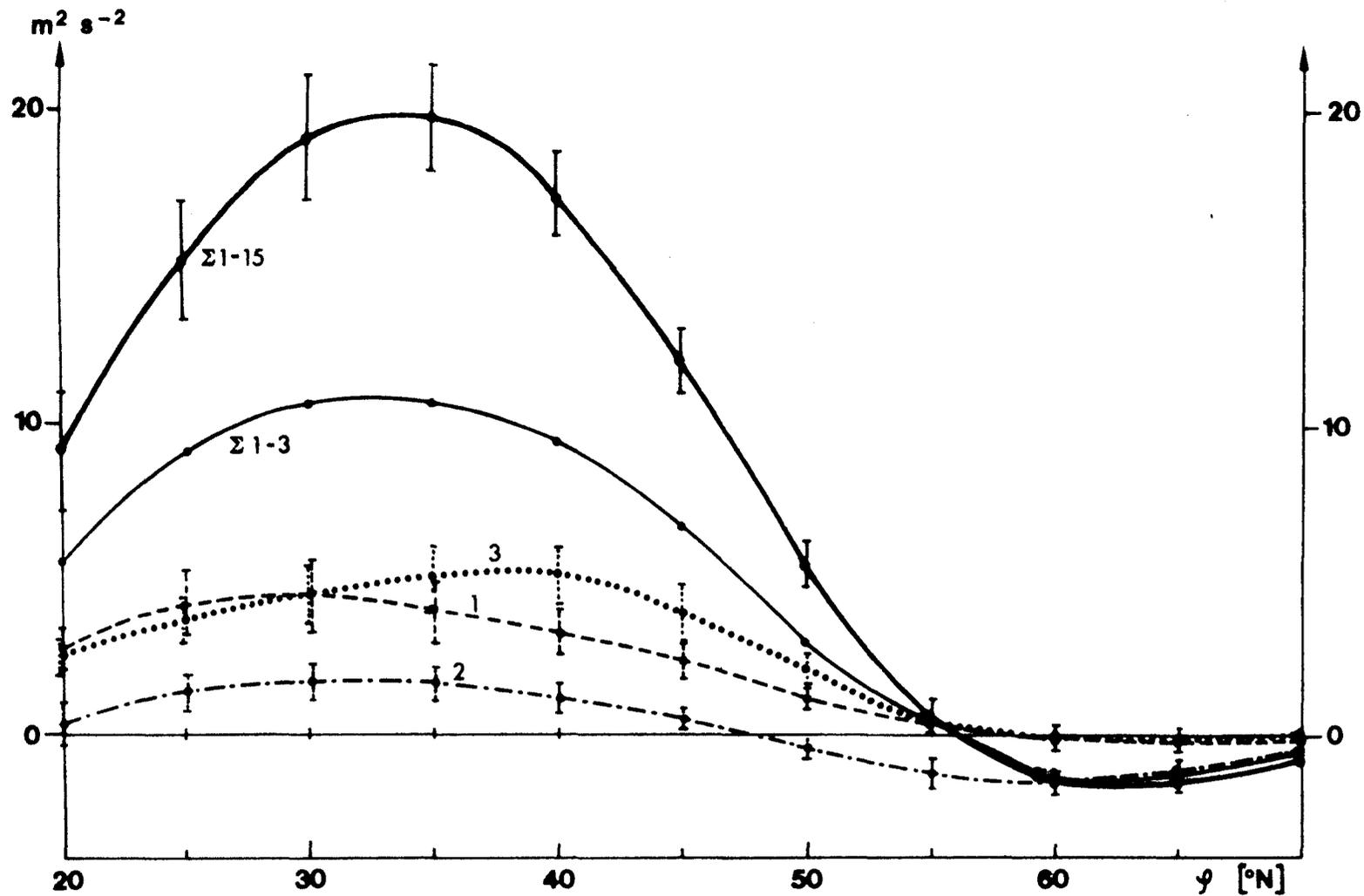


Abb.12: Vergleich der Amplituden des stationären Geopotentialfeldes mit der Größe der Schwingung durch die stehende Welle mit der Frequenz 1 cy/y für die Wellenzahlen 1-3, dargestellt für verschiedene Breitenkreise (20° , 30° , 40° , 50° , 60° N) und als Funktion von λ .
Durchgezogene Kurven: Verlauf des stationären Jahresmittelfeldes vom Geopotential.
Gestrichelte Kurven: Einhüllende für die durch die stehende Welle mit der Frequenz 1 cy/y verursachte Schwingung.

200 mb, Mittel 1969-76



bb.13: 8-jähriges Mittel von $[(u)_\lambda (v)_\lambda]_{\lambda, t} \cos^2 \varphi$ als Funktion der geographischen Breite, dazu die Beiträge einzelner Wellenzahlen

Fehlerbalken: \pm Standardabweichung der Kurve über 8 Jahre

200 mb

Mittel 1969-76

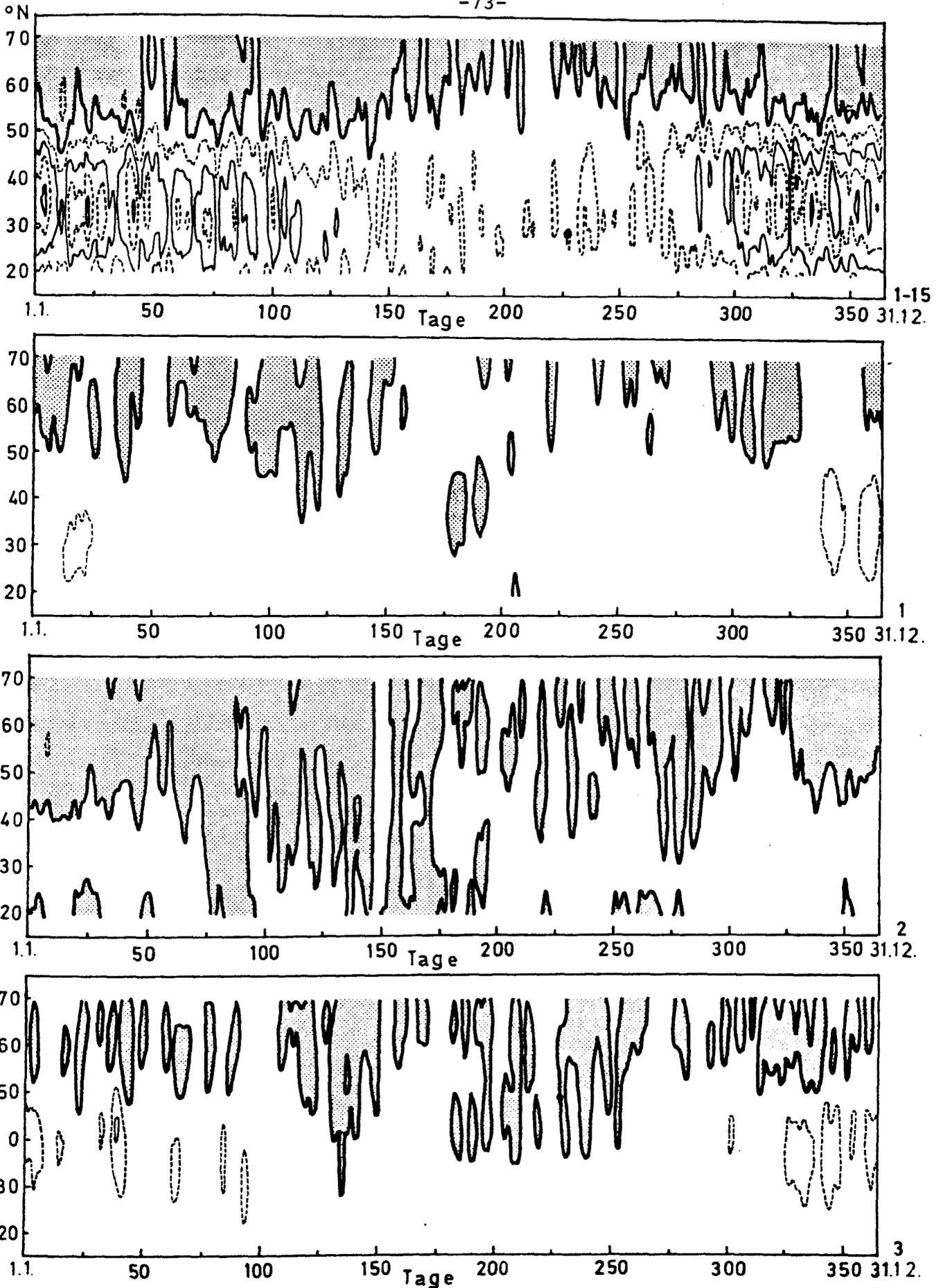


Abb.14: Mittlere Zeitreihe von $[(u)_\lambda, (v)_\lambda] \cos^2 \varphi$ als Funktion der Breite
Isoplethen in $10 \text{ m}^2/\text{s}^2$, negative Flächen sind gerastert
Summe über die Wellenzahlen 1-15, Beiträge durch Wellenzahl 1, 2, 3

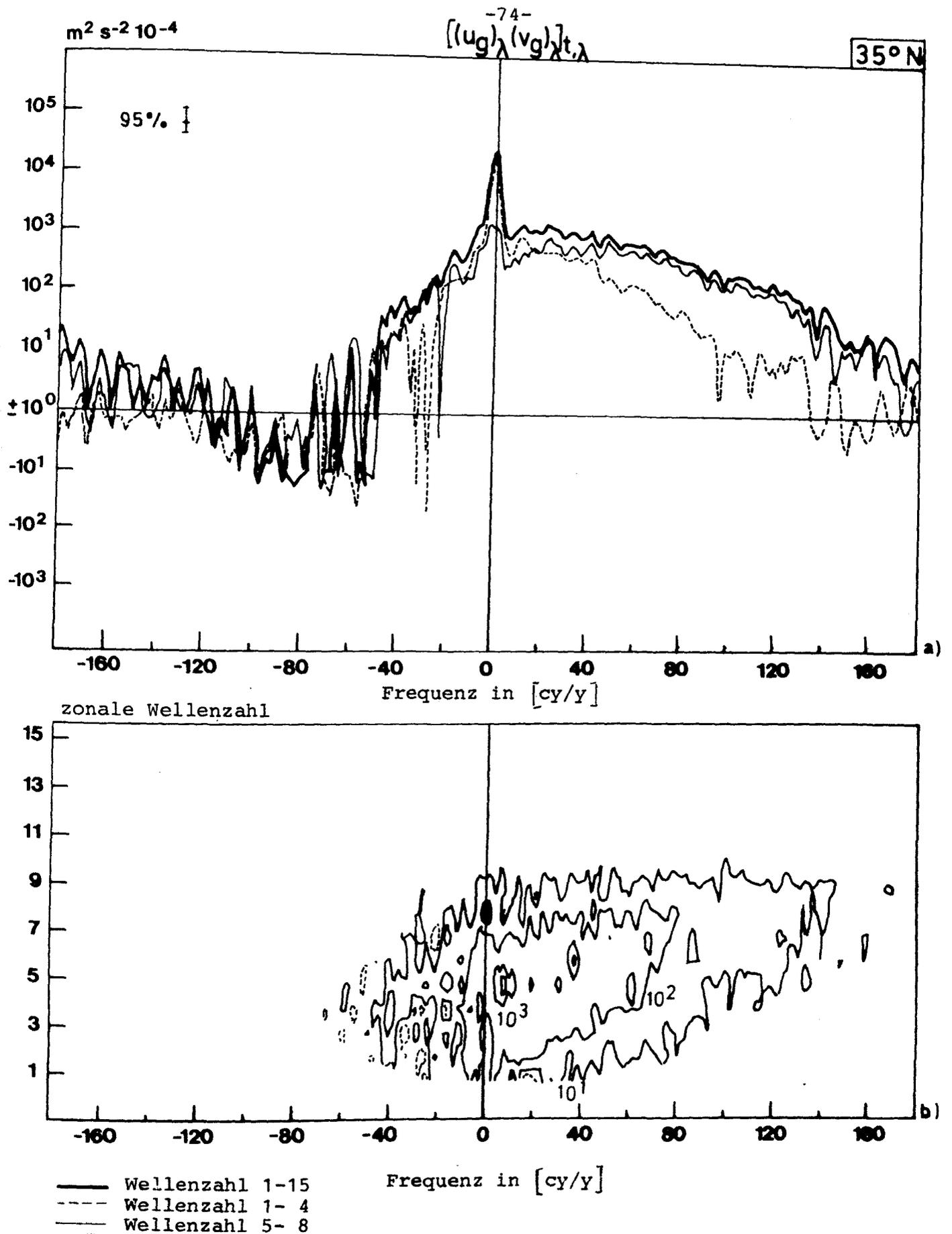


Abb.15: Spektrum von $[(u)_\lambda (v)_\lambda]_{t,\lambda} \cos^2 \varphi$ nach Formel (4.1), Term (1) rechts
 Logarithmische Isoplethendarstellung, neg. Werte in b) gestrichelt
 200 mb, 35°N, Mittel 1969-76

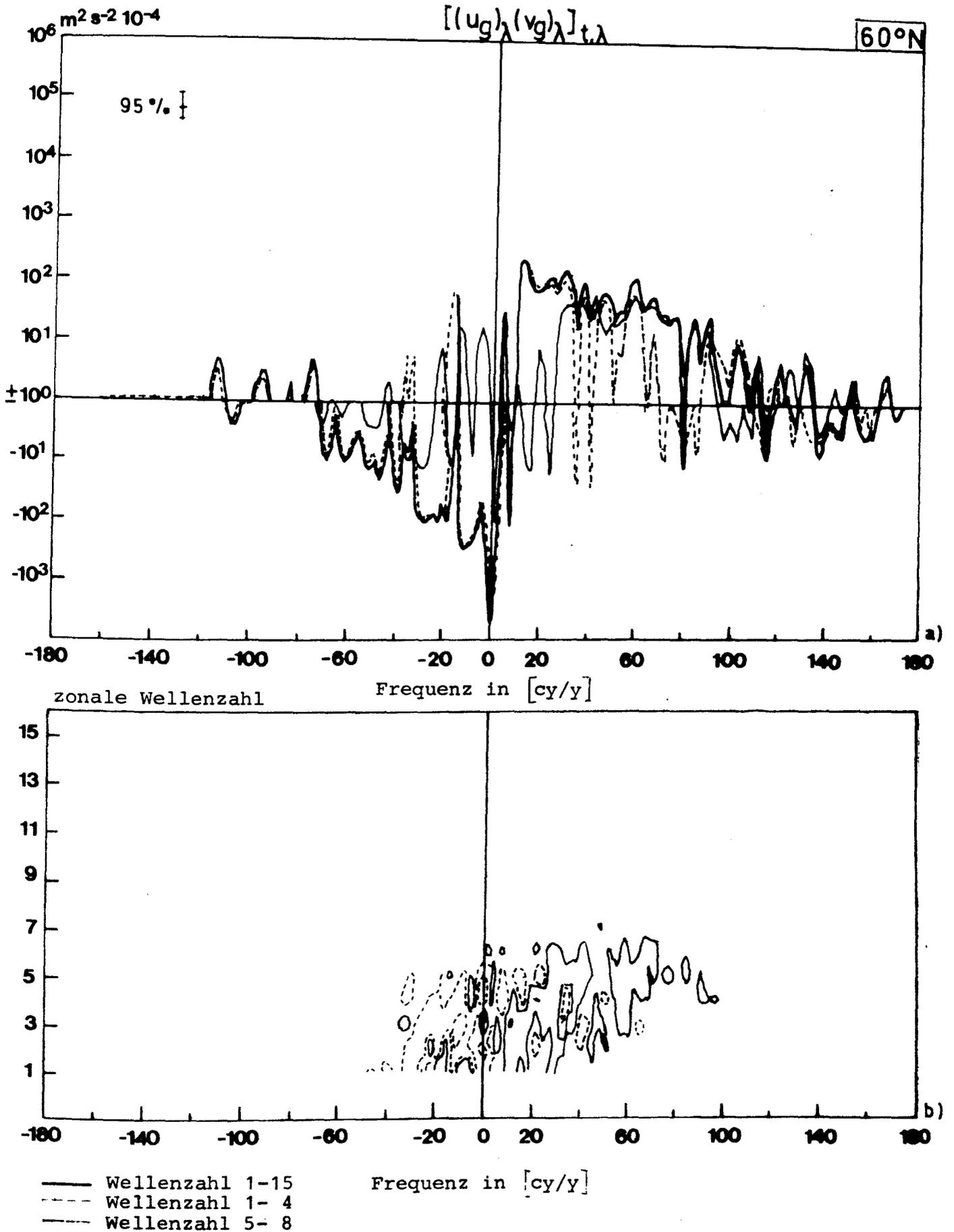


Abb.16: Spektrum von $[(u)_\lambda (v)_\lambda]_{t,\lambda} \cos^2 \varphi$ nach Formel (4.1), Term (1) rechts
Logarithmische Isoplethendarstellung, neg. Werte in b) gestrichelt
200 mb, 60°N, Mittel 1969-76

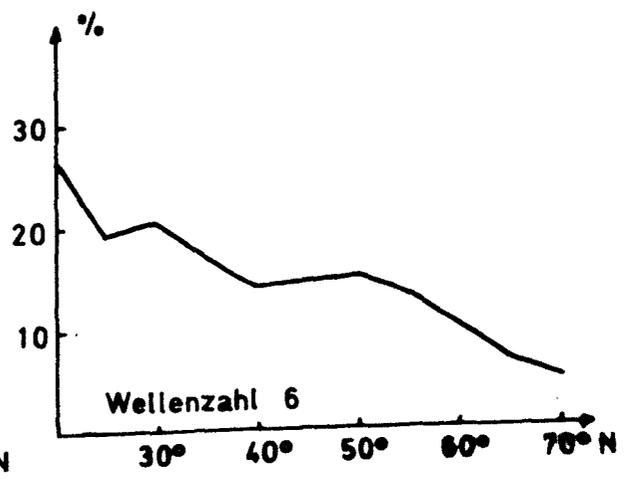
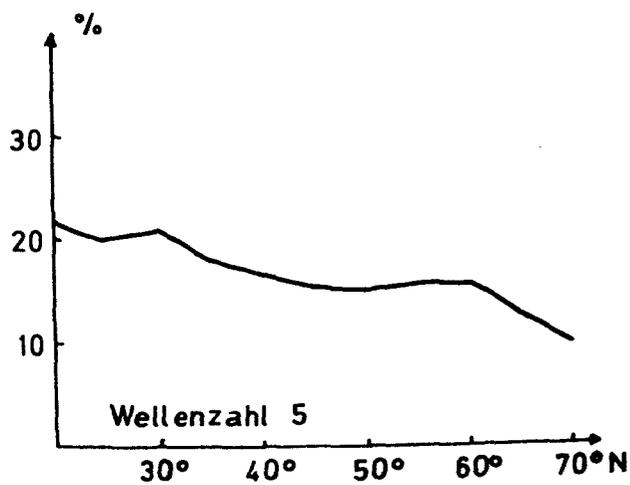
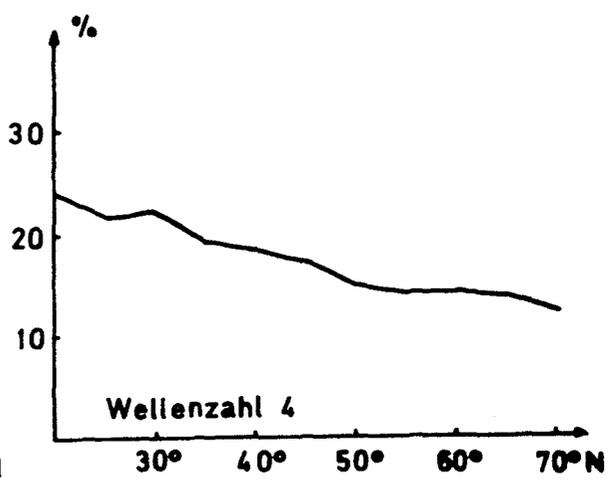
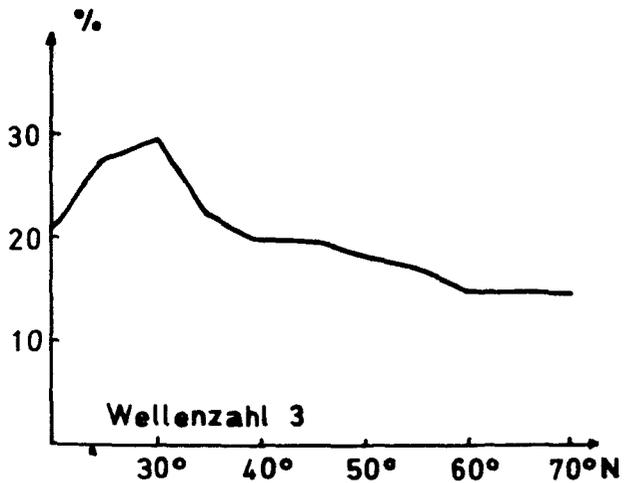
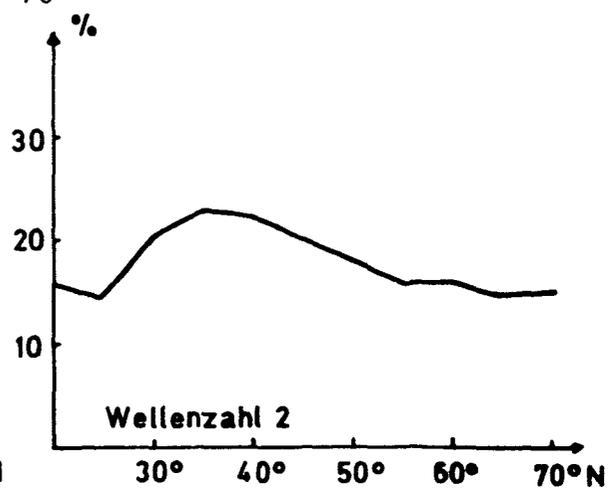
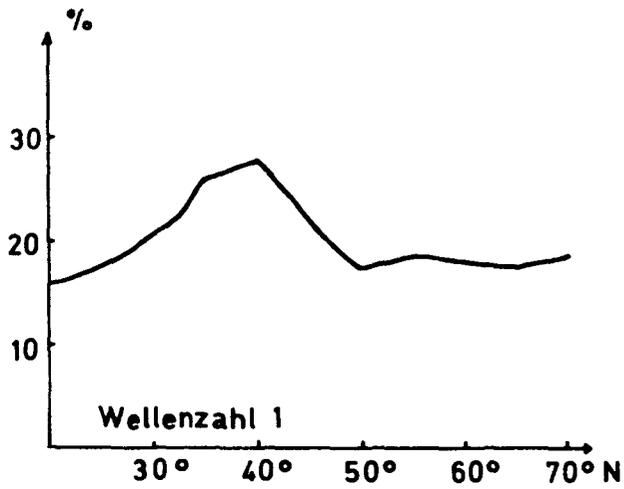


Abb.17: Das Verhältnis T/T_{max} als Maß für die Transporteffektivität einer Welle nach Gleichung (5.15), dargestellt als Funktion der Breite, Wellenzahl 1-6
200 mb, Mittel 1969-76

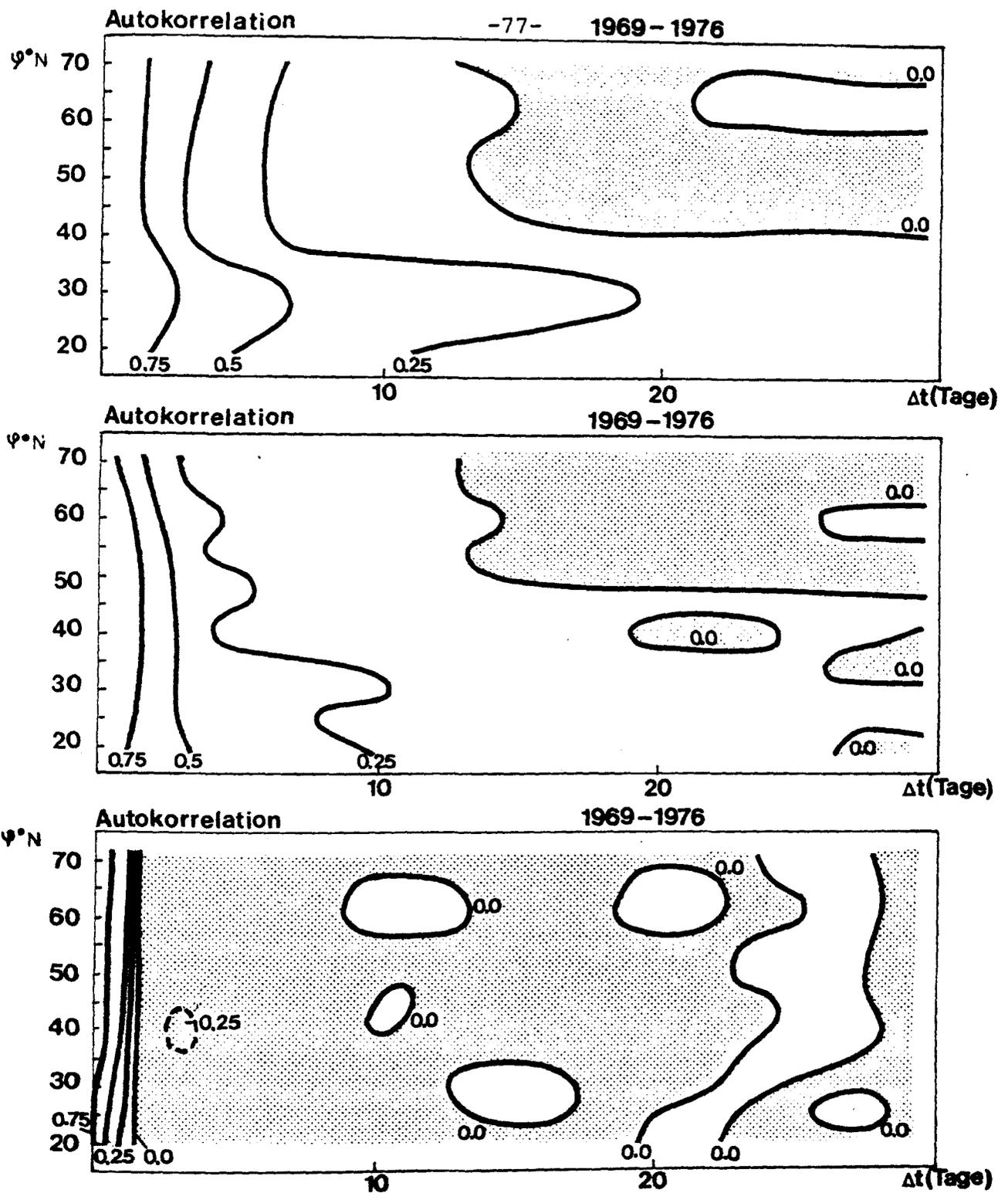


Abb.18: a) Autokorrelation von $[u]_{\lambda}$
 b) Autokorrelation von $\frac{\partial^2 [u]_{\lambda}}{\partial y^2}$
 c) Autokorrelation von $\frac{\partial [u]_{\lambda}}{\partial t}$

in Abhängigkeit von der geographischen Breite und der Zeitverschiebung
 Die Felder mit negativen Werten sind gerastert.

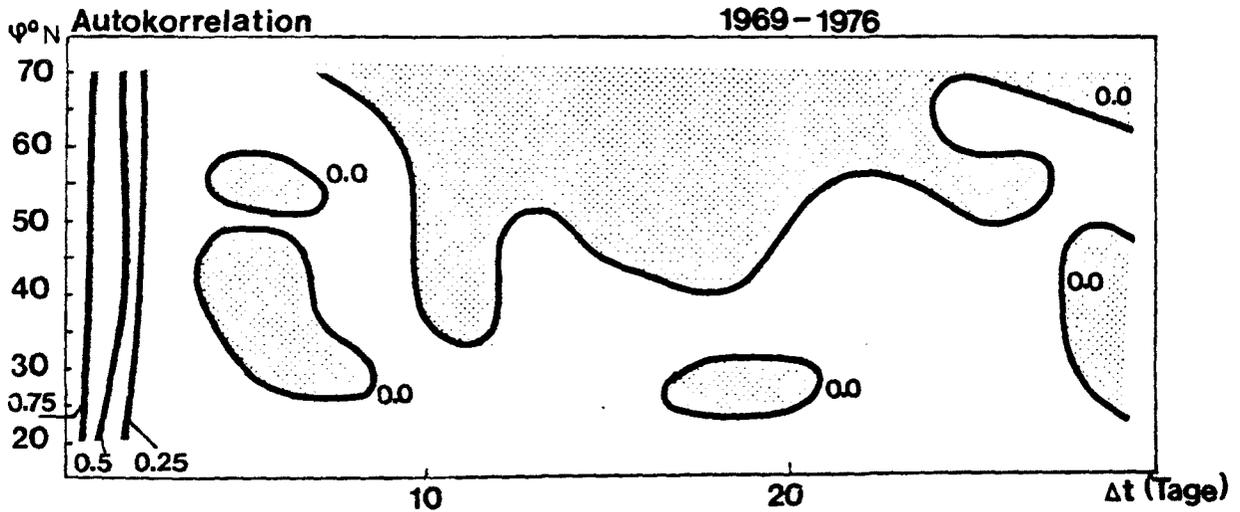
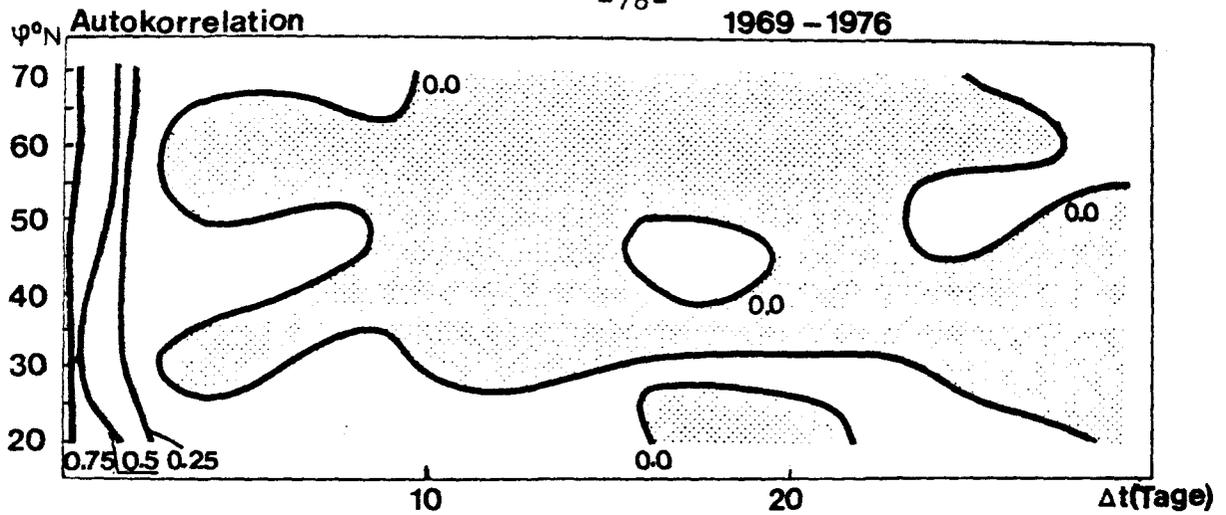


Abb.19: a) Autokorrelation von $\frac{\partial [(u)_\lambda (v)_\lambda]}{\partial y}$

b) Autokorrelation von $[(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda$

in Abhängigkeit von der geographischen Breite und der Zeitverschiebung
Die Felder mit negativen Werten sind gerastert.

200 mb, Mittel 1969-76

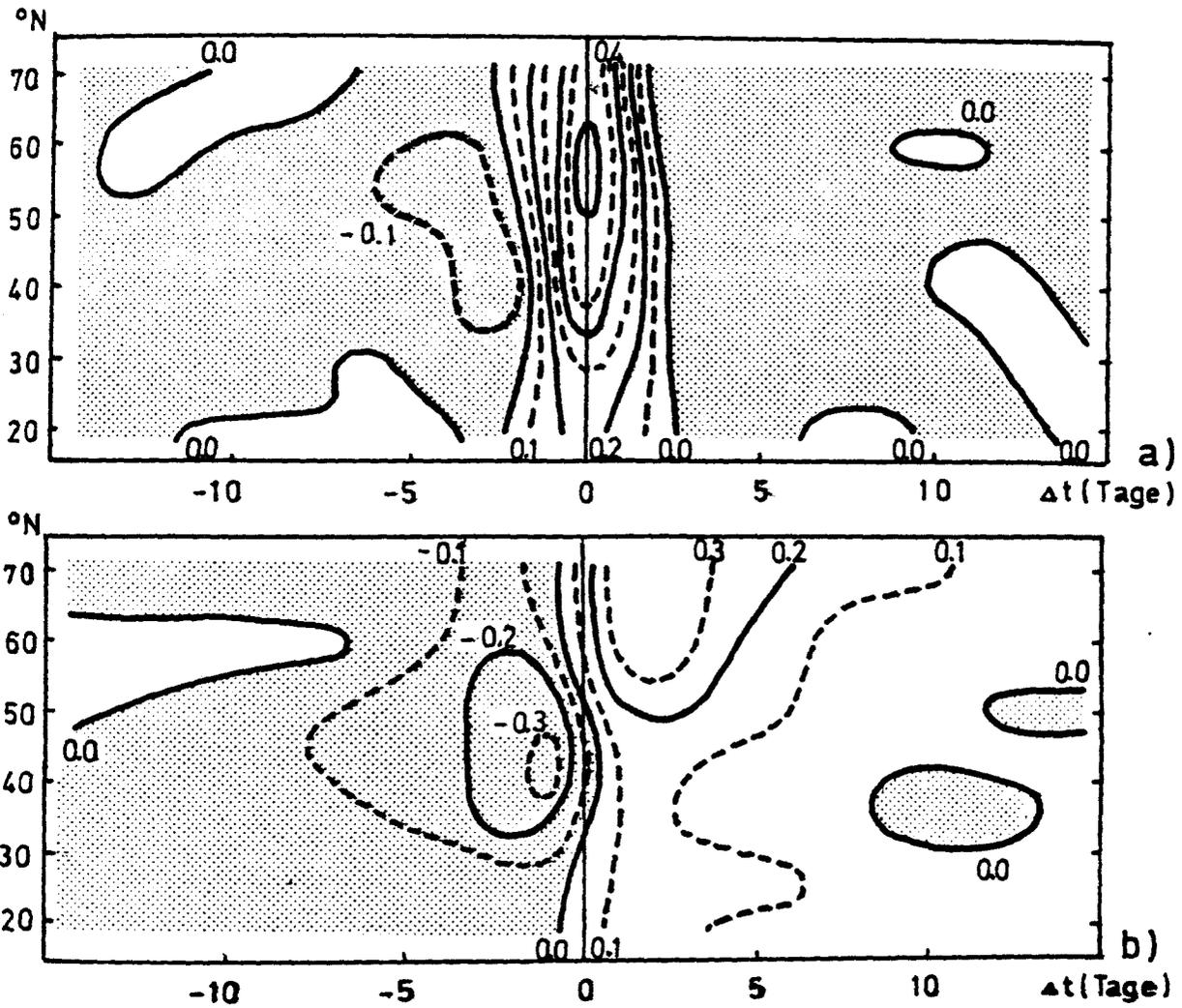


Abb.20: a) Kreuzkorrelation zwischen $-\frac{\partial [(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda}{\partial y}(t)$ und $\frac{\partial [u]_\lambda}{\partial t}(t \pm \Delta t)$
(Konvergenz des Transportes und zeitliche. Ableitung von $[u]_\lambda$)
Signifikanzgrenze: $r=\pm 0.11$

b) Kreuzkorrelation zwischen $-\frac{\partial [(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda}{\partial y}(t)$ und $[u]_\lambda(t \pm \Delta t)$
(Konvergenz des Transportes und mittlere Zonalgeschwindigkeit)
Signifikanzgrenze: $r=\pm 0.20$

in Abhängigkeit von der geographischen Breite und der Zeitverschiebung
Die Flächen mit negativen Werten sind gerastert

200 mb, Mittel 1969-76

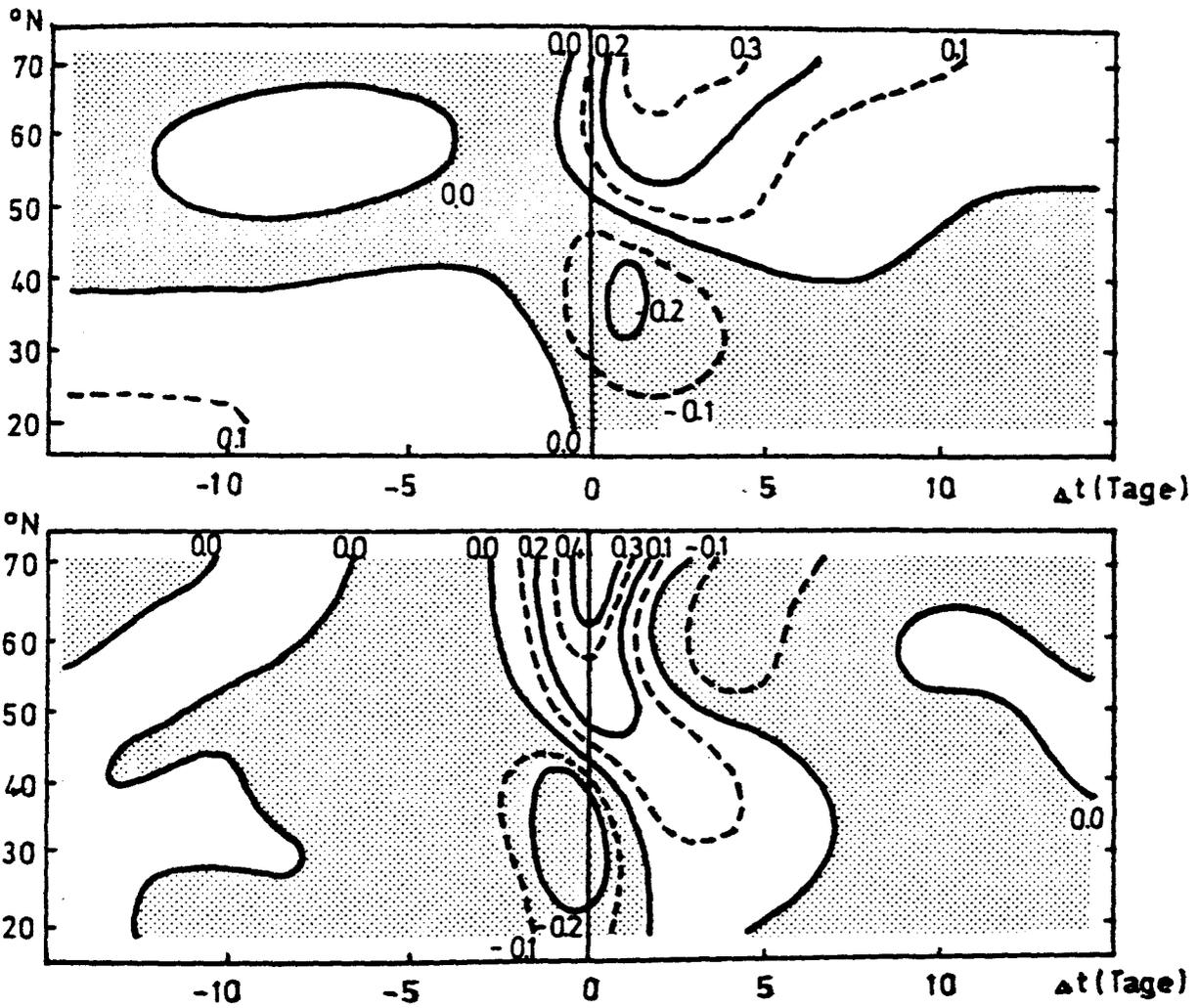


Abb.21: a) Kreuzkorrelation zwischen $[(u)_\lambda (v)_{\lambda-\lambda'}](t)$ und $[u]_\lambda (t \pm \Delta t)$
(Impulstransport und mittlere Zonalgeschwindigkeit)
Signifikanzgrenze: $r=\pm 0.20$

b) Kreuzkorrelation zwischen $[(u)_\lambda (v)_{\lambda'}](t)$ und $\frac{\partial [u]_\lambda}{\partial t} (t \pm \Delta t)$
(Impulstransport und zeitliche Ableitung von $[u]_\lambda$)
Signifikanzgrenze: $r=\pm 0.11$

in Abhängigkeit von der geographischen Breite und, der Zeitverschiebung
Die Flächen mit negativen Werten sind gerastert

200 mb, Mittel 1969-76

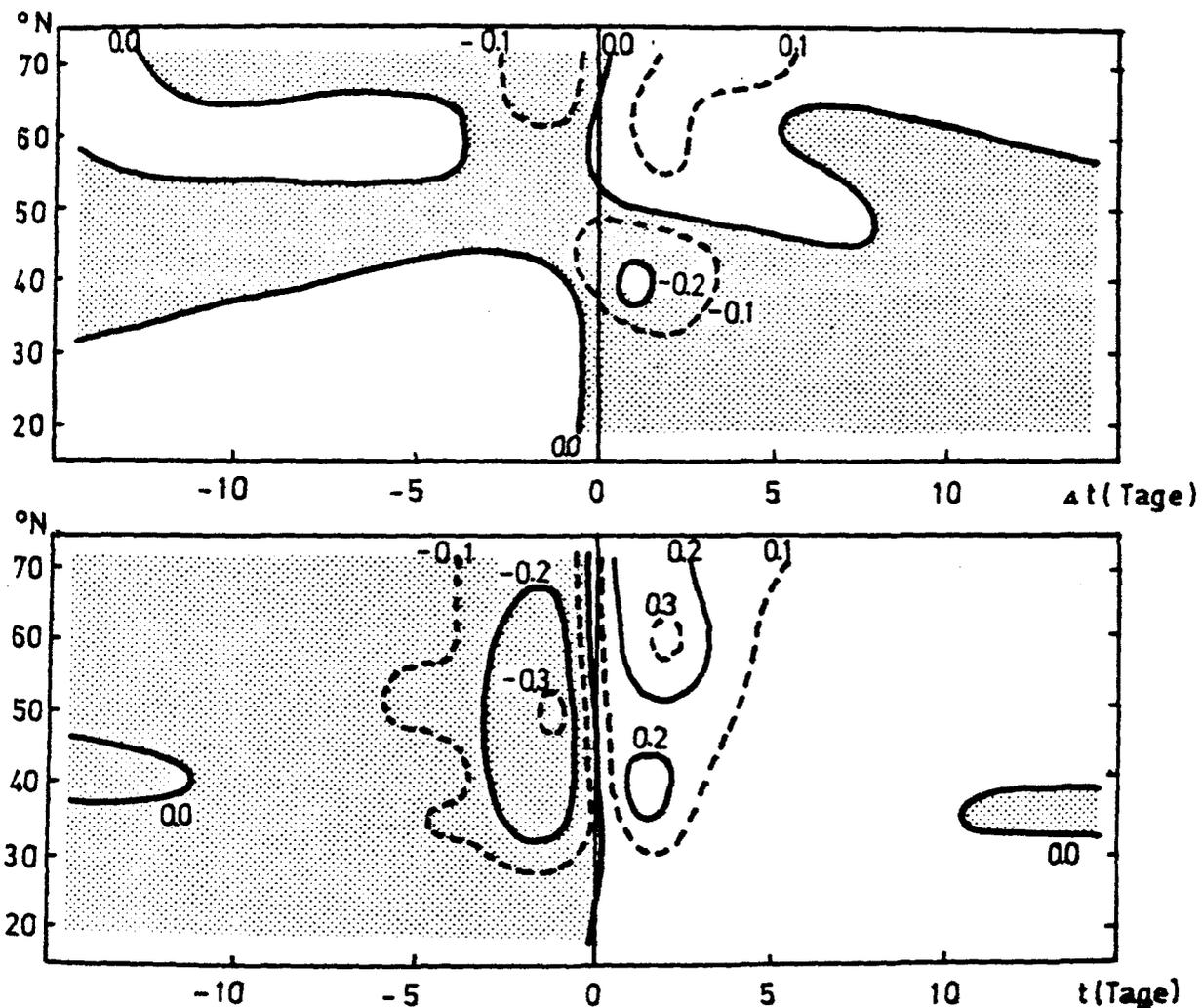


Abb.22: a) Kreuzkorrelation zwischen $[(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda (t)$ und $-\frac{\partial^2 [u]_\lambda}{\partial y^2} (t \pm \Delta t)$

(Impulstransport und Krümmung von $[u]_\lambda$)

Signifikanzgrenze: $r = \pm 0.20$

b) Kreuzkorrelation zwischen $-\frac{\partial [(u)_\lambda (v)_\lambda]_\lambda}{\partial y} (t)$ und $-\frac{\partial^2 [u]_\lambda}{\partial y^2} (t \pm \Delta t)$

(Konvergenz des Transportes und Krümmung von $[u]_\lambda$)

Signifikanzgrenze: $r = \pm 0.16$

in Abhängigkeit von der geographischen Breite und der Zeitverschiebung
Die Flächen mit negativen Werten sind gerastert

200 mb, Mittel 1969-76

DANKSAGUNG

Hiermit möchte ich dem Deutschen Wetterdienst danken, der die Ausgangsdaten für die Arbeit zur Verfügung gestellt hat, wodurch die Untersuchung erst ermöglicht wurde. Sie entstand im Rahmen des DFG-Schwerpunktes "Physikalische Grundlagen des Klimas und Klimamodelle". Deshalb danke ich auch der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Gewährung von Sachmitteln, mit deren Hilfe die Arbeit durchgeführt werden konnte.

Weiterhin danke ich den Professoren F. Defant und P. Speth für die Anregung zu dieser Arbeit und für die Betreuung durch die Professoren F. Defant und L. Hasse.

Für Diskussionen, die mir weiterhalfen, danke ich Dr. H. Fechner und meinem Mann, Dr. H. Leach, und für weitere Unterstützung den Mitgliedern der Abteilung Maritime Meteorologie.