

BERICHTE  
aus dem  
**INSTITUT FÜR MEERESKUNDE**  
an der  
**CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT · KIEL**

Nr. 157

1 9 8 6



DIE MITTLERE ZIRKULATION DES NORDATLANTIK AUF DER  
GRUNDLAGE KLIMATOLOGISCHER HYDROGRAPHISCHER DATEN

DOI 10.3289/IFM\_BER\_157

von

Manfred Karl Christian Wenzel

Kopien dieser Arbeit können bezogen werden von:  
Institut für Meereskunde an der Universität Kiel  
Abt. Theoretische Ozeanographie  
Düsternbrooker Weg 20  
2300 Kiel 1 - FRG -

---

ISSN 0341 - 8561 -

## Zusammenfassung

Eine modifizierte Version der  $\beta$ -Spiralen Methode (Olbers u.a., 1985) wird benutzt, um aus den hydrographischen Daten des Levitus-Atlas (Levitus, 1982) die Zirkulation des Nordatlantik zu bestimmen. Auf Grund des lokalen Charakters der Methode ist das resultierende Geschwindigkeitsfeld nicht notwendigerweise divergenzfrei und kann für weitergehende Rechnungen nur als eine erste Schätzung angesehen werden. Massenerhaltung und Erfüllung von Randbedingungen werden erreicht, indem ihm ein Vektorpotential zugeordnet wird. Das daraus berechnete Geschwindigkeitsfeld paßt sich mit seiner Dynamik und seinem Erscheinungsbild gut in den gegenwärtigen Stand der Kenntnis der mittleren großräumigen Zirkulation ein. Dabei ergeben sich in den Bereichen mit starken Strömungen Abweichungen von den einfachen, der  $\beta$ -Spiralen Methode zugrunde liegenden dynamischen Annahmen. Diese können zum Teil als Austauschsterme identifiziert werden.

Das Geschwindigkeitsfeld wird benutzt, um die Wärme- und die Salzgehaltsbalance im Nordatlantik näher zu untersuchen. Dabei ergeben sich unterhalb der Deckschicht Diffusionskoeffizienten, deren Verteilung im wesentlichen die der Wirbelenergiedichte widerspiegelt. Der Wärme- und der Salzfluß durch die Oberfläche zeigen zum Teil erhebliche Unterschiede zu den aus meteorologischen Daten bestimmten Verteilungen. Damit resultiert aus dem Wärmefluß ein meridionaler Wärmetransport im Nordatlantik, der im Mittel um die Hälfte geringer ist als die bisher allgemein akzeptierten Werte. Dies gilt ebenso für den direkt aus dem Geschwindigkeits- und dem Temperaturfeld bestimmten Wärmetransport.

### Summary

A modified version of the  $\beta$ -spiral method (Olbers et al., 1985) is used to infer the North Atlantic circulation from the hydrographic data of the Levitus atlas (Levitus, 1982). Because of the local character of this method the resulting velocity field is not mass conserving. So for further investigations one should look at it only as a first guess. Conservation of mass and fulfillment of boundary conditions are obtained by computing the appropriate vectorpotential. From this a velocity field results that matches well to the present knowledge of the mean large scale circulation. In strong current regions there are deviations from the simple dynamic considerations of the  $\beta$ -spiral method, which by part can be identified as momentum diffusion.

The velocity field is used to look at the heat and salt balance in more detail. Below the mixed layer diffusion coefficients result, which reflect the distribution of the eddy energy density. The heat and the salt flux through the surface show some essential differences to the values computed from meteorological data. So from the heat flux a meridional heat transport results, that in the mean is half as much as the generally accepted values. This also is true for the heat transport computed directly from the velocity and the temperature.

## Inhaltsverzeichnis

		Seite
1	Einleitung .....	1
2	Daten .....	5
3	Die $\beta$ -Spirale .....	11
	3.1 Dynamik .....	12
	3.2 Behandlung der Vertikalgeschwindigkeit	13
	3.3 Vermischung .....	16
	3.4 Formale Lösung der $\beta$ -Spirale .....	18
	3.5 Ergebnisse .....	25
4	Massenerhaltung .....	35
	4.1 Formulierung des Problems .....	35
	4.2 Vektorpotential .....	37
	4.3 Projektive Separation .....	40
	4.4 Lösungsformalismus .....	41
	4.5 Test der Korrekturen .....	45
	4.6 Geschwindigkeitsfelder .....	55
5	Anwendungen .....	64
	5.1 Vorticitybalance .....	64
	5.2 Wärme- und Salzhaushalt .....	75
	5.3 Wärmetransport im Nordatlantik .....	85
6	Zusammenfassung .....	95
7	Literaturverzeichnis .....	102

## 1 Einleitung

Eines der ältesten Ziele der Ozeanographie ist es, die mittlere Zirkulation des Ozeans zu bestimmen. Dies ist ein Problem, das auf Grund der großen Variabilität des Geschwindigkeitsfeldes einer direkten Messung nur schwer zugänglich ist und in Zukunft wohl auch noch sein wird. Aus diesem Grund greift man für Aussagen über die Zirkulation auf leichter zugängliche Größen wie Temperatur und Salzgehalt zurück, um aus diesen und aus ihnen abgeleiteten Größen Rückschlüsse auf das Strömungssystem zu gewinnen. Der Grund, diesen Weg einzuschlagen, ist hauptsächlich, daß das Temperatur- und das Salzgehaltfeld nicht so stark von energiereichen, kleinskaligen Störungen, die durch die Messungen nicht aufgelöst werden (z.B. Wirbel), beeinträchtigt sind wie das Geschwindigkeitsfeld selbst. Die Bemühungen gehen dabei im wesentlichen in drei Richtungen: die Wassermassenanalyse, die dynamische Methode sowie die numerischen Modelle.

Unter dem Stichwort Wassermassenanalyse seien z.B. die Kernschicht-Methode von Wüst (1935) oder aus neuerer Zeit die Arbeit von Worthington (1976) genannt. Bei diesem Ansatz erhält man die großräumige Ausbreitung der Wassermassen dadurch, daß man die Quellen und Senken von verschiedenen Tracern bestimmt. Diese legen grob den Weg fest, den die Wassermassen zu nehmen haben. Dabei verlieren sie allerdings einen Teil ihrer charakteristischen Merkmale durch Vermischung mit dem umgebenden Wasser. Großräumige Zusammenhänge im Strömungsfeld können dabei direkt aus der Verteilung der gemessenen Felder abgelesen werden. Es sind jedoch nur qualitative, keine quantitativen Aussagen über das Strömungssystem möglich. Da keine lokalen Balancen betrachtet werden, erhält man auch keine oder nur begrenzte Aussagen über dynamische Zusammenhänge. Deshalb spricht man in diesem Zusammenhang auch von Ausbreitung; die Bezeichnungen Advektion, Vermischung und Diffusion werden vermieden, da sie eine festgelegte Bedeu-

tung in der lokalen bzw. großräumigen Balance einer Größe haben.

Methoden, die auf der geostrophischen Impulsbalance aufbauen, sind z.B. die dynamische Methode (Helland-Hansen & Nansen, 1909) und ihre Weiterführung durch Defant (1941). In ihr wird die Balance zwischen Druck- und Coriolisterm vorausgesetzt. Dabei ist aber nur der barokline Anteil des Druckes bekannt. Der barotrope Anteil, der mit der Oberflächenauslenkung verknüpft ist, ist nicht bekannt und mit den gegenwärtigen ozeanographischen Methoden auch nicht zu messen. Abhilfe könnte hier in Zukunft die Satellitenozeanographie mit dem Einsatz der Altimeter bringen. So ist die klassische dynamische Methode auf mehr oder weniger subjektive Spekulationen über den barotropen Druckanteil, oder was dem äquivalent ist über ein level-of-no-motion angewiesen (z.B. Defant, 1941; Stramma, 1985).

Eine andere Möglichkeit, die ozeanische Zirkulation zu bestimmen, sind die numerischen Modelle, die mit der Entwicklung leistungsfähiger Computer möglich wurden. In diese Kategorie fallen die prognostischen Modelle (Bryan & Cox, 1968; Semtner & Mintz, 1977), bei denen sowohl das Geschwindigkeitsfeld als auch das Dichtefeld simuliert werden. Sie haben zwar wichtige Erkenntnisse über einige der relevanten Prozesse der allgemeinen Zirkulation gebracht, sowie ein qualitatives Verständnis über den Aufbau des Strömungs- und des Massenfeldes im Ozean, jedoch ist eine quantitativ befriedigende Übereinstimmung der Modellergebnisse mit Beobachtungen bisher nicht erreicht worden. Weiter sind in diesem Zusammenhang die diagnostischen Modelle zu nennen (Holland & Hirschman, 1972; Sarkisyan & Keonjiyan, 1975; Mellor u.a., 1982). Bei diesen Modellen wird das Geschwindigkeitsfeld zu einem gegebenen Dichtefeld bestimmt. Sie ergeben zwar ebenfalls einigermaßen realistische horizontale Strömungen, verletzen aber die Wärme- und die Salzbilanz. Außerdem führen sie zu einer dynamisch nicht konsistenten Vertikalzirkulation mit unrealistisch hohen Vertikalgeschwindigkeiten, bedingt durch die unvermeidlichen Ungenauigkeiten des in die Rechnungen eingehenden Beobachtungsmaterials.

Neben der Weiterentwicklung der numerischen Modelle erlebte die dynamische Methode in den letzten Jahren eine Wie-

derbelebung durch die Entwicklung der inversen Methoden durch Wunsch (1977) sowie Stommel & Schott (1977), mit denen es möglich ist, den Aspekt des level-of-no-motion, der in der dynamischen Methode mehr subjektiven Kriterien überlassen ist, zu objektivieren. Diese Inversverfahren stellen im gewissen Sinne einen Kompromiß zwischen den rein prognostischen und den diagnostischen Modellen dar, indem sie sowohl eine Übereinstimmung mit den dynamischen Prinzipien als auch mit den beobachteten Schichtungsdaten anstreben; beides jedoch nur innerhalb gewisser Fehlergrenzen, die durch die Datengenauigkeit gegeben sind. Eine Diskussion dieser Methoden kann man z.B. bei Reid (1981) finden.

In dieser Arbeit wird als ein erster Zugang, um ein absolutes Geschwindigkeitsfeld zu erhalten, die  $\beta$ -Spiralen-Methode von Stommel & Schott (1977) verwendet. Die hier beschriebene Methode unterscheidet sich jedoch in einigen Punkten von denen früherer Arbeiten (Schott & Stommel, 1978; Behringer, 1979; Behringer & Stommel, 1980). Einmal wird die  $\beta$ -Spiralen-Methode hier auf einen klimatologisch aufbereiteten Datensatz (Levitus, 1982; Robinson u.a., 1979) angewendet statt auf einzelne hydrographische Schnitte. Der gemittelte Datensatz hat den Vorteil, die Daten auf einem  $1^\circ \times 1^\circ$  Gitter für den gesamten Nordatlantik zu liefern, so daß man die großräumige Zirkulation bestimmen kann anstelle einzelner Geschwindigkeitsprofile an den Kreuzungspunkten der Schnitte. Weiterhin sind diese Daten hinreichend glatt, so daß das kleinskalige Wirbelfeld, das in den Daten als Rauschen auftritt, nicht mehr eliminiert werden muß (zumindest da, wo die Datendichte der Originaldaten hinreichend groß ist). Der Nachteil dabei ist, daß durch die Aufbereitung mehr als nur das Wirbelfeld herausgefiltert worden ist. Die hauptsächlichsten hydrographischen Merkmale, die gewöhnlich mit der mittleren Zirkulation verbunden sind (z.B. die Zunge des Mittelmeerwassers oder die Golfstromfront), erscheinen hier in einer sehr geglätteten, breit verschmierten Form, was sich dann auch in dem Geschwindigkeitsfeld bemerkbar macht.

Ein weiterer neuer Aspekt ist, daß hier versucht werden soll, horizontale und vertikale Austauschkoefizienten für Temperatur und Salzgehalt sowie einen vertikalen Austauschkoefizienten für die relative Vorticity zu bestimmen. Erste

Ansätze dazu wurden schon von Schott & Zantopp (1980) gemacht, die den vertikalen Austausch von Dichte in ihrer Formulierung der  $\beta$ -Spirale berücksichtigten. Die zeitliche und räumliche Mittelung der Daten kann jedoch zu einer Verfälschung der zu bestimmenden Diffusionsparameter führen. Stellt man sich z.B. einen Strom vor, der seine Position in einem bestimmten Rhythmus verändert, so ergeben sich durch die Mittelung Reynolds-terme und es resultieren Diffusionskoeffizienten, obwohl zu keinem aktuellen Zeitpunkt Vermischung vorhanden ist. Aus diesem Grunde sollte man die resultierenden Diffusionskoeffizienten als eine obere Grenze der aktuellen Parameter ansehen.

Die in dieser Arbeit gegebene Beschreibung der verwendeten Daten und die Formulierung der  $\beta$ -Spiralen-Methode basiert in wesentlichen Teilen auf der Arbeit von Olbers, Wenzel und Willebrand (1985), die im weiteren kurz mit OWW zitiert werden wird.

Ein Nachteil der  $\beta$ -Spiralen-Methode ist es, daß sie nur lokal eine optimale Strömungsgeschwindigkeit liefert. Da sie keine horizontale Verknüpfung zwischen den einzelnen Geschwindigkeiten beinhaltet, verletzt das resultierende Strömungsfeld die Kontinuitätsgleichung. Deshalb werden in einem zweiten Schritt an den Strömungen Korrekturen angebracht, so daß die resultierende Geschwindigkeitsverteilung die Kontinuitätsgleichung exakt erfüllt. Dies führt besonders in den tieferen Schichten zu einer erheblichen Glättung des Strömungsfeldes und damit zu einer Darstellung, die es für andere Zwecke (z.B. Berechnung von Tracerausbreitungen; Wärmetransport) geeignet macht.



## 2 Daten

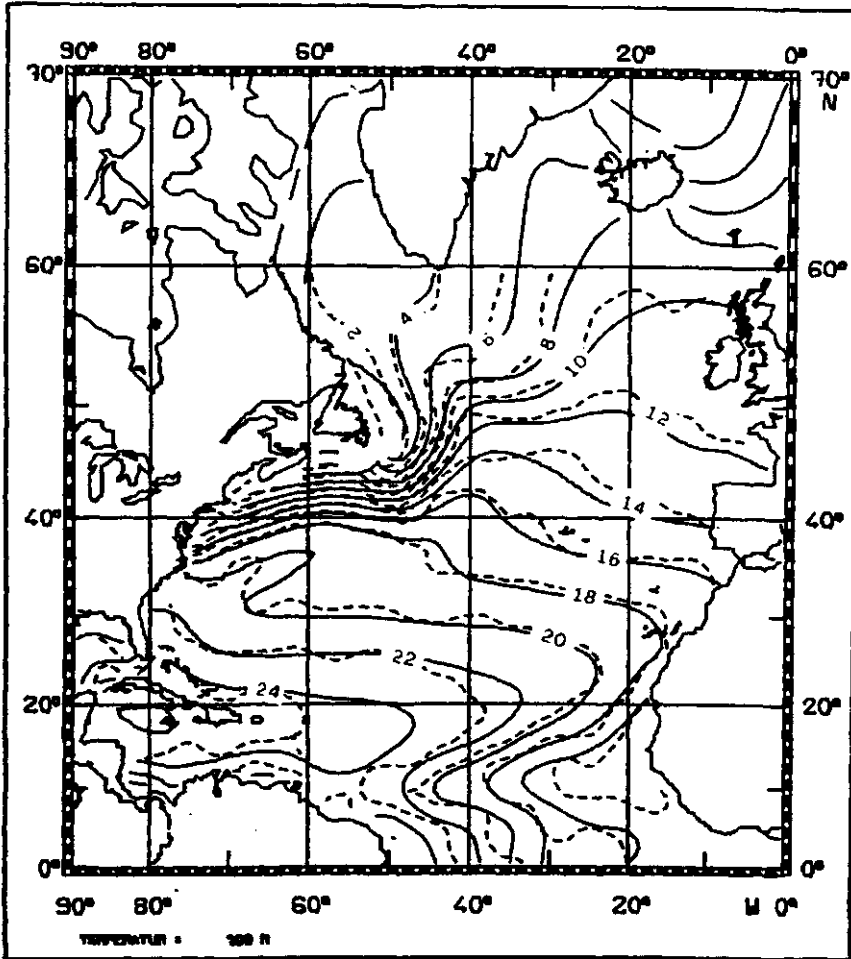
Der dieser Arbeit im wesentlichen zugrunde liegende Datensatz ist eine aktualisierte Version der Analyse von Levitus & Oort (1977), und stellt eine frühere, vorläufige Version des hydrographischen Atlas von Levitus (1982) dar. Die klimatologisch gemittelten Daten für Temperatur und Salzgehalt liegen auf einem  $1^\circ \times 1^\circ$  Gitter für den Weltozean in 32 Tiefenstufen vor. Die maximale Tiefe beträgt 5000m, die vertikale Auflösung variiert von  $\Delta z = 10\text{m}$  in Oberflächennähe über  $\Delta z = 100\text{m}$  in mittleren Tiefen bis 1500m bis zu  $\Delta z = 500\text{m}$  bei Tiefen größer als 2000m. Eine genaue Beschreibung der Datenquellen, der Qualitätskontrolle sowie das Schema der objektiven Analyse, mit der die Temperatur- und die Salzgehaltsfelder konstruiert wurden, findet man bei Levitus (1982). In dieser Arbeit wird der entsprechende Teil des Nordatlantik dieses Datensatzes verwendet. Eine Diskussion dieser Daten im Vergleich mit anderen Datensätzen (Fuglister, 1960; Emery & Dewar, 1982) liefert die Arbeit von OWW. Ebenfalls dort findet man die Darstellung der abgeleiteten Größen potentielle Dichte  $\sigma$  und Veronicity  $\nu$ . Als Veronicity wird hier diejenige, aus potentieller Temperatur  $\theta$  und Salzgehalt  $S$  abgeleitete Größe bezeichnet, deren Isolinien an jeden Punkt eines entsprechend skalierten  $\theta$ - $S$ -Diagramms die Linien konstanter potentieller Dichte  $\sigma$  senkrecht schneiden (siehe Veronis, 1972; OWW). Weiterhin findet man bei OWW eine aus den wenigen Angaben bei Levitus und Oort (1977) rekonstruierte Fehlerbetrachtung der analysierten Felder.

Zusätzlich zu diesem Datensatz stehen die Daten des hydrographischen Atlas von Robinson u.a. (1979) zur Verfügung, wie sie eingehend auch bei Bauer & Woods (1984) beschrieben sind. Dieser Datensatz ist ebenfalls auf einem  $1^\circ \times 1^\circ$  Gitter für den Nordatlantik bis  $60^\circ\text{N}$  gegeben. Mit 31 Tiefenstufen wird die Wassersäule bis maximal 6000m Tiefe abgedeckt. Die vertikale Auflösung ist allerdings in Oberflächennähe und unterhalb von

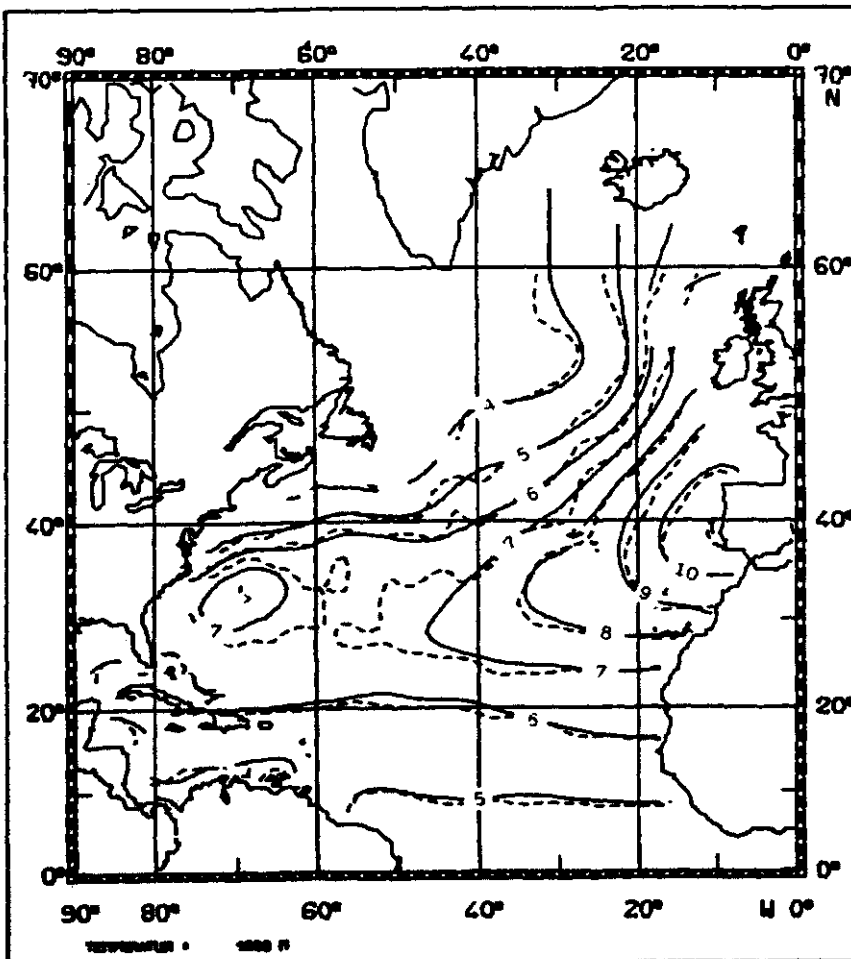
$z = -3000\text{m}$  schlechter als in dem Datensatz von Levitus (1982). Ein Nachteil dieses Datensatzes ist, daß keine statistischen Informationen zur Güte der analysierten Felder vorhanden sind.

Einen direkten Vergleich dieser beiden Datensätze ermöglichen die Abb. 2.1 für die Temperatur und Abb. 2.2 für den Salzgehalt. Sowohl im 100m Niveau (Abb. 2.1a, 2.2a) als auch in 1000m Tiefe (Abb. 2.1b, 2.2b) zeigt sich, daß in den Daten von Robinson u.a. (1979) vor allem in den Gebieten mit hoher Eingangsdichtedichte wesentlich kleinskaligere Strukturen enthalten sind als in dem Atlas von Levitus (1982). Dies macht sich auch in den geostrophischen Geschwindigkeiten in 100m Tiefe relativ zum 2000m Tiefenniveau bemerkbar (Abb. 2.3). Beide Datensätze liefern zwar im wesentlichen das gleiche Bild der Zirkulation, im Gegensatz zu dem aus dem Levitus-Atlas resultierenden Geschwindigkeitsfeld (Abb. 2.3a) enthält das aus dem Robinson-Atlas resultierende (Abb. 2.3b) wesentlich kleinskaligere Strukturen. Auch sind hier die Strombänder stärker gebündelt und es treten höhere Geschwindigkeiten auf. In beiden Abbildungen erkennt man eine breite Golfstromregion mit einer Rezirkulationszelle an seiner südlichen Flanke, die beim Levitus-Atlas (Abb. 2.3a) deutlicher ausgeprägt ist und eine größere Ausdehnung hat als beim Robinson-Atlas (Abb. 2.3b). Deutlich wird auch die Aufspaltung der Zirkulation bei etwa  $40^\circ\text{N}$ ,  $40^\circ\text{W}$  in zwei Zweige: einen breiten Nordatlantischen Strom sowie einen Azorenstrom zwischen  $30^\circ\text{N}$  und  $38^\circ\text{N}$ . zusätzlich dazu erhält man beim Robinson-Atlas ein schmales schwächer ausgeprägtes Stromband, das entlang etwa  $40^\circ\text{N}$  mäandriert und auf die portugisische Küste zuläuft. Dort führt es zu einem deutlich ausgeprägten Portugalstrom. Dieses Stromband fehlt beim Levitus-Atlas vollständig. Weiterhin ist der Nordäquatorialstrom erkennbar sowie ein äquatorialer Gegenstrom südlich  $10^\circ\text{N}$ . Der Übergang der Zirkulation aus dem Azorenstrom in den Nordäquatorialstrom erfolgt im wesentlichen in einzelnen Strombändern bei etwa  $20^\circ\text{W}$  an der afrikanischen Küste (Kanarenstrom), bei  $30^\circ\text{W}$  sowie bei  $45^\circ\text{W}$ . Diese Strombänder sind im Robinson-Atlas wesentlich klarer voneinander getrennt als im Levitus-Atlas.

Dem Robinson-Atlas entnommen wurde die Konvektionstiefe  $D$  (Abb. 2.4). Sie stellt die maximale Tiefe der konvektiven

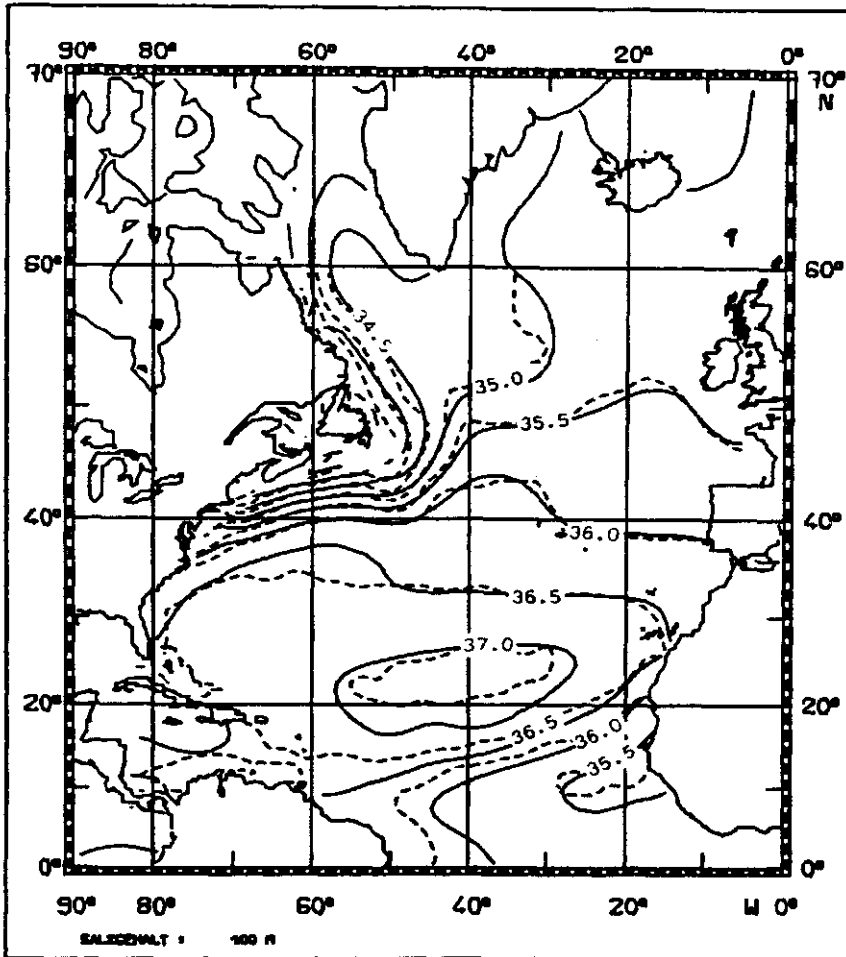


2.1a

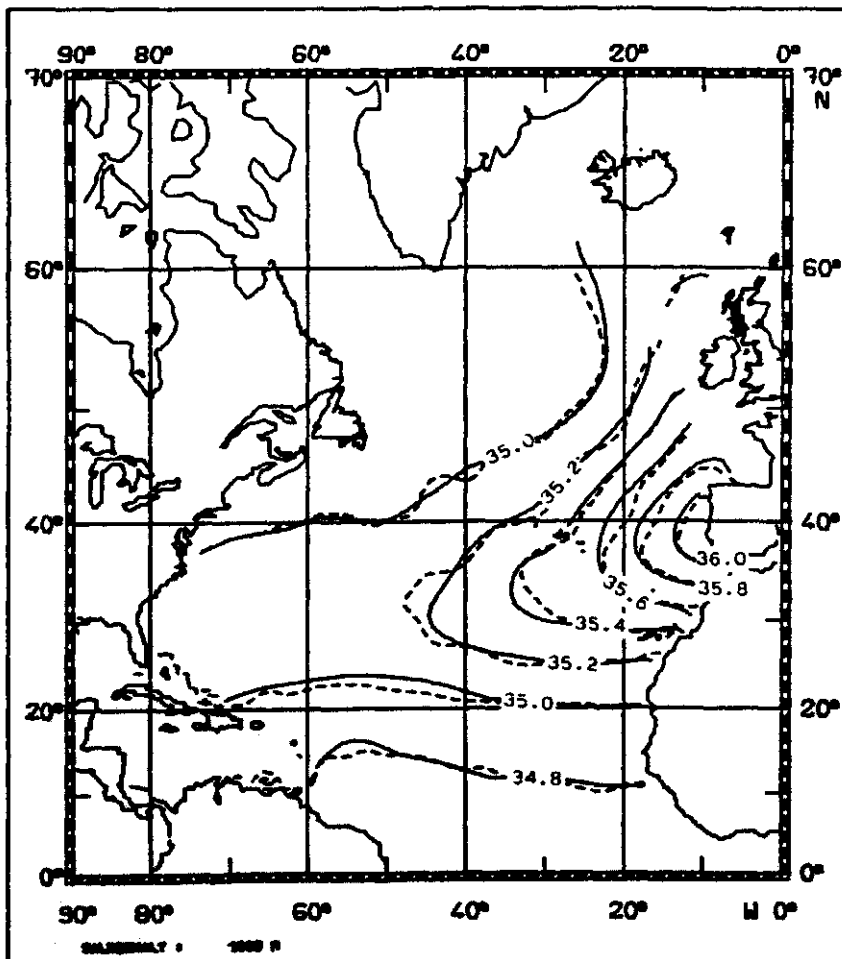


2.1b

Abb. 2.1 : Vergleich der Temperaturfelder aus dem Levitus-Atlas und dem Robinson-Atlas für 100m (a) und 1000m (b)  
—— Levitus (1982); - - - Robinson u.a. (1979)

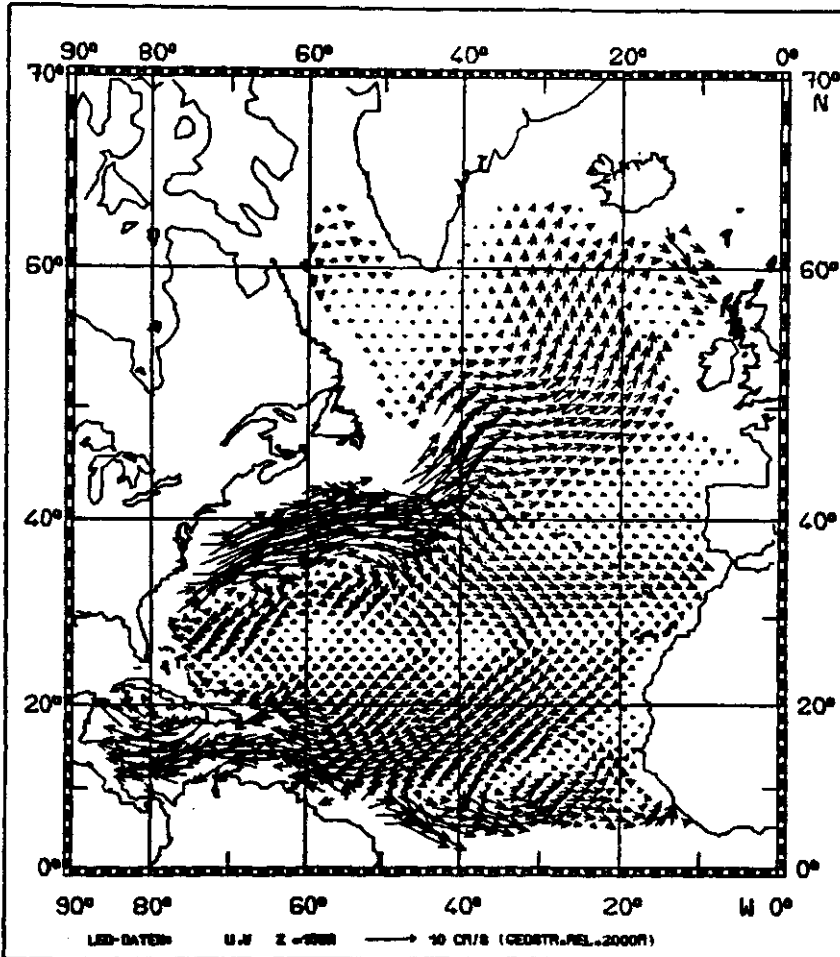


2.2a

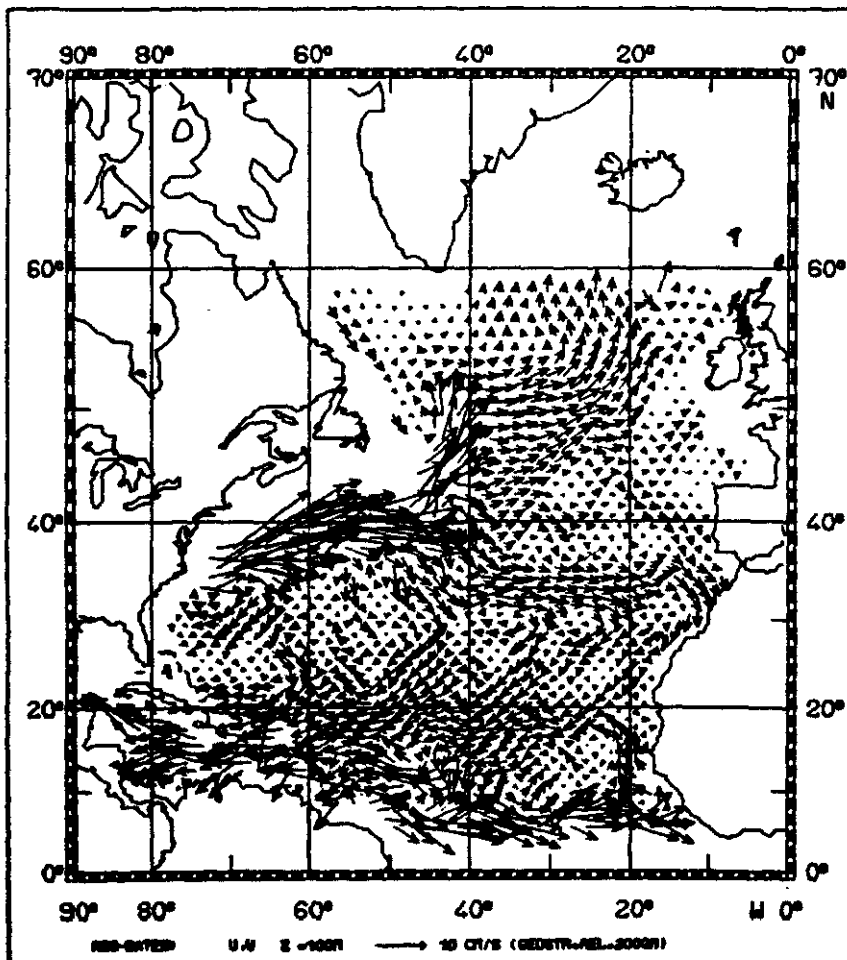


2.2b

Abb. 2.2 : Vergleich der Salzgehaltfelder aus dem Levitus-Atlas und dem Robinson-Atlas für 100m (a) und 1000m (b)  
— Levitus (1982); - - - Robinson u.a. (1979)



2.3a



2.3b

Abb. 2.3 : Geostrophische Geschwindigkeit relativ zu 2000m Tiefe 100m; (a) Levitus (1982); (b) Robinson u.a. (1979)

Deckschicht im Winter dar, und ist definiert als diejenige Tiefe, in der die potentielle Dichte der Daten des Monats März gegenüber der in 10m Tiefe um 0.125 zugenommen hat. Die Bedeutung dieser Konvektionstiefe wird im weiteren Verlauf der Arbeit deutlich werden.

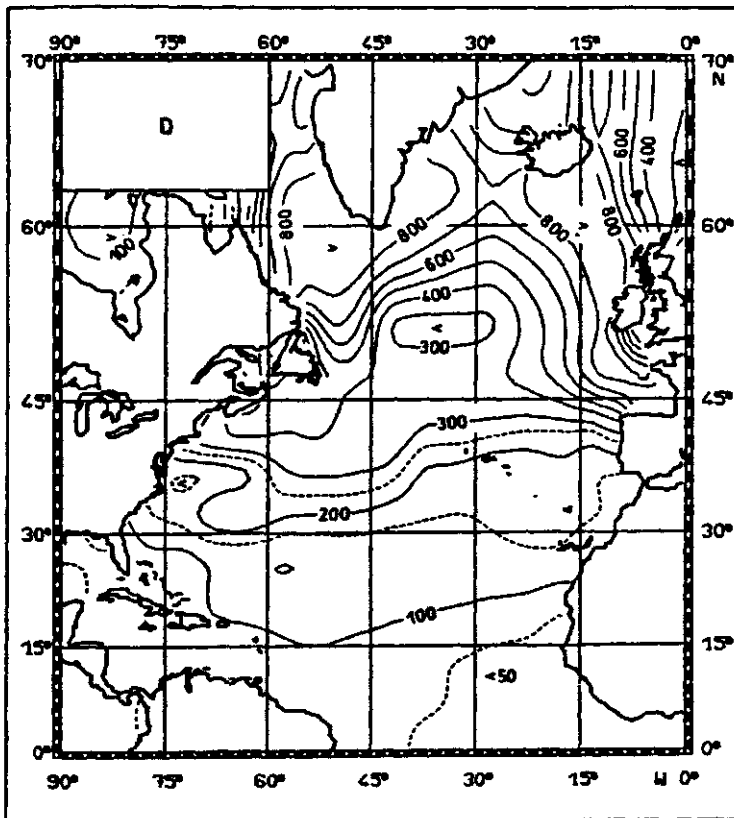


Abb. 2.4 : Maximale Tiefe der ozeanischen Deckschicht D  
geglättete Version der Karte von Robinson u.a. (1979)

### 3 Die $\beta$ -Spirale

Die klassische dynamische Methode geht davon aus, daß ein Gleichgewicht besteht zwischen Corioliskraft und Druckgradientkraft. Mit der Berücksichtigung der geostrophischen Balance, oder besser der thermischen Windrelation, die die vertikale Scherung der horizontalen Strömungen mit dem lokalen Dichtegradienten verbindet, sind aber nicht alle Informationen, die in den Temperatur- und den Salzgehaltsdaten stecken, ausgenutzt. So ist jede Größe (Eigenschaft) der Advektion durch das lokale Geschwindigkeitsfeld unterworfen. Setzt man Stationarität voraus und vernachlässigt die Diffusion, so ist der Geschwindigkeitsvektor senkrecht zum lokalen Gradienten dieser Eigenschaft. Im Falle einer adiabatischen Strömung muß die Geschwindigkeit also in einer Isopyknenfläche liegen (oder in einer Fläche konstanter potentieller Temperatur bzw. konstanten Salzgehaltes). Ein Wasserkörper, der durch solche Isoflächen und durch vertikale Ränder begrenzt ist, wird also nur durch den horizontalen Einstrom durch die Ränder beeinflusst. Der Einstrom an Masse kann durch die relative Geschwindigkeit, die durch den bekannten baroklinen Druckgradienten gegeben ist, und eine unbekannt Referenzgeschwindigkeit, d.h. die Geschwindigkeit in einem festgelegten Referenzniveau, ausgedrückt werden. Die  $\beta$ -Spirale ist eine Methode zur Bestimmung dieser Referenzgeschwindigkeit, die den lokalen Aspekt dieser Balancen betrachtet. Es existieren mehrere unterschiedliche Formulierungen dieser Methode (Stommel & Schott, 1977; Behringer, 1979; Behringer & Stommel, 1980; Schott & Zantopp, 1980), die sich in der Art unterscheiden, wie die Vermischungsterme behandelt werden (falls sie nicht ganz vernachlässigt werden), wie das Profil der Vertikalgeschwindigkeit bestimmt wird und wie die einzelnen Gleichungen bei dem Inversionsverfahren gewichtet werden. Einen Vergleich der einzelnen Formulierungen der  $\beta$ -Spirale kann man bei OWW finden.

### 3.1 Dynamik

Die Dynamik und Thermodynamik, die der Formulierung der  $\beta$ -Spirale zugrundeliegen, um den klimatologisch gemittelten Zustand des Ozeans zu beschreiben, folgen dem klassischen Konzept von Geostrophie, Hydrostatik und advektiver/diffusiver Balance eines Tracers wie z.B. Temperatur oder Salzgehalt. Im Gegensatz zu früheren Formulierungen der  $\beta$ -Spiralen-Methode werden hier Vermischungsterme in der Vorticitybalance zugelassen. Die grundlegenden Balancegleichungen sind somit

$$\begin{aligned}
 (3.1) \quad \underline{f} \times \underline{u} &= - \nabla p && \text{(Impuls)} \\
 p_z &= - \rho g \\
 (3.2) \quad f \nabla \cdot \underline{u} + \beta v &= F && \text{(relative Vorticity)} \\
 (3.3) \quad \nabla \cdot \underline{u} + w_z &= 0 && \text{(Masse)} \\
 (3.4) \quad \underline{u} \cdot \nabla \psi + w \psi_z &= G && \text{(Wärme, Salz oder ein} \\
 &&& \text{anderer Tracer)}
 \end{aligned}$$

Dabei sind  $\underline{u}=(u,v)$ ,  $w$  die Impulskomponenten,  $\rho$  und  $p$  die Störungsdichte bzw. der Druck. Weiterhin  $\psi$ : potentielle Temperatur  $\theta$  oder Salzgehalt  $S$  bzw. eine Funktion dieser beiden Größen wie z.B. potentielle Dichte  $\sigma$  oder Veronicity  $v$ . Die Terme  $F$  und  $G$  repräsentieren die turbulenten Flüsse von relativer Vorticity bzw. des Tracers  $\psi$ .

Die Einführung des Vermischungstermes in der Vorticitybalance ist eigentlich nicht mit der Impulsbalance verträglich, solange hier kein entsprechender Term eingeführt wird. Setzt man jedoch voraus, daß die Vermischung der Vorticity auf Skalen stattfindet, die sehr viel kleiner als der Erdradius sind, kann man annehmen, daß die Geostrophie weiterhin eine gute Näherung ist.

Das Schema der  $\beta$ -Spirale basiert nicht direkt auf der Impulsbalance, da die Bestimmung des Druckes ebenso wie die Kontinuitätsgleichung kein lokales Problem darstellt. Ein lokales diagnostisches Problem, das nur vertikale Ableitungen der Geschwindigkeiten beinhaltet, erhält man, in dem man den Druck in (3.1) eliminiert und die horizontale Divergenz des Impulses zwischen (3.2) und (3.3). Man erhält die thermische



Windrelation:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} u_z &= (g/f) \rho_y \\ v_z &= - (g/f) \rho_x \end{aligned}$$

und die lokale Form der Vorticitybalance

$$(3.6) \quad f w_z = \beta v - F$$

Daraus und aus Gleichung (3.4) kann man die Gleichung für die Erhaltung der potentiellen Vorticity ableiten, indem man (3.4) vertikal differenziert und (3.6) einsetzt.

$$(3.7) \quad (\underline{u} \cdot \underline{\nabla} + w \partial_z) Q = \frac{F}{f} Q + f G_z + g J_{xy}(\rho, \psi)$$

Dabei ist  $Q = f \psi_z$  die potentielle Vorticity und  $J_{xy}$  der Jacobi-Operator bezüglich  $x$  und  $y$ .

Damit hat man bei aus Beobachtungen gegebenen  $\rho$  und  $\psi$  mit (3.4), (3.5) und (3.6) bzw. (3.7) vier Gleichungen, um die drei Geschwindigkeitskomponenten zu bestimmen. Folglich kann es keine eindeutige Lösung dieses diagnostischen Problems geben. Olbers & Willebrand (1984) haben gezeigt, daß man aus diesen Gleichungen eine ganze Hierarchie von Beziehungen ableiten kann, um die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten in Abhängigkeit von der Dichte zu berechnen. Da aber sowohl die Dichte  $\rho$  als auch  $\psi$  kein Teil der exakten Lösung des dynamischen Problems sind, sind die resultierenden Geschwindigkeitsprofile weder mit jeder der vier Gleichungen (3.4) - (3.6) verträglich, noch liefern die einzelnen Stufen der Hierarchie identische Ergebnisse.

### 3.2 Behandlung der Vertikalgeschwindigkeit

In der ursprünglichen Form der  $\beta$ -Spirale von Stommel & Schott (1977) wird die Vertikalgeschwindigkeit  $w$  aus der Erhaltungsgleichung des Tracers  $\psi$  (3.4) bestimmt.

$$(3.8) \quad w = (G - \underline{u} \cdot \underline{\nabla} \psi) / \psi_z$$

Setzt man dies in (3.7) ein, so ergibt sich

$$(3.9) \quad u J_{xz}(Q, \psi) + v J_{yz}(Q, \psi) = G_z Q - G Q_z + F \psi_z^2 + g \psi_z J_{xy}(\rho, \psi)$$

als grundlegende Gleichung für die  $\beta$ -Spirale. Wird die thermische Windrelation (3.5) von einem beliebigen Referenzniveau  $z_0$  aus integriert,

$$(3.10) \quad \begin{aligned} u &= u_0 + u_r = u_0 + \frac{g}{f} \int_{z_0}^z \rho_y dz' \\ v &= v_0 + v_r = v_0 - \frac{g}{f} \int_{z_0}^z \rho_x dz' \end{aligned}$$

und in Gleichung (3.9) eingesetzt, so erhält man die Referenzgeschwindigkeiten  $u_0$  und  $v_0$ , indem man die Gleichungen an zwei verschiedenen Tiefen betrachtet. Da die Daten jedoch mit Fehlern behaftet sind, betrachtet man in der Praxis die Gleichung an mehreren Tiefen und erhält dann nach der Methode der kleinsten Quadrate eine wesentlich stabilere Lösung. Die Profile der Horizontalgeschwindigkeiten ergeben sich dann aus Gleichung (3.10), während man die Vertikalgeschwindigkeit aus (3.8) erhält.

Die Lösung, die diesem Vorgehen entspricht, erfüllt exakt die thermische Windrelation (3.5) und die Tracerbalance (3.4). Die Geschwindigkeitsprofile geben aber weder die linearisierte Vorticitybalance (3.6) noch die Balance der potentiellen Vorticity (3.7) wieder. Damit trägt man der Tatsache Rechnung, daß die Gleichung (3.6) linearisiert wurde und damit bis zu einem gewissen Grade ungenau ist. Die vernachlässigten nicht-linearen Terme dieser Gleichung sind von der Ordnung  $R_0 R/L < 1$  relativ zu den übrigen Termen der Balance, dabei ist  $R_0$  die Rossbyzahl,  $R$  der Erdradius und  $L$  die horizontale Längenskala der Strömung. Die vernachlässigten Terme in der thermischen Windrelation sind dagegen von der Ordnung  $R_0$ , d.h. kleiner ( $L/R \approx 0.2$ ) als die entsprechenden der Vorticitybalance.

Vernachlässigungen in den Gleichungen sind aber nur ein Grund für die Ungenauigkeiten, die bei dem diagnostischen Gebrauch der  $\beta$ -Spiralen Dynamik auftreten. Die Methode benutzt aus Beobachtungen gewonnene Dichte- und Tracerdaten, die wie schon erwähnt im allgemeinen ebenfalls mit Fehlern behaftet sind. Individuelle hydrographische Schnitte beinhalten Rau-

schen, das durch kleinskalige Prozesse wie interne Wellen und mesoskalige Wirbel, die durch die Messung nicht aufgelöst werden, bedingt ist. In einem klimatologisch gemittelten Datensatz ist dieses Rauschen zwar weitgehend unterdrückt aber nicht vollständig eliminiert. Weiterhin werden durch die objektive Analyse Werte in Regionen mit geringer Datendichte hineininterpoliert. Aus diesem Grund muß man bei der Bestimmung der Geschwindigkeiten ebenfalls mit Fehlern rechnen. Wegen der nicht-linearen Form der Gleichung (3.8) gilt dies insbesondere für die aus ihr bestimmte Vertikalgeschwindigkeit  $w$ .

Genaueren Aufschluß liefert folgende Betrachtung: Man nehme an, daß  $\rho$  und  $\psi$  Rauschen  $\delta\rho$  bzw.  $\delta\psi$  enthalten. Im Falle eines stark geglätteten Datensatzes, wie er hier benutzt wird, sind die Skalen des Rauschens mit denen der Strömungen selbst vergleichbar. Aus der thermischen Windrelation folgt dann ein Fehler

$$(3.11) \quad (\delta u, \delta v) = O\left(\frac{gH}{f}(\delta\rho_y, \delta\rho_x)\right)$$

für die Horizontalgeschwindigkeiten. Aus der Tracerbalance (3.8) ergibt sich damit für die Vertikalgeschwindigkeit der Fehler

$$(3.12a) \quad (\delta w)_{TB} = O\left(\frac{gH}{f} \frac{H}{L} [\delta\rho_x^2 + \delta\rho_y^2]^{1/2}\right)$$

Dabei ist  $H$  die vertikale Skala der Strömung. Bei der Bestimmung von  $w$  aus der Vorticitybalance (3.6) ergibt sich dagegen der Fehler

$$(3.12b) \quad (\delta w)_{VB} = \frac{\beta}{f} \int \delta v \, dz' = O\left(\frac{gH}{f} \frac{H}{R} \delta\rho_x\right)$$

somit also

$$(3.13) \quad (\delta w)_{VB} / (\delta w)_{TB} = O\left(\frac{L}{R} \frac{\delta\rho}{[\delta\rho_x^2 + \delta\rho_y^2]^{1/2}}\right) \leq 0.2$$

Der Fehler, der bei der Bestimmung von  $w$  aus der Vorticitybalance gemacht wird, ist also geringer als der aus der Tracerbalance resultierende.

Man ist zwar eher geneigt an die dynamische Exaktheit der

Tracerbalance zu glauben, als an die der linearisierten Vorticitybalance, trotzdem wird in dieser Arbeit  $w$  durch Integration der Vorticitybalance (3.6) berechnet, da sich dabei ein kleinerer Fehler ergibt.

$$(3.14) \quad w = w_0 + \frac{1}{f} \int_{z_0}^z (\beta v - F) dz'$$

Auch wurde die Gültigkeit der linearisierten Vorticitybalance von Bryden (1980) an Hand von Strommesserdaten zumindest für das POLYMODE Gebiet nachgewiesen.

### 3.3 Vermischung

In den meisten, vor allem den analytischen Modellen wird die Vermischung durch horizontale und vertikale Austauschkoefizienten dargestellt. Ein Ergebnis der beschreibenden Ozeanographie/Wassermassenanalyse ist jedoch die Einsicht, daß die Ausbreitung von skalaren Tracern hauptsächlich auf Flächen konstanter potentieller Dichte (Isopyknen) vonstatten geht. Die Vermischung muß damit sinnvollerweise entlang und quer zu diesen Isopyknen betrachtet werden. Beschreibt man im isopyknischen Koordinatensystem die Vermischung durch einen isopyknischen Koeffizienten  $A_1$  längs der Isopyknen und einen diapynischen  $A_c$  quer dazu, wird der Diffusionstensor  $K_{ij}$  bezüglich der horizontalen und der vertikalen Richtung von den Neigungen der Isopyknen abhängig,

$$(3.15) \quad K_{ij} = A_j \delta_{ij} + (A_c - A_1) \frac{(\partial_i \sigma)(\partial_j \sigma)}{|\underline{\partial} \sigma|^2}$$

und der Vermischungsterm  $G$  in der Tracerbalance wird zu

$$(3.16) \quad G = \partial_i K_{ij} \partial_j \psi$$

Hier wird die Bezeichnung  $x_1, x_2$  für die horizontalen Koordinaten und  $x_3=z$  für die vertikale Koordinate benutzt.  $\underline{\partial}$  ist der dreidimensionale Gradientenoperator  $\partial_j = \partial / \partial x_j$ . Mit potentieller Dichte als Tracer, d.h.  $\psi = \sigma$  reduziert sich der Diffusionsterm zu

$$(3.17) \quad G^\sigma = \partial_1 (A_c \partial_1 \sigma) \approx \partial_3 A_c \partial_3 \sigma$$

Verwendet man also die potentielle Dichte als Tracer, kann man mit dieser Formulierung nur den diapycnischen Diffusionskoeffizienten bestimmen. Um den isopycnischen Diffusionskoeffizienten  $A_1$  zu bestimmen, muß man einen Tracer wählen, der auf Isopyknen variiert, wie z.B. potentielle Temperatur, Salzgehalt oder eine Funktion dieser beiden Größen, die sich von  $\sigma$  unterscheidet. Der Koeffizient  $A_1$  geht in den Diffusionsterm wie folgt ein:

$$(3.18) \quad \partial \{ A_1 (\partial \psi - \frac{\partial \sigma \partial \psi}{|\partial \sigma|^2} \partial \sigma) \} = \partial \{ A_1 |\partial \psi| \underline{n} \sin \phi \} ;$$

dabei ist  $\phi$  der Winkel zwischen  $\partial \psi$  und  $\partial \sigma$  und  $\underline{n}$  der Einheitsvektor entlang der Isopyknen. Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß der Tracer am besten zur Bestimmung von  $A_1$  geeignet ist, der den Winkel  $\phi$  maximiert. Bei OWW wurde gezeigt, daß die Veronicity  $v$  ein solcher Tracer ist.

Für die Vermischung von Vorticity wird angenommen, daß sie nur auf vertikalem Transport von horizontalem Impuls beruht, so daß der Mischungsterm  $F$  in der Vorticitybalance (3.6) wie folgt aussieht:

$$(3.19) \quad F = \left[ A (v_x - u_y) \right]_z$$

wobei  $A$  der Austauschkoeffizient ist. Die Horizontalgeschwindigkeit  $\underline{u}=(u,v)$  kann hier mit Hilfe der thermischen Windrelation (3.5) durch die Dichte ausgedrückt werden. Damit wird aus (3.19)

$$(3.19a) \quad F = - \frac{g}{f} \left[ A (\rho_{xx} + \rho_{yy} - \frac{\beta}{f} \rho_y) \right]_z$$

Bei der Einführung der Vermischungsterme  $F$  und  $G$  in den  $\beta$ -Spiralen Formalismus wird der Ozean unterteilt in einen inneren Bereich, in dem davon ausgegangen wird, daß turbulente Transporte, die im Zusammenhang mit einer Anregung an der Oberfläche stehen, wie z.B. tiefe Konvektion und Winddurchmischung, vernachlässigbar sind, und in eine verbleibende Deckschicht, in der diese Transporte zur Vermischung beitragen.

### 3.4 Formale Lösung der $\beta$ -Spirale

Die eben gemachten Überlegungen werden in die Formulierung der  $\beta$ -Spirale mit einbezogen. In der Formulierung wird also  $w$  nach Gleichung (3.14) aus der Vorticitybalance berechnet. Mit Hilfe der integrierten thermischen Windrelation (3.10) und Gleichung (3.19a) für den Austauschterm wird dies zu

$$(3.20) \quad w = w_0 + \frac{\beta}{f} v_0 (z - z_0) - \frac{\beta g}{f^2} \int_{z_0}^z \rho_x dz' + \frac{g}{f} [A(\rho_{xx} + \rho_{yy} - \frac{\beta}{f} \rho_y)]_{z_0}^z$$

Durch Einsetzen der Gleichung (3.20) und der Gleichungen (3.10) in die Tracerbalance (3.4) ergibt sich dann:

$$(3.21) \quad u_0 \psi_x + v_0 [\psi_y + \psi_z \frac{\beta}{f} (z - z_0)] + w_0 \psi_z + M = b$$

In dieser Formel sind in  $M$  die Vermischungsterme zusammengefaßt:

$$(3.22) \quad M = G - \frac{1}{f} \psi_z \int_{z_0}^z F dz'$$

die durch die Diffusionskoeffizienten  $A_c, A_1$  und  $A$  sowie die Feldgradienten ausgedrückt werden können (siehe Gleichungen 3.17 bzw. 3.18 sowie 3.19a). Weiter ist  $b$  der barokline Term,

$$(3.23) \quad b = \frac{g}{f} [J_{xy}(\psi, \int_{z_0}^z \rho dz') - \frac{\beta}{f} \psi_z \int_{z_0}^z (z' - z) \rho_x dz']$$

Gleichung (3.21) stellt in jedem Level  $z$  die Verbindung der drei Referenzgeschwindigkeiten  $u_0, v_0$  und  $w_0$  sowie der Austauschkoeffizienten mit den bekannten Gradienten der Felder  $\rho$  und  $\psi$  her. Läßt man auf der rechten Seite der Gleichung ein Residuum  $\epsilon(z)$  zu, kann man damit eine Lösung nach der Methode der kleinsten Quadrate finden. Dies wird im folgenden beschrieben werden. Interessant ist an dieser Stelle anzumerken, daß im Gegensatz zu den früheren Formulierungen der  $\beta$ -Spirale außer in den Diffusionstermen nur Ableitungen erster Ordnung der Felder  $\rho$  und  $\psi$  auftreten. Dies wurde dadurch erreicht, daß die Anzahl der Unbekannten um eins erhöht wurde.

Um das Ausgleichsproblem zu formulieren, mit dem die unbekanntesten Referenzgeschwindigkeiten  $u_0, v_0$  und  $w_0$  sowie die

Austauschkoeffizienten  $A_c$ ,  $A_1$  und  $A$  aus den Daten bestimmt werden können, nimmt man an, daß die Felder  $\rho$  und  $\psi$  sowie ihre Ableitungen an verschiedenen Tiefenstufen  $z=z_j, j=1, \dots, N$  gegeben sind. Dann kann (3.21) in der Form

$$(3.24) \quad D_{jk} p_k - b_j = 0 \quad j = 1, \dots, N$$

geschrieben werden. Dabei sind die  $D_{jk}$  die Koeffizienten der unbekannt Parameter,  $b_j$  der barokline Term in der Tiefe  $z_j$  sowie  $p_k, k=1, \dots, L$  die unbekannt Parameter  $u_0, v_0, w_0, A_c, A_1$  und  $A$  bzw. irgend eine Untermenge aus diesen. Im vorliegenden Fall ist normalerweise die Anzahl der Gleichungen (Tiefen)  $N$  größer als die der Unbekannten  $L$ , so daß damit ein überbestimmtes Problem vorliegt. Physikalisch sinnvoll sind dabei nur Lösungen von (3.21), die positive Austauschkoeffizienten ergeben. Deshalb wird zusätzlich gefordert, daß die Nebenbedingung

$$(3.25) \quad B_{kl} p_l \geq 0 \quad k = 1, \dots, L$$

mit einer entsprechend definierten Matrix  $B_{kl}$  erfüllt ist. Zusätzlich wird das Gleichungssystem (3.24) mit einer positiv definiten symmetrischen Matrix  $W^{1/2}$  multipliziert,

$$(3.26) \quad W^{1/2} D p = W^{1/2} b$$

Die Begründung hierfür folgt etwas später.

Methoden, um Lösungen des überbestimmten Gleichungssystems (3.26) mit Nebenbedingungen der Form (3.25) zu erhalten, kann man z.B. bei Lawson & Hanson (1974) finden. Dabei wird die Ausgleichslösung zu (3.26) durch einen SVD-Algorithmus (singular value decomposition) bestimmt. Dies ist äquivalent mit der Verwendung der verallgemeinerten Moore-Penrose Inversen von  $W^{1/2} D$ . Diese wird dargestellt als

$$(3.27) \quad (W^{1/2} D)_{GI}^{-1} = \sum_{k=1}^L \frac{1}{\lambda_k} \underline{v}_k \underline{u}_k^+$$

Die  $\lambda_k^2$  sind dabei die Eigenwerte von  $D^+ W D$  und die  $N$ -dimensionalen Vektoren  $\underline{u}_k$  sowie die  $L$ -dimensionalen Vektoren  $\underline{v}_k$  sind

durch das gekoppelte Eigenwertproblem

$$(3.28) \quad \begin{aligned} D^+ W^{1/2} \underline{u}_k &= \lambda_k \underline{v}_k \\ W^{1/2} D \underline{v}_k &= \lambda_k \underline{u}_k \end{aligned} \quad k = 1, \dots, L$$

definiert. Für den Fall, daß  $D^+ W D$  singularär ist, tragen nur die von Null verschiedenen  $\lambda_k$  zu der Summe in (3.27) bei. In diesem Fall ist der Rang der Matrix  $(W^{1/2} D)_{GI}$  kleiner als die Anzahl der gesuchten Parameter  $L$  und diese werden linear abhängig. In der Praxis kommt es vor, daß die Eigenwerte  $\lambda_k^2$  trotz sorgfältiger Skalierung der Parameter über mehrere Zehnerpotenzen variieren und exponentiell abnehmen. Es ist dann schwierig zwischen sehr kleinen Eigenwerten und Null zu unterscheiden. Außerdem können die Beiträge sehr kleiner  $\lambda_k$  zu einer nicht mehr zu akzeptierenden Vergrößerung der Varianzen der zu bestimmenden Parameter führen. Die so erhaltenen Informationen über die Parameter geben dann im wesentlichen nur die Struktur des Rauschens in den Daten wieder. Andererseits, beschneidet man die Summe in (3.27) um immer mehr Terme, werden die berechneten Parameter mehr und mehr voneinander abhängig und die Auflösung des Problems nimmt ab. Diese offensichtliche Konkurrenz zwischen Auflösung und Parametervarianz wird durch die Spanne der  $\lambda_k$  kontrolliert. Ersetzt man jedoch (3.27) durch

$$(3.29) \quad (W^{1/2} D)_{GI}^{-1} = \sum_{k=1}^L \frac{\lambda_k}{\lambda_k^2 + \lambda_c^2} \underline{v}_k \underline{u}_k^+,$$

kann man durch den Wert von  $\lambda_c$  die Parametervarianz bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Auflösung unter Kontrolle halten. Für die im nächsten Abschnitt beschriebenen Ergebnisse der  $\beta$ -Spiralen Methode wurde der Wert  $\lambda_c^2 = 10^{-3} \max(\lambda_k^2)$  verwendet. Abgesehen von dieser Modifizierung wurde der LSI/LDP-Algorithmus von Lawson & Hanson (1974, Seite 158) benutzt, um die Ausgleichslösung von (3.26) unter Berücksichtigung der Nebenbedingung (3,25) zu bestimmen.

Die Begründung dafür, daß man die Ausgleichslösung des überbestimmten Gleichungssystems sucht, ist in den Fehlern der Koeffizienten  $D_{jk}$  und  $b_j$  zu finden, die von den Ungenauigkeiten der Daten herrühren. Auch können Fehler durch falsche



Annahmen über die  $\beta$ -Spiralen Dynamik entstehen. Deshalb wird angenommen, daß die beste Lösung für die Referenzgeschwindigkeiten und die Austauschkoefizienten diejenige ist, die eine positiv definite Norm des Residuums  $\epsilon_j = D_{jk} p_k - b_j$ , wie z.B.

$$(3.30) \quad \epsilon^2 = \sum_{i,j=1}^N \epsilon_i W_{ij} \epsilon_j$$

mit einer Gewichtsmatrix  $W_{ij}$  minimiert. Die Wahl dieser Matrix ist ein subjektives Element in dieser Methode. Wie bei OWW genauer dargestellt ist, unterscheiden sich alle linearen Schemata, die die gleiche  $\beta$ -Spiralen Dynamik benutzen, nur in der Wahl dieser Matrix.

Soll das Maximum-Likelihood Prinzip angewendet werden, muß man als Gewichtsmatrix die Inverse der Kovarianzmatrix  $\langle \epsilon_i \epsilon_j \rangle$  der Residuen wählen (spitze Klammern bedeuten hier ein ensemble Mittel). Eine einfachere Diagonalmatrix wurde von Müller u.a. (1978) untersucht. Die Matrix  $W_{ij} = \delta_{ij} w_j$  mit

$$(3.31) \quad w_j = \frac{1}{\langle \epsilon^2_j \rangle} \left( \sum_k \frac{\langle \epsilon_j \epsilon_k \rangle}{\langle \epsilon^2_j \rangle \langle \epsilon^2_k \rangle} \right)^{-1}$$

gewichtet die Residuen mit ihrer Standardabweichung und mit einem integralen Maß ihrer Korrelation mit den Residuen an den benachbarten Tiefenstufen. Stark korrelierte Daten werden also weniger gewichtet als unkorrelierte. Es kann gezeigt werden, daß die Matrix (3.31) die beste Näherung einer Diagonalmatrix an die Maximum-Likelihood Matrix ist. In der Praxis stößt die Berechnung der Matrix (3.31) jedoch auf Schwierigkeiten, da die Korrelationsstruktur der Daten nur ungenügend bekannt ist. Nimmt man jedoch an, daß die Korrelationsskala  $l_j$  in der Tiefe  $z_j$  groß ist im Vergleich zum vertikalen Gitterabstand  $\Delta h_j$ , so stellt die Anzahl der Tiefenstufen innerhalb der Korrelationsskala,  $l_j / \Delta h_j$ , eine grobe Näherung der Summe in (3.31) dar. Damit wird (3.31) dann zu:

$$(3.32) \quad w_j = \frac{\Delta h_j}{l_j \langle \epsilon^2_j \rangle}$$

Die Varianz  $\langle \epsilon^2_j \rangle$  wurde für den Levitus-Atlas an jeder Tiefe  $z_j$  mittels einer Monte-Carlo Simulation bestimmt, indem Rauschen mit dem bei OWW beschriebenen Korrelationsverhalten

auf das Dichte- sowie das Tracerfeld gegeben wurde. Zur Berechnung der Gewichte wurde im Endeffekt allerdings ein mittleres  $\langle \epsilon^2_j \rangle$ -Profil verwendet, für das in jeder Tiefe die  $\langle \epsilon^2_j \rangle$ -Werte des gesamten Datensatzes gemittelt wurden. Das so erhaltene Profil ist in Abb. 3.1 sowohl für die potentielle Dichte  $\sigma$  als auch für die Veronicity  $v$  als Tracer dargestellt. Die gezeigten Profile gehen allerdings nur bis 2000m Tiefe, da keine tieferen Level für die Ausgleichsrechnungen herangezogen werden. Man erkennt, daß die Varianzen in beiden Fällen mit der Tiefe stark abnehmen. Diese Struktur spiegelt die natürliche Variabilität in den Daten wieder, die in den oberen Schichten groß ist und mit der Tiefe abnimmt. Aus Mangel an entsprechenden Informationen für die Rechnungen mit dem Robinson-Atlas werden für diesen Datensatz die gleichen Gewichtungsfaktoren benutzt, da die Basis der Eingangsdaten in beiden Fällen im wesentlichen die selbe ist.

Die Auswirkungen einer variablen Korrelationsskala  $l_j$  wurden ausführlich untersucht, sowohl für mit der Tiefe anwachsendes  $l_j$  als auch für mit der Tiefe abnehmendes. Da für die entgeltigen Rechnungen der Tiefenbereich auf 800-2000m beschränkt wurde, wurde  $l_j$  schließlich als konstant angenommen und somit in Gleichung (3.32) ignoriert. Die Begründung für die Einschränkung des Tiefenbereichs folgt im nächsten Abschnitt.

Die Bestimmung der Parameter selbst ist nur ein Gesichtspunkt dieses statistischen Vorgehens. Die Bestimmung der Varianzen der Parameter sowie ihre Korrelationen und, was noch wichtiger ist, der Test der Gültigkeit des Modells sind ein zweiter Aspekt dieses Vorgehens (siehe z.B. Müller u.a., 1978). Vernachlässigt man die Tatsache, daß die Matrix  $D$ , die die durch den Vektor  $\underline{b}$  dargestellten baroklinen Terme mit dem Parametervektor  $\underline{p}$  verknüpft, selbst eine Zufallsgröße ist, so erhält man die Kovarianz der Parameter durch

$$(3.33) \quad \langle \underline{p} \underline{p}^+ \rangle = \frac{\epsilon^2}{N - L} (D^+ W D)_{GI}^{-1} =$$

$$= \frac{\epsilon^2}{N - L} \sum_{k=1}^L \frac{\lambda_k^2}{(\lambda_k^2 + \lambda_c^2)^2} \underline{v}_k \underline{v}_k^+$$

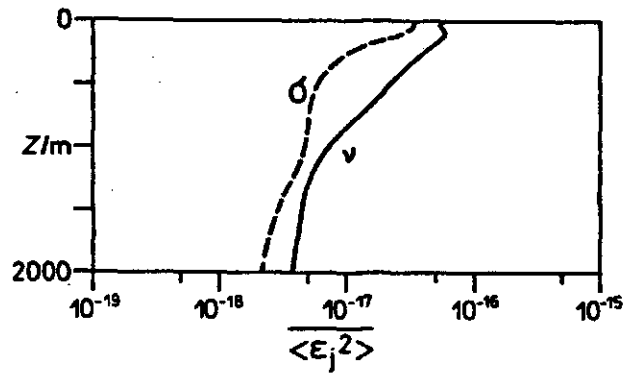
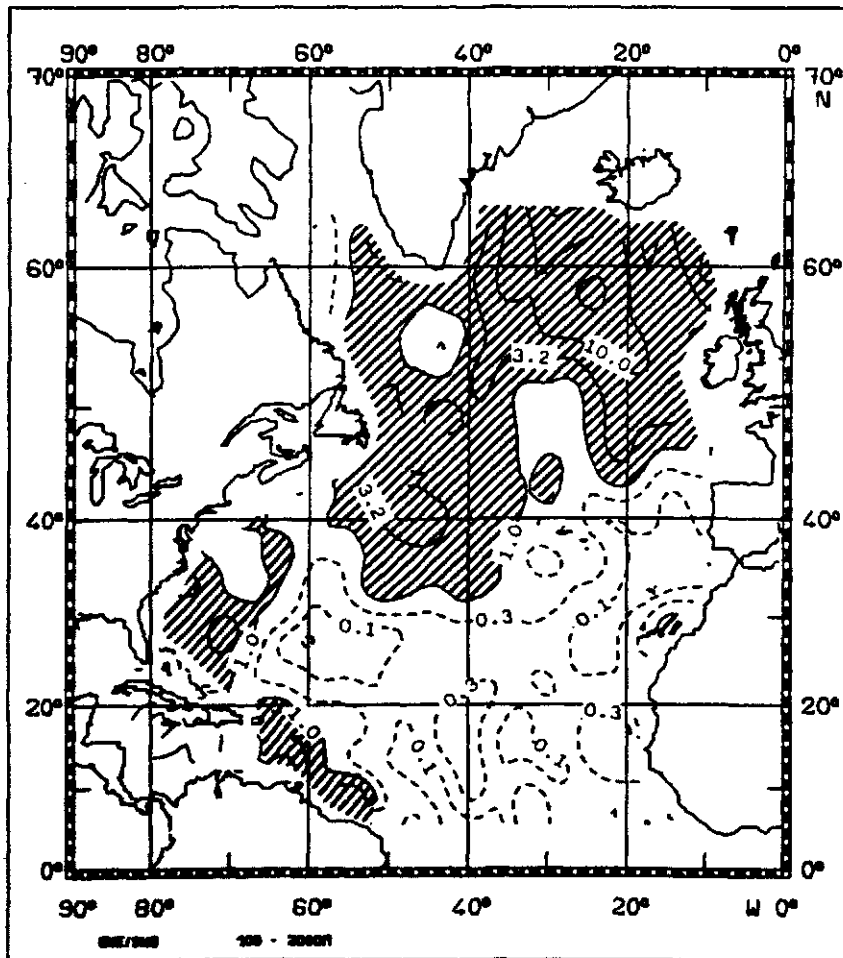
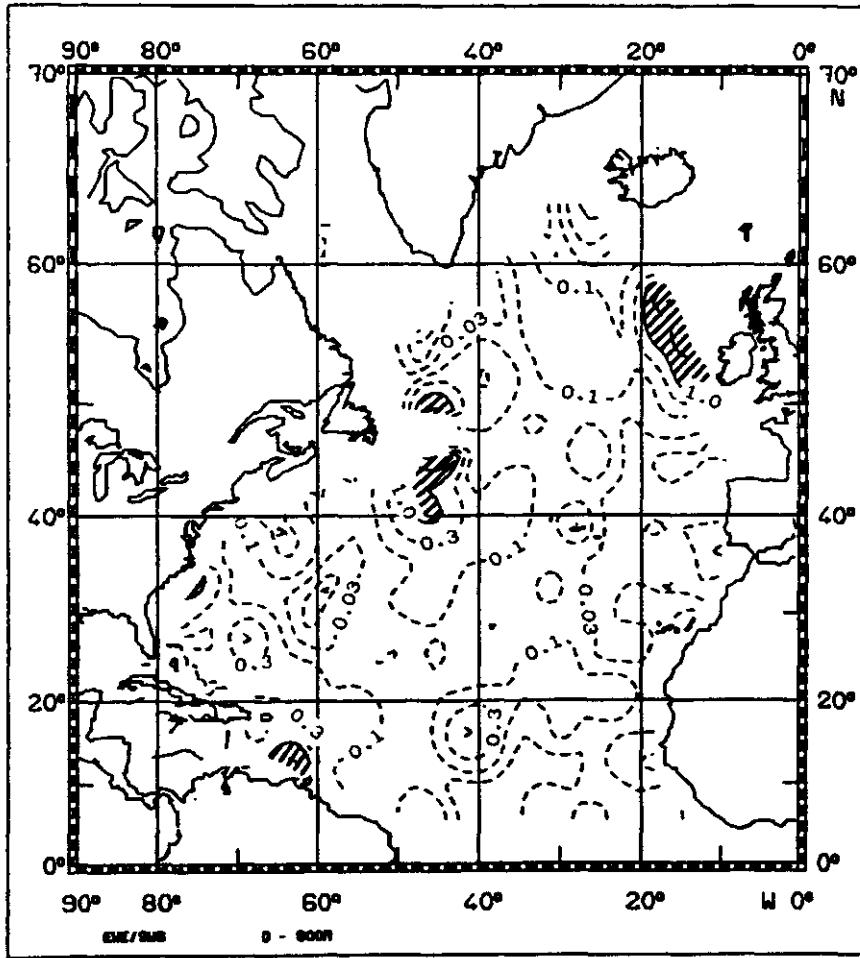


Abb. 3.1 : Profile der mittleren Varianzen  $\langle \epsilon^2 \rangle$  in relativen Einheiten

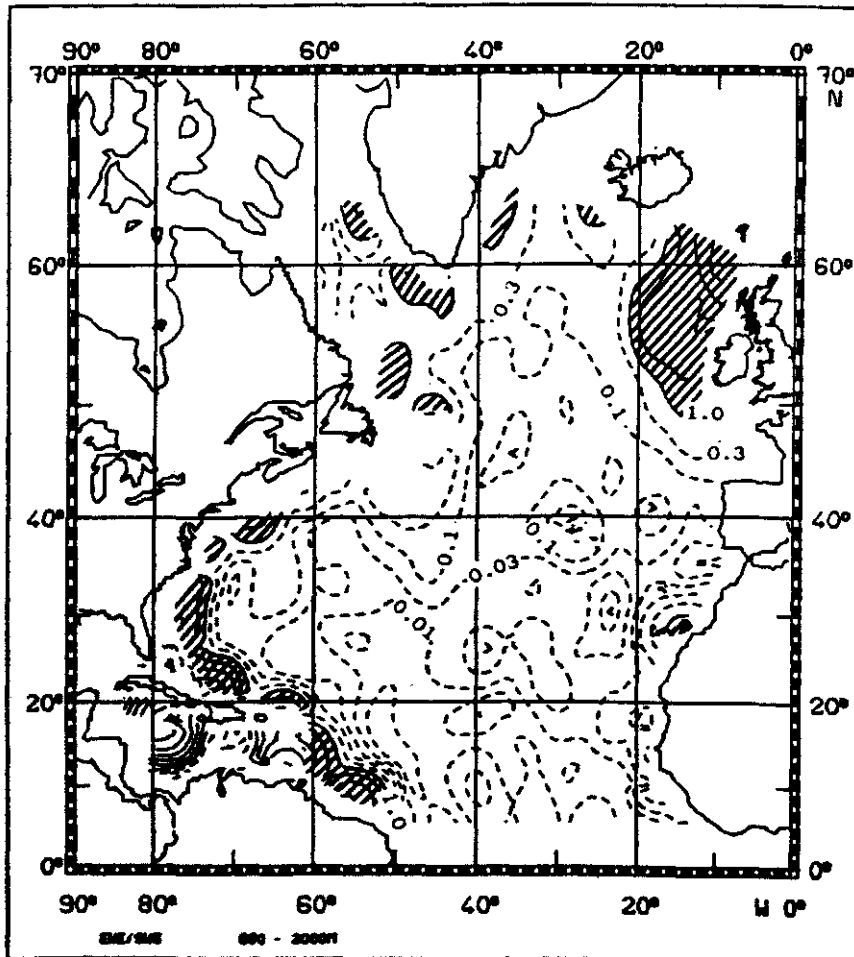


3.2a

Abb. 3.2 : Konsistenztest des  $\beta$ -Spiralen Modells ohne Diffusion  $\epsilon^2 / \langle \epsilon^2 \rangle$ , Daten: Levitus (1982)  
(a)  $-100\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$ ; (b)  $-D \geq z \geq -800\text{m}$ ;  
(c)  $-800\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$   
schraffiert:  $\epsilon^2 / \langle \epsilon^2 \rangle \geq 1.0$



3.2b



3.2c

Diese Beziehung gilt, wenn man als Gewichtsmatrix  $W_{ij}$  nach dem Maximum-Likelihood Prinzip die Inverse von  $\langle \epsilon_i, \epsilon_j \rangle$  verwendet. Für die Diagonalmatrix  $W_{ij} = \delta_{ij} w_j$  bleibt diese Beziehung annähernd gültig, wenn man statt der Anzahl der Tiefenstufen  $N$  die Anzahl der unkorrelierten Tiefenstufen verwendet. Um die Fehler in  $D$  zu berücksichtigen, wird angenommen, daß (3.33) die Varianzen der Parameter um den Faktor 2 zu niedrig angibt, die Korrelationsstruktur aber davon nicht beeinflußt wird.

Die Gültigkeit des Modells kann man untersuchen, indem man z.B. einen  $\chi^2$ -Test für die Größe  $\epsilon^2$  durchführt (siehe Müller u.a., 1978). Die statistischen Informationen über die Datenfelder sind jedoch zu dürftig, um die Verteilungsparameter für  $\epsilon^2$  (im wesentlichen die Freiheitsgrade der  $\chi^2$ -Verteilung) zu bestimmen. Deshalb muß man sich mit einer sehr groben Konsistenzbetrachtung begnügen. Durch eine Monte-Carlo Simulation konnte eine Schätzung der Varianz  $\langle \epsilon^2 \rangle$  der von der baroklinen Strömung resultierenden Variabilität bestimmt werden (d.h. die Varianz der inhomogenen Terme in (3.24)). Es scheint plausibel, daß der Ablehnungsbereich eines Tests der Daten mit der  $\beta$ -Spiralen Dynamik in dem Bereich  $\epsilon^2 / \langle \epsilon^2 \rangle \geq 1$  liegt. Ansonsten bleibt als Test für die Gültigkeit des Modells nur ein Vergleich der Ergebnisse mit schon existierenden Kenntnissen über das Geschwindigkeitsfeld und die Vermischungsparameter.

### 3.5 Ergebnisse

Um ein Geschwindigkeitsfeld für den Nordatlantik zu bestimmen, wurde das in den vorherigen Abschnitten beschriebene  $\beta$ -Spiralen Schema auf den entsprechenden Teil des Datensatzes von Levitus (1982) angewendet. Entsprechende Vergleichsrechnungen wurden mit dem Robinson-Atlas (Robinson u.a., 1979) durchgeführt. Die Rechnungen beschränken sich auf den Teil nördlich von  $5^\circ\text{N}$ , da in direkter Äquatornähe nicht davon ausgegangen werden kann, daß die der  $\beta$ -Spirale zugrundeliegenden dynamischen Annahmen Gültigkeit besitzen.

Temperatur und Salzgehalt werden benutzt, um die in-situ

Dichte (nach Fofonoff & Tabata (1958)) sowie als Erhaltungsgröße die potentielle Dichte (über die potentielle Temperatur nach Bryden (1973)) relativ zur Oberfläche zu berechnen. Die horizontalen Ableitungen der Felder werden durch zentrale Differenzen über  $2^\circ$  bestimmt. Dieser Gitterabstand erwies sich vor allem im Golfstrombereich, in dem sich die Isolinien drängen, sowie allgemein in der Nähe von Berandungen (Küsten, in größeren Tiefen auch der Mittelatlantische Rücken) als notwendig. Dagegen erwiesen sich die Differenzenquotienten in den übrigen Regionen als relativ stabil gegen eine Vergrößerung des Gitterabstandes. Dies gilt insbesondere für den Levitus-Atlas und hat seine Ursache in dem hohen Grad der Glättung in den Feldern. Die vertikalen Ableitungen werden mittels entsprechender Formeln für zentrale Differenzen bei nicht äquidistanten Stützstellen berechnet. Werte unterhalb von  $z = -2000\text{m}$  werden nicht für die Ausgleichsrechnungen herangezogen, da die Gradienten der Felder unterhalb dieser Tiefe nicht mehr signifikant von Null verschieden sind, wie bei OWW gezeigt wurde. Der Tiefenbereich oberhalb von  $z = -100\text{m}$  wird ebenfalls ausgeschlossen, da hier turbulente Transporte, die im Zusammenhang mit der Windanregung an der Oberfläche stehen, zu berücksichtigen wären. Die einzelnen Komponenten der Geschwindigkeit werden aber für die gesamte Wassersäule berechnet.

Abb. 3.2a zeigt die Größe  $\epsilon^2 / \langle \epsilon^2 \rangle$  für die reine  $\beta$ -Spirale ohne Diffusionsterme, bei der die Ausgleichsrechnung für den Tiefenbereich  $-100\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$  durchgeführt wurde. Man erkennt, daß sich ein Gebiet mit  $\epsilon^2 / \langle \epsilon^2 \rangle \geq 1$  über eine breite Region entlang der westlichen Berandung und über den gesamten nördlichen Bereich des Nordatlantik erstreckt. In diesem Gebiet muß man das verwendete  $\beta$ -Spiralen Modell also ablehnen. Die Einbeziehung der Diffusionsterme in das Modell verringert dieses Gebiet nur unwesentlich (hier nicht dargestellt). Die Diffusionsterme sind somit nicht in der Lage, die von der  $\beta$ -Spirale nicht erklärte Varianz in den Daten zu modellieren. Eine Erklärung für diese Varianz findet man allerdings in den konvektiven Flüssen, die durch die tiefe winterliche Konvektion bedingt sind. Wie ein Vergleich mit Abb. 2.4 zeigt, liegt vor allem in den nördlichen Gebieten ein wesentlicher Teil der hier betrachteten Wassersäule innerhalb des von der Konvektion

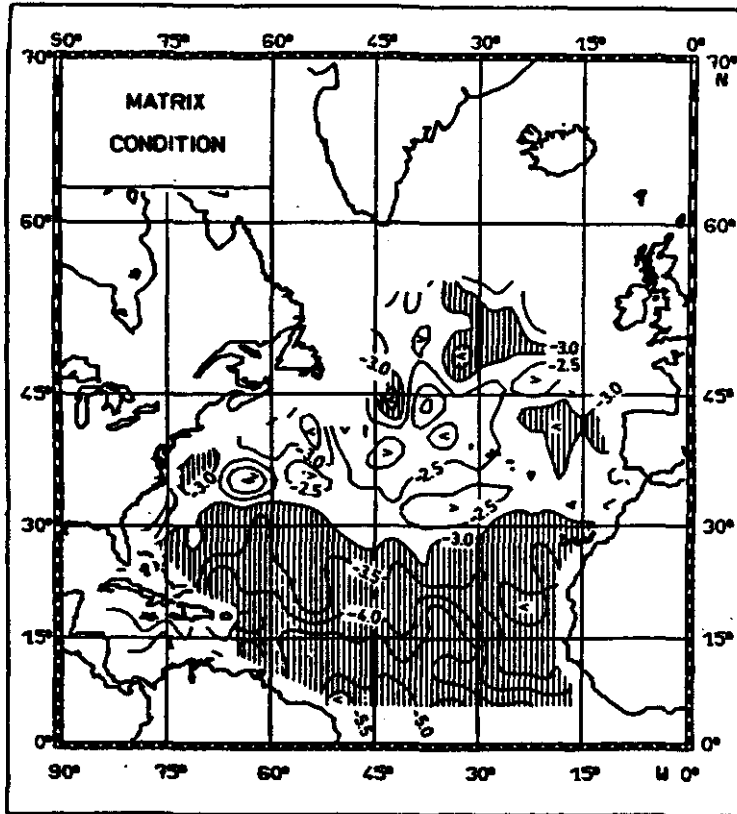
erfaßten Tiefenbereichs. Schließt man dagegen den Bereich oberhalb der Konvektionstiefe  $D$  von der Ausgleichsrechnung aus und unterteilt die Wassersäule weiter in einen oberen Bereich ( $-D \geq z \geq -800\text{m}$ ; Abb. 3.2b) und einen unteren Bereich ( $-800\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$ ; Abb. 3.2c), so erkennt man, daß es nur noch kleine Gebiete gibt, in denen das verwendete Modell der  $\beta$ -Spirale abgelehnt werden muß. Außerdem zeigt sich, daß der Quotient  $\epsilon^2 / \langle \epsilon^2 \rangle$  für den unteren Tiefenbereich generell kleiner ist als für den oberen, abgesehen von schmalen Bereichen direkt an der amerikanischen Küste mit Werten  $\geq 1.0$ .

Als ein weiterer Punkt wurde die Kondition der Matrix  $D^+ W D$  untersucht, hier definiert als das Verhältnis von kleinstem zu größtem Eigenwert der Matrix. Dies ist in Abb. 3.3a,b für den oberen bzw. für den unteren Tiefenbereich dargestellt. Im Gegensatz zum unteren Bereich (Abb. 3.3b) stellt die Bestimmung der Referenzgeschwindigkeiten im oberen Bereich (Abb. 3.3a) ein schlecht konditioniertes Problem dar. Der Konditionsindex liegt nahezu im gesamten Bereich südlich von  $30^\circ\text{N}$  unterhalb von  $10^{-3}$ . Die Einbeziehung der Vermischungsterme führt hier zu keiner Verbesserung der Situation sondern verschlechtert sie eher noch.

Das Verhalten des Konditionsindex in Abb. 3.3a ist leicht zu erklären: Schreibt man Gleichung (3.21) in der Form

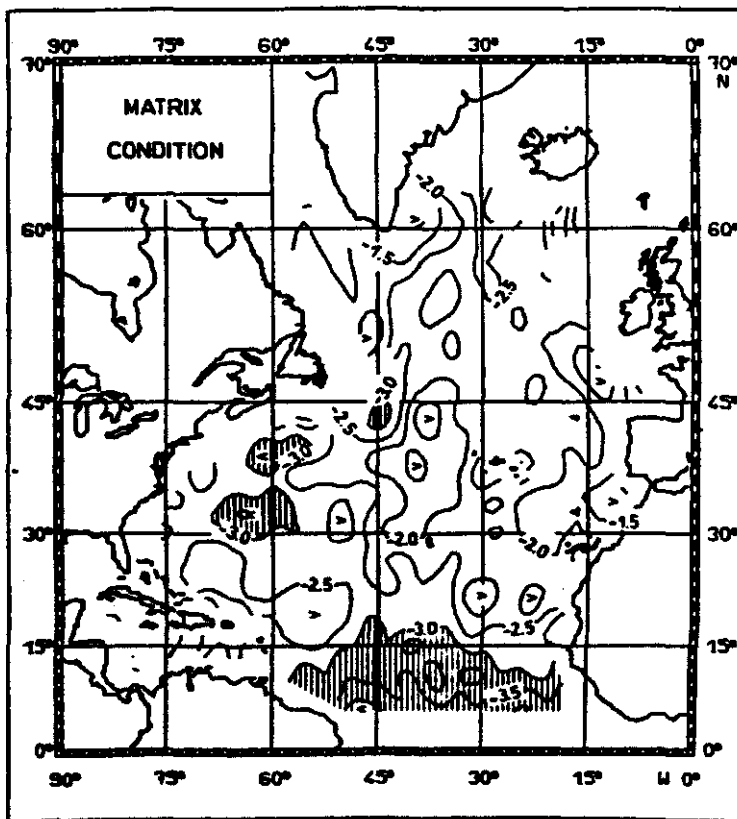
$$(3.34) \quad \underline{v}_0 \cdot \underline{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial \mu} - v_0 \frac{\partial}{\partial z} (z - z_0) \psi_z + M = b$$

mit  $\underline{\mu}$  als Richtungsvektor des  $\psi$ -Gradienten, so ist der zweite Term in (3.34) von der Ordnung  $O(L/R)$  im Vergleich zum ersten. Die Gleichung ist damit im wesentlichen eine Bedingung für die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu  $\psi = \text{const.}$ -Flächen. Ändert  $\underline{\mu}$  seine Richtung mit der Tiefe nicht oder nur wenig, führt dies im Rahmen der Ausgleichsrechnung zu einer Singularität der Matrix  $D^+ W D$ : einer der Eigenwerte wird sehr klein im Vergleich zu den anderen sein. Versucht man die Parameter trotzdem zu bestimmen, werden sie durch das Rauschen in den Daten beeinflusst, wie im vorherigen Abschnitt ausgeführt wurde, und es ist unmöglich vernünftige Werte zu bestimmen. Genau diese Situation spiegelt sich in Abb. 3.3a wieder: Südlich von  $30^\circ\text{N}$  sind die Isopyknen hauptsächlich zonal orientiert, deshalb führt hier die Bestimmung von  $u_0$  zu einer schlecht konditionierten Matrix.



3.3a

Levitus-Atlas  
 $-D \geq z \geq -800\text{m}$

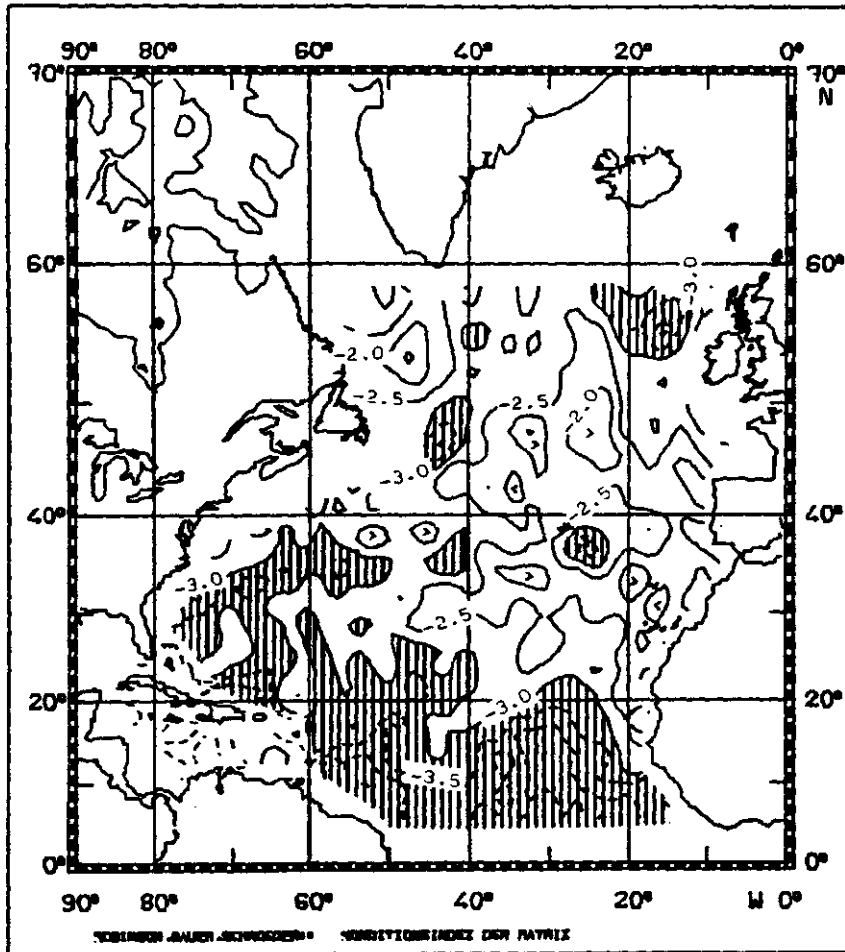


3.3b

Levitus-Atlas  
 $-800\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$

Abb. 3.3 : Konditionsindex der Matrix  $D \nabla W$  D für ein Modell ohne Diffusion in logarithmischen Einheiten  
schraffiert:  $\text{Index} \leq 10^{-3}$





3.3c

Robinson-Atlas  
-800m  $\geq z \geq$  -2000m

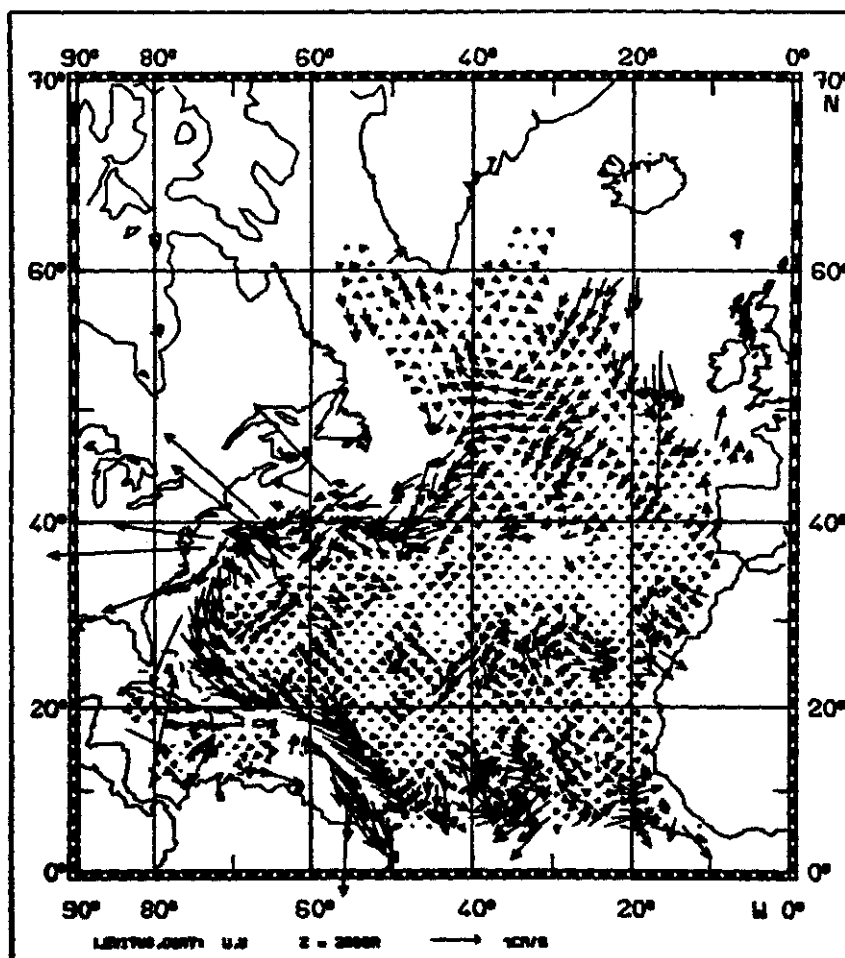


Abb. 3.4a : Absolute Geschwindigkeit im Referenzniveau  $z = -2000\text{m}$   
(Levitus-Atlas;  $\lambda_c^2 = 10^{-3} \max\{\lambda_k^2\}$ )

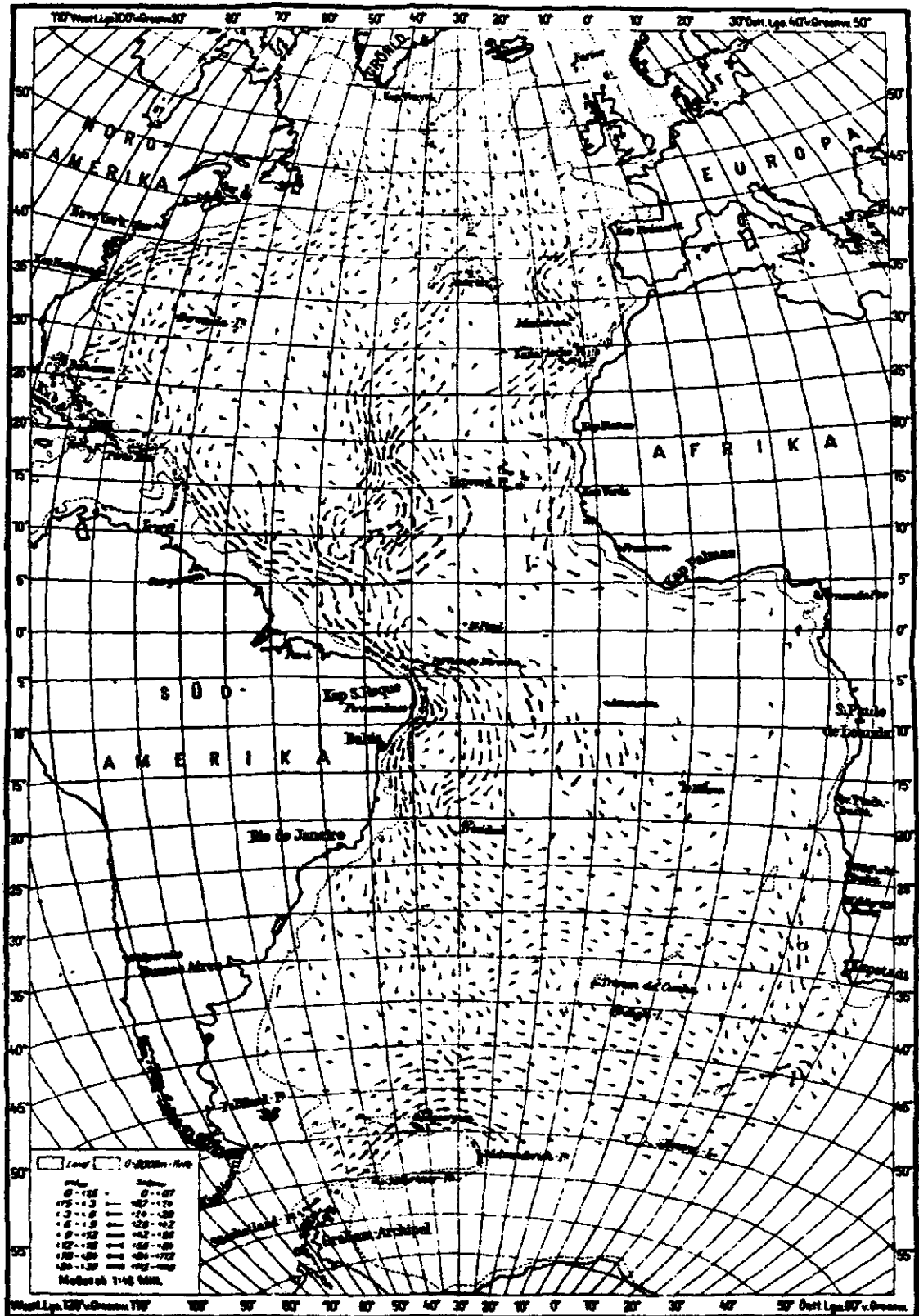
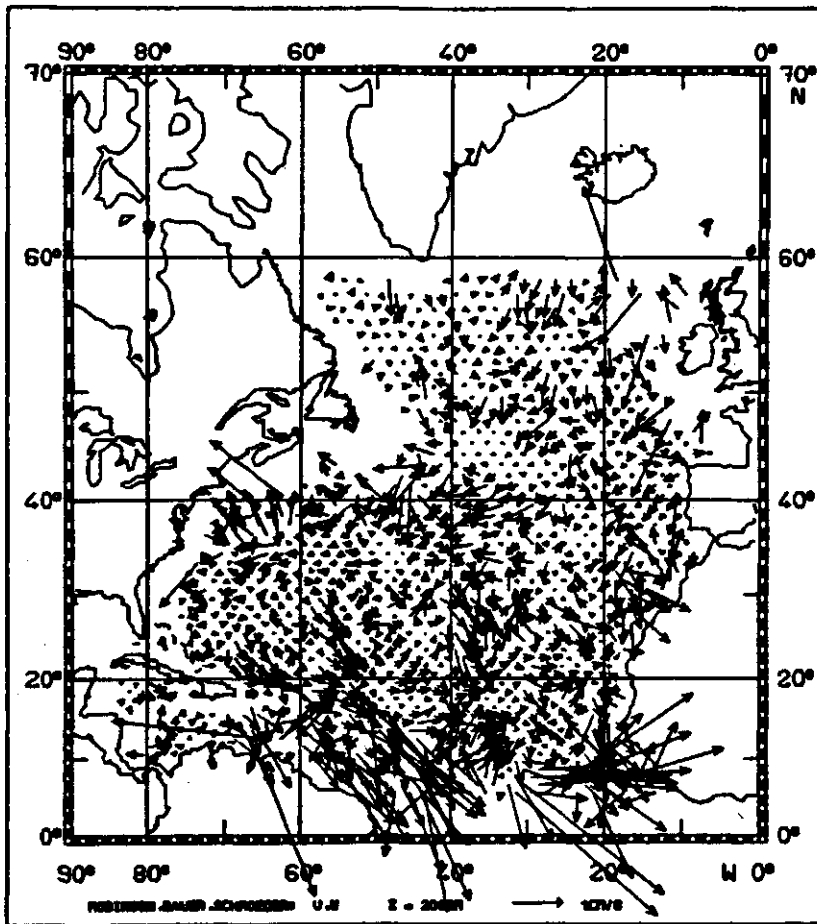


Abb. 348b : Zirkulation des Atlantik,  $z = -2000m$   
(nach Defant, 1941)

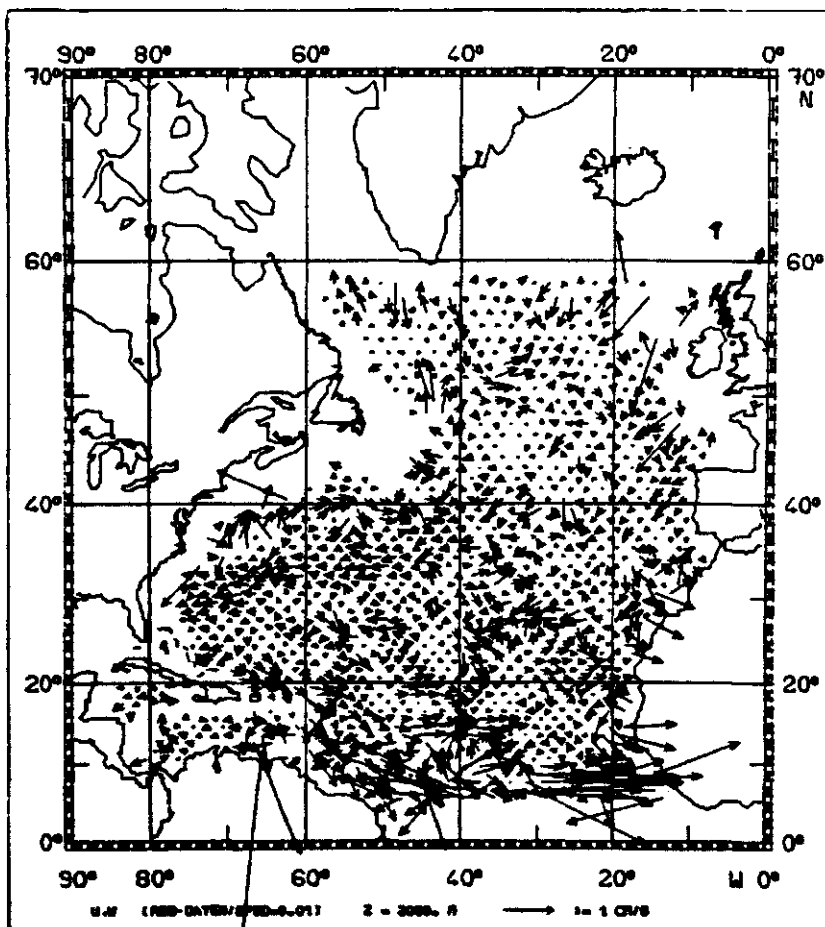
Außer dem Fall, daß die Richtung des  $\psi$ -Gradienten mit der Tiefe annähernd konstant ist, gibt es eine weitere Möglichkeit, die zu einer Singularität der Matrix  $D^+W D$  führen kann: der Bereich konstanter potentieller Vorticity (Rhines & Young, 1982). Karten der potentiellen Vorticity  $f\sigma_z$  auf Isopyknen wurden von McDowell u.a. (1983) sowie von Holland u.a. (1984, ihre Abb. 4 basiert übrigens ebenfalls auf dem hier verwendeten Datensatz von Levitus) berechnet. Die Karten zeigen, daß im subtropischen Wirbel  $f\sigma_z$  unterhalb der Deckschicht bis zu Tiefen von etwa 600m auf Isopyknen konstant ist. Aus der Form (3.9) der  $\beta$ -Spiralen Gleichung, wie sie von Schott & Stommel (1978) sowie von anderen Autoren benutzt wurde, ist offensichtlich, daß die Bestimmung der Referenzgeschwindigkeiten in diesem Fall ein singuläres Problem darstellt: beide Koeffizienten, sowohl  $J_{xz}(Q, \sigma)$  als auch  $J_{yz}(Q, \sigma)$ , verschwinden.

Abb. 3.3c zeigt die Kondition der Matrix  $D^+W D$  für den Tiefenbereich  $-800m \geq z \geq -2000m$  bei Verwendung der Daten aus dem Robinson-Atlas (Robinson u.a., 1979). Im Gegensatz zu dem mit Hilfe der Daten von Levitus (1982) gewonnenen Ergebnis (Abb. 3.3b) ist das Problem hier wesentlich schlechter konditioniert. Südlich von  $25^\circ N$  und in großen Teilen des Golfstromgebietes liegt der Konditionsindex unterhalb von  $10^{-3}$ . Ebenso gilt dies für den Bereich um die Azoren sowie für weite Bereiche des Nordatlantischen Stroms. Bezieht man die Vermischungsterme in das Inversproblem ein, so liegt der Konditionsindex generell unterhalb von  $10^{-3}$ . Dies ist sicherlich ein Ausdruck dafür, daß in diesem Datensatz ein höherer Anteil an Rauschen enthalten ist als im Levitus-Atlas. Ein weiterer Grund könnte auch die hier verwendete, dem Datensatz in diesem Fall nicht angemessene Gewichtung sein. Um dies aber genau zu beurteilen, müßten Informationen über die Statistik des Datensatzes vorhanden sein.

Als Konsequenz der hier angeführten Ergebnisse wird die Balance der potentiellen Dichte  $\sigma$  in dem Tiefenbereich  $-800m \geq z \geq -2000m$  benutzt, um die Referenzgeschwindigkeiten  $u_0$ ,  $v_0$  und  $w_0$  sowie die Diffusionskoeffizienten  $A$  und  $A_c$  zu bestimmen, wobei als Referenzlevel  $z=-2000m$  gewählt wurde. Die hierbei für den Levitus-Atlas resultierenden Ergebnisse sind ausführlich bei OWW beschrieben und diskutiert worden.



3.5a



3.5b

Abb. 3.5 : Absolute Geschwindigkeit im Referenzniveau  $z = -2000\text{m}$   
Robinson-Atlas  
(a)  $\lambda_c^2 = 10^{-3} \max(\lambda_k^2)$ ; (b)  $\lambda_c^2 = 10^{-2} \max(\lambda_k^2)$

An dieser Stelle soll nur noch einmal kurz auf die horizontalen Referenzgeschwindigkeiten (Abb. 3.4a) eingegangen werden. Obwohl das Bild ziemlich verrauscht ist, erkennt man deutlich ein beckenweites Strömungssystem mit einer südwärtigen Strömung entlang der westlichen Berandung, die im Overflow aus der Norwegischen See ihren Ausgang hat. Die Geschwindigkeiten in diesem Stromband betragen etwa 0.5 cm/s, seine Weite 300-400km. Die aus Beobachtungen resultierenden Indizien für die Existenz eines solchen Strombandes sind bei Warren (1981) sowie bei Reid (1981) zusammengetragen. Reid zitiert dabei Defant's geostrophische Berechnungen, die auf den alten Meteor-Daten beruhen (Defant, 1941). Die von Defant berechnete Karte der absoluten Strömung in 2000m Tiefe (Abb. 3.4b) zeigt eine erstaunliche Übereinstimmung mit den hier gewonnenen Ergebnissen. Neben der Übereinstimmung in Bezug auf den westlichen Gegenstrom zeigen beide Karten ähnliche Strukturen im Strömungsfeld des östlichen Beckens.

Die Verwendung der Daten aus dem Atlas von Robinson u.a. (1979) liefert im Gegensatz dazu ein total verrauschtes Bild (Abb. 3.5a), in dem keine irgendwie geartete Struktur erkennbar wird. Auf Grund der schlechten Kondition der hier zu invertierenden Matrix spiegelt dieses Bild im wesentlichen den in den Daten enthaltenen Anteil an Rauschen wider. Der Rauschanteil in den Ergebnissen läßt sich durch die Wahl eines größeren  $\lambda_c^2$  reduzieren (Abb. 3.5b;  $\lambda_c^2 = 10^{-2} \max\{\lambda_k^2\}$ ). Aber auch dann erhält man kein sehr viel klareres Bild der Zirkulation im Referenzniveau. Vor allem im Bereich des Golfstromes werden jedoch Unterschiede zu den aus dem Levitus-Atlas resultierenden Ergebnissen (Abb. 3.4a) deutlich. Das südwärtig gerichtete Stromband ist beim Robinson-Atlas weiter von der Küste entfernt als beim Levitus-Atlas. Auch ergeben sich hier Andeutungen einer nördlichen Strömung direkt an der amerikanischen Küste. Dies läßt den Schluß zu, daß beim Robinson-Atlas die Rezirkulationszelle des Golfstroms bis in die Tiefe von 2000m reicht.

Faßt man diese Ergebnisse zusammen, kommt man zu dem Schluß, daß die Daten des Levitus-Atlas besser zur Bestimmung eines Geschwindigkeitsfeldes nach der  $\beta$ -Spiralen Methode geeignet sind als die des Robinson-Atlas. Vor allem in größeren

Tiefen entspricht die aus dem Levitus-Atlas resultierende Zirkulation mehr den bekannten Vorstellungen. Deshalb wird für die weiteren Rechnungen dieser Datensatz verwendet werden. An dieser Stelle sei noch einmal deutlich gemacht, daß sich die gezeigten Geschwindigkeitsfelder aus einzelnen, lokal bestimmten Geschwindigkeiten zusammensetzen und damit nicht divergenzfrei sind. Die Lösung dieses Problems ist dem nächsten Kapitel vorbehalten. Aus diesem Grund soll hier auch nicht weiter auf die resultierenden Geschwindigkeitsfelder eingegangen werden.

#### 4 Massenerhaltung

Die im vorherigen Abschnitt beschriebene  $\beta$ -Spiralen Methode ist bezüglich der Geschwindigkeiten ein rein lokales Problem, d.h. sie beinhaltet keine horizontale Verknüpfung der einzelnen Geschwindigkeitsprofile. Fügt man einzelne mit dieser Methode gewonnene Profile zu einem Zirkulationssystem zusammen, kann man nicht davon ausgehen, daß so elementare Anforderungen wie z.B. die Einhaltung der Kontinuitätsgleichung ad hoc erfüllt sind. Auch gehen in die Berechnungen keine Randbedingungen ein, so daß deren Einhaltung ebenfalls nicht vorausgesetzt werden kann. Ziel dieses Abschnittes soll es sein, diese beiden erwähnten Mängel des Geschwindigkeitsfeldes zu beheben.

##### 4.1 Formulierung des Problems

Zur Erfüllung der Forderungen nach Massenerhaltung und Einhaltung der kinematischen Randbedingung sind Änderungen/Korrekturen am Geschwindigkeitsfeld anzubringen. Dabei stellt sich die Frage, ob man eine der der  $\beta$ -Spirale zugrundeliegenden dynamischen Gleichungen zusätzlich zur Kontinuitätsgleichung weiterhin exakt erfüllen will. Bisher wurde die thermische Windrelation, über die der barokline Anteil der horizontalen Geschwindigkeiten bestimmt wurde, als exakt angesehen. An verschiedenen Stellen dieser Arbeit wurde aber schon darauf hingewiesen, daß die Daten ebenso wie die aus ihnen resultierenden Dichtegradienten mit Fehler behaftet sind. Damit ergeben sich auch Fehler in den Geschwindigkeitskomponenten. Änderungen an der vertikalen Struktur der Geschwindigkeiten sind somit in einem gewissen Maße durchaus zulässig. Dies gilt ebenso für die Vertikalgeschwindigkeit, die in der  $\beta$ -Spiralen Methode mit Hilfe der Vorticitybalance bestimmt wird. Änderungen

sind somit an jedem Punkt für jede der drei Geschwindigkeitskomponenten zulässig. Diese müssen allerdings so gering sein, daß das Geschwindigkeitsfeld, von dem ausgegangen wird, möglichst gut wiedergegeben wird. Außerdem sollten sich die Korrekturen in einem durch die Fehlergrenzen der Daten gegebenen Rahmen bewegen.

Ziel dieses Kapitels ist es also ein divergenzfreies Geschwindigkeitsfeld  $\underline{v} = (\underline{u}, w)$  so zu bestimmen, daß

- i) die Abweichungen des Feldes von einem vorgegebenen Geschwindigkeitsfeld  $\underline{v}^*$  minimal sind.

$$(4.1) \quad \iiint |\underline{v} - \underline{v}^*|^2 dV = \min.$$

- ii) das Geschwindigkeitsfeld die kinematische Randbedingung erfüllt.

$$(4.2) \quad \begin{aligned} w &= 0 && \text{für } z = 0 \\ w &= -\underline{u} \cdot \nabla H && \text{für } z = -H \end{aligned}$$

Das hierbei vorgegebene Geschwindigkeitsfeld  $\underline{v}^*$  wird in Abschnitt 4.4 näher spezifiziert werden.

Die oben angesprochene Minimierung stellt ein Variationsproblem dar. Die allgemeine Variationsaufgabe

$$(4.3) \quad \iiint F(\psi, \psi_\lambda, \psi_\phi, \psi_r) r^2 \cos\phi \, dr \, d\lambda \, d\phi = \min.$$

führt zu der Eulerschen Differentialgleichung

$$(4.4) \quad \frac{\partial}{\partial \psi} F - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial \psi_r} F - \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial \psi_\lambda} F - \frac{1}{\cos\phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos\phi \frac{\partial}{\partial \psi_\phi} F = 0$$

mit  $\psi_r = \frac{\partial}{\partial r} \psi$ ;  $\psi_\lambda = \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi$ ;  $\psi_\phi = \frac{\partial}{\partial \phi} \psi$ . Diese sind mit den folgenden Randbedingungen zu lösen:

auf dem Teil des Randes, auf dem keine Variation von  $\psi$  erlaubt sein soll (= geschlossener Rand), wird ein bestimmter Wert  $\psi_0$  fest vorgegeben;

auf dem Teil des Randes, auf dem eine Variation von  $\psi$  zugelassen wird (= freier, offener Rand), muß die normal zum Rand gerichtete Komponente des Vektors  $\underline{b}$  verschwinden.  $\underline{b}$  ist



dabei wie folgt definiert:

$$(4.5) \quad \underline{b} = \left\{ r \cos\phi \frac{\partial}{\partial \psi_\lambda} F ; r \frac{\partial}{\partial \psi_\phi} F ; \frac{\partial}{\partial \psi_r} F \right\} ,$$

die einzelnen Komponenten von  $\underline{b}$  sind dabei der Reihe nach in  $\lambda$ -,  $\phi$ - bzw.  $r$ -Richtung (natürliche Randbedingung des Variationsproblems).

Beinhaltet  $F$  mehrere unbekannte Funktionen  $\psi_i$ , so ist die Variation für jedes  $\psi_i$  separat durchzuführen. Entsprechend erhält man mehrere Differentialgleichungen mit den dazu gehörenden Randbedingungen. Näheres hierzu kann man in der einschlägigen Literatur (z.B. Courant & Hilbert, 1968) finden.

Die Rechnungen dieses Kapitels werden in Kugelkoordinaten durchgeführt, was auf Grund der Ausdehnung des zu betrachtenden Gebiets notwendig ist. Auch bietet sich dieses Koordinatensystem förmlich an, da die Daten auf einem geographischen  $1^\circ \times 1^\circ$ -Gitter gegeben sind.

#### 4.2 Vektorpotential

Für ein divergenzfreies Vektorfeld  $\underline{v}$  existiert immer ein anderes Feld  $\underline{\Psi}$  (Vektorpotential von  $\underline{v}$ ), so daß gilt:

$$(4.6a) \quad \underline{v} = \nabla \times \underline{\Psi} .$$

Mit  $\underline{\Psi} = (\psi_1; \psi_2; \psi_3)$  läßt sich die gesuchte divergenzfreie Geschwindigkeit also als

$$(4.6b) \quad \underline{v} = \left\{ -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_3 ; \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_1 - \frac{1}{r \cos\phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_3 ; \right. \\ \left. - \frac{1}{r \cos\phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos\phi \psi_1 + \frac{1}{r \cos\phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 \right\}$$

darstellen. Damit verschiebt sich das Problem auf die Bestimmung des Vektorpotentials  $\underline{\Psi}$ . Setzt man (4.6b) in (4.1) ein, so erhält die Funktion  $F$  des Variationsproblems die folgende Gestalt:

$$(4.7) \quad F = \left[ -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_3 - u^* \right]^2 + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_1 - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_3 - v^* \right]^2 + G \left[ -\frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1 + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 - w^* \right]^2$$

Dabei sind die  $\psi_i$ ,  $i=1,3$  die Komponenten des Vektorpotentials in  $\lambda$ -,  $\phi$ - bzw.  $r$ -Richtung und  $u^*$ ,  $v^*$  sowie  $w^*$  die entsprechenden Komponenten des vorgegebenen Geschwindigkeitsfeldes  $\underline{v}^*$ . Vor dem  $w$ -Term wurde ein Gewichtungsfaktor  $G$  eingeführt, um die unterschiedlichen Größenordnungen der einzelnen Terme zu berücksichtigen. Führt man nun die Variation des Integrals (4.1) durch, erhält man ein System von drei gekoppelten Differentialgleichungen zur Bestimmung der Komponenten des Vektorpotentials :

$$(4.8a) \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} G \frac{1}{\cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1 + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \psi_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} G \left( \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 \right) + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial r} \psi_3 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v^* - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} G w^*$$

$$(4.8b) \quad \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} G \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \psi_2 = \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} G \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{\partial}{\partial r} \psi_3 + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} G w^* - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r u^*$$

$$(4.8c) \quad \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \psi_2 + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_3 = \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_1 + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_2 \right) - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} v^* + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi u^*$$

mit den entsprechenden Randvektoren

$$(4.9a) \quad \underline{b}_1 = \left\{ 0 ; G \left( \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1 - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 + w^* \right) ; \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_1 - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_3 - v^* \right) \right\}$$

$$(4.9b) \quad \underline{b}_2 = \left\{ G \left( \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1 - w^* \right) ; 0 ; \right. \\ \left. \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_2 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_1 + u^* \right) \right\}$$

$$(4.9c) \quad \underline{b}_1 = \left\{ \left( \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_1 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \psi_1 + v^* \right) ; \right. \\ \left. \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_1 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_2 - u^* \right) ; 0 \right\}$$

für die offenen Ränder. Auf den geschlossenen Rändern, auf denen keine Variation von  $\psi_1$  zugelassen wird, gilt

$$(4.10) \quad \psi_1 = \text{konst.} \equiv 0$$

Hat man mit diesen Bedingungen das Vektorpotential  $\underline{H}$  bestimmt, erhält man das gesuchte divergenzfreie Geschwindigkeitsfeld mit Hilfe der Gleichung (4.6). Was an dieser Stelle noch offen ist, ist die Frage nach der kinematischen Randbedingung (4.2). Es ist leicht einzusehen, daß diese auf Grund der Randbedingung (4.10) für das resultierende Geschwindigkeitsfeld automatisch erfüllt ist: Wegen (4.10) gelten die folgenden Beziehungen zwischen den Bodenneigungen und den Komponenten des Vektorpotentials:

$$(4.11a) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} H = \left( \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1 \right) / \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \phi_1 \right)$$

$$(4.11b) \quad \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} H = \left( \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 \right) / \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \phi_2 \right)$$

$$(4.11c) \quad \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_1 \right) \left( \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} H \right) = \left( \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 \right) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} H \right)$$

Setzt man dies ebenso wie die Definition der Geschwindigkeitskomponenten (4.6b) in die Randbedingung für den Boden ein, erkennt man, daß diese identisch erfüllt ist. Analoges gilt für die Oberfläche  $z=0$ .

Die Forderungen am offenen Rand, daß die entsprechende Komponente der Randvektoren  $\underline{b}_1$  normal zu diesem Rand verschwinden soll, ist physikalisch gleichbedeutend mit der Forderung, daß hier die Geschwindigkeitskomponente parallel zum Rand erhalten bleibt.

### 4.3 Projektive Separation

Einen etwas anderen Zugang zur Bestimmung des Vektorpotentials erhält man mit der folgenden Überlegung: Aus der Darstellung (4.6b) ist ersichtlich, daß man den Vektor  $\underline{v}$  in drei Teilvektoren aufspalten kann, die jeweils in einer der drei Koordinatenebenen liegen und nur durch eine Komponente des Vektorpotentials beschrieben werden (projektive Separation):

$$(4.12) \quad \underline{v} = \underline{v}_1 + \underline{v}_2 + \underline{v}_3$$

mit

$$(4.13a) \quad \underline{v}_1 = \left\{ 0 ; \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_1 ; - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1 \right\}$$

$$(4.13b) \quad \underline{v}_2 = \left\{ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_2 ; 0 ; \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 \right\}$$

$$(4.13c) \quad \underline{v}_3 = \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_3 ; - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_3 ; 0 \right\}$$

Dabei ist jeder dieser drei Teilvektoren für sich selbst divergenzfrei,  $\nabla \cdot \underline{v}_i = 0$ , und die einzelnen Komponenten  $\psi_i$  des Vektorpotentials fungieren als 'Stromfunktion' für den entsprechenden Vektor. Somit ist eine Aufspaltung des Variationsproblems in drei Teilprobleme möglich. Diese Methode wurde von Zimmermann (1984) erfolgreich für ein globales Windfeld verwendet.

Führt man die Minimierung für die einzelnen Teilvektoren durch, so erhält man als Differentialgleichungen zur Bestimmung der Komponenten des Vektorpotentials:

$$(4.14a) \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \psi_1 + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{G}{\cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1 =$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_1^* - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} G w_1^*$$

$$(4.14b) \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \psi_2 + \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} G \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2 =$$

$$\frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} G w_2^* - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r u_2^*$$

$$(4.14c) \quad \frac{1}{r^2 \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_3 + \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \psi_3 =$$

$$\frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi u_3^* - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} v_3^* ,$$

wobei die  $\underline{v}_i^*$  die ersten Schätzungen (Vorgaben) der entsprechenden Teilvektoren  $\underline{v}_i$  sind. Setzt man

$$v_1^* = v^* + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_3 \quad ; \quad w_1^* = w^* - \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \psi_2$$

$$u_2^* = u^* - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \psi_3 \quad ; \quad w_2^* = w^* + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \cos \phi \psi_1$$

$$u_3^* = u^* + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_2 \quad ; \quad v_3^* = v^* - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \psi_1$$

für diese Schätzungen, wird das Gleichungssystem (4.14) identisch mit dem System (4.8). Analog gilt dies auch für die in diesem Fall resultierenden Randvektoren  $\underline{b}_i$ , die aus diesem Grund hier nicht explizit angegeben werden.

Ein Nachteil des Gleichungssystems (4.14) ist, daß es keine klaren Kriterien gibt, in welcher Reihenfolge die einzelnen Gleichungen zu lösen sind, und wie die Schätzungen für die Teilvektoren  $\underline{v}_i^*$  dabei aus dem gegebenen Geschwindigkeitsfeld heraus vorzugeben sind. Die hier dargestellte Sicht des Problems liefert aber einige nützliche Hinweise zur Lösung des Systems (4.8).

#### 4.4 Lösungsformalismus

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein massenerhaltendes (divergenzfreies) Geschwindigkeitsfeld für den Nordatlantik zu bestimmen. Eine erste Schätzung dieses Geschwindigkeitsfeldes ist im wesentlichen durch das mit der  $\beta$ -Spiralen Methode gewonnene geostrophische Feld  $\underline{v}^\beta$  gegeben. In diesem ist der windbedingte Anteil  $\underline{v}^E$  (Ekmandrift), der sich auf den oberflächennahen Bereich der Wassersäule konzentriert, nicht enthalten. Man kann aber nur davon ausgehen, daß das aus beiden Anteilen zusammengesetzte Gesamtfeld divergenzfrei ist. Deshalb wird die Ekmandrift mit berücksichtigt,

indem der Ekmantransport  $\underline{M}^E = (\tau^y; -\tau^x)/f$  gleichmäßig auf die obersten 50m der Wassersäule verteilt wird. Hier ist  $\underline{\tau} = \{\tau^x; \tau^y\}$  die dem Atlas von Isemer & Hasse (1985) entnommene Windschubspannung. Die zur Ekmandrift gehörende Vertikalgeschwindigkeit wird in diesem Geschwindigkeitsfeld nicht berücksichtigt. Statt dessen wird durch die Wahl des Gewichtsfaktors in Oberflächennähe dafür gesorgt, daß sich in diesem Bereich die Vertikalgeschwindigkeit auf das gegebene horizontale Geschwindigkeitsfeld einstellt, d.h. daß sie sich hier im wesentlichen aus der Kontinuitätsgleichung bestimmt. Nähere Einzelheiten zur Wahl des Gewichtsfaktors findet man weiter hinten.

Die erste Schätzung des Geschwindigkeitsfeldes für den Nordatlantik setzt sich also aus dem geostrophischen Anteil und der Ekmandrift zusammen,

$$(4.15) \quad \underline{v}^* = \underline{v}^B + \underline{v}^E$$

Zur Bestimmung des zugehörigen Vektorpotentials  $\underline{v}$  wird das Gleichungssystem (4.8) mit den entsprechenden Randvektoren (4.9) für die offenen Ränder benutzt. Als offene Ränder werden hierbei der südliche Rand des Nordatlantik bei 5°N, der nördliche Rand auf der Linie Grönland-Island-Britische Inseln bei etwa 64°N sowie am westlichen Rand der Antillenbogen mit der Küste Floridas (bis ca. 30°N) betrachtet. Die Karibik wird in diesen Rechnungen ausgeklammert, da sie durch zu wenig Gitterpunkte abgedeckt ist, um eine vernünftige Lösung zu liefern. Alle anderen Ränder werden als geschlossen angesehen, d.h. auf ihnen gilt (4.10).

Die  $\psi_1$  werden iterativ bestimmt, dabei wird wie folgt vorgegangen: Da die großräumige, mittlere Zirkulation des Ozeans im wesentlichen schon horizontal divergenzfrei ist (0-te Ordnung der quasi-geostrophischen Approximation; siehe z.B. Veronis (1981)), wird ausgehend von  $\psi_1 \equiv 0$  zuerst  $\psi_1$  mit Hilfe von Gleichung (4.8c) bestimmt. Damit ist der wesentliche, divergenzfreie Anteil der Horizontalgeschwindigkeit festgelegt. Dann wird mittels Gleichung (4.8b)  $\psi_2$  berechnet, wobei die eben gewonnene Lösung für  $\psi_1$  eingesetzt wird. Als letztes wird  $\psi_1$  aus Gleichung (4.8a) berechnet ( $\psi_1, \psi_2$  sind hierbei bekannt). Der zweite Durchgang beginnt wieder mit (4.8c), wo-

bei immer die neuesten  $\psi_1$  eingesetzt werden. Ein dritter Durchgang wird nicht mehr durchlaufen, da die Rechnungen gezeigt haben, daß dieser keine wesentliche Änderung des Ergebnisses mehr bringt. Durch dieses Vorgehen, das der Betrachtungsweise der projektiven Separation entspricht, kann jede der im Prinzip dreidimensionalen Differentialgleichungen als ein Satz zweidimensionaler Gleichungen behandelt werden. Diese werden mit Hilfe eines ADI-Verfahrens (alternating direction implicit), wie es z.B. bei Marsal (1976) beschrieben ist, numerisch gelöst. Dazu werden die Gleichungen in der üblichen Weise diskretisiert, d.h. die Ableitungen werden durch zentrale Differenzenquotienten approximiert. Außerdem wird die Flachwasserapproximation eingeführt, die beinhaltet, daß  $r$  an den Stellen, an denen es als Faktor auftritt durch  $R$  (=Erdradius) ersetzt wird. Die Relaxationsparameter der einzelnen ADI-Zyklen werden entsprechend dem bei Marsal (1976) angegebenen Formalismus festgelegt. Dabei besteht ein Zyklus aus zehn Iterationen. Die Iteration zur Lösung der einzelnen Differentialgleichung wird abgebrochen, d.h. die Lösung wird als befriedigend angesehen, wenn der Betrag des verbleibenden Residuums der Gleichung kleiner als 1/100 des Betrages der inhomogenen Seite ist. Dies ist in den meisten Fällen nach spätestens zwei bis drei Zyklen der Fall.

Eine Frage, die an dieser Stelle noch offen ist, ist die nach der Wahl des Gewichtungsfaktors  $G$  in den Gleichungen (4.8a,b). Wie schon erwähnt ist der Sinn dieses Faktors, die unterschiedlichen Größenordnungen der einzelnen Terme in Gleichung (4.7) auszugleichen und damit die Korrekturen am Geschwindigkeitsfeld möglichst gleichmäßig auf alle drei Komponenten zu verteilen. Je größer der Faktor wird, desto geringer sind die Abweichungen zwischen ursprünglichem und korrigiertem  $w$ -Profil. Der gegenteilige Effekt tritt entsprechend bei den  $u$ - und den  $v$ -Profilen auf.

Den Ausführungen bei Marsal (1976) kann man entnehmen, daß für das optimale Funktionieren des ADI-Verfahrens im vorliegenden Fall die folgende Bedingung erfüllt sein sollte:

$$(4.16) \quad 0.1 \leq G \left( \frac{\Delta z}{\Delta x} \right)^2 \leq 10.0 \quad ,$$

dabei ist  $G$  der Gewichtungsfaktor,  $\Delta x$  ( $= R \Delta \phi$  bzw.  $R \Delta \lambda \cos \phi$ ) der

horizontale Gitterabstand und  $\Delta z$  der vertikale. Der maximale Wert für  $G$ , der sich daraus ergibt, ist

$$(4.17) \quad G = 10 \left( \frac{\Delta x}{\Delta z} \right)^2$$

Der Gewichtungsfaktor wird damit vertikal abhängig und variiert von  $10^9$  an der Oberfläche ( $\Delta z=10\text{m}$ ) über  $10^7$  in mittleren Tiefen ( $\Delta z=100\text{m}$ ) bis  $4 \cdot 10^5$  in den Tiefen unterhalb von 2000m ( $\Delta z=500\text{m}$ ), wenn man für  $\Delta x$  die horizontale Gitterdistanz von 100km zugrundelegt. Von diesem vertikalen Profil des Gewichtungsfaktors muß aber in der Nähe der Oberfläche abgewichen werden. Ein Gewichtungsfaktor von  $10^9$ , wie ihn (4.17) vorschreibt, würde hier bewirken, daß sich im wesentlichen das horizontale Geschwindigkeitsfeld der vorgegebenen Vertikalgeschwindigkeit anpaßt. Das steht aber im Widerspruch zu der kinematischen Randbedingung  $w = 0$  an der Oberfläche, die gerade hier große Änderungen in  $w$  erfordert. Außerdem wurde die Ekmandrift zur Horizontalgeschwindigkeit der obersten 50m hinzugefügt mit der Forderung, daß sich die Vertikalgeschwindigkeit auf das horizontale Geschwindigkeitsfeld einstellt, insbesondere da in diesem Tiefenbereich die in der  $\beta$ -Spiralen Methode verwendete Vorticitybalance keine Gültigkeit besitzt und damit hier sicherlich ein falsches  $w$  vorgegeben wird. Deshalb wird dafür gesorgt, daß der Gewichtungsfaktor zur Oberfläche hin stark abnimmt. Dies führt zu der folgenden, gegenüber (4.17) modifizierten Vertikalverteilung der Gewichte:

$$(4.18) \quad G = \begin{cases} 10^k & z \geq -100\text{m} \\ 10^7 & -100\text{m} \geq z \geq -300\text{m} \\ 10 \cdot \left( \frac{\Delta x}{\Delta z} \right)^2 & -300\text{m} \geq z \end{cases},$$

dabei ist  $k$  der Index der Standardtiefen 0, 10, 20, 30, 50, 75 und 100m. Der Gewichtungsfaktor fällt bei dieser Wahl nur in den obersten 100m aus dem durch (4.16) gegebenen Rahmen.



#### 4.5 Test der Korrekturen

Nachdem die Geschwindigkeiten dahingehend korrigiert worden sind, daß sie die Kontinuitätsgleichung (3.3) und die kinematische Randbedingung (4.2) exakt erfüllen, stellt sich die Frage, inwieweit die dynamischen Annahmen, die die Grundlage der Berechnungen mit der  $\beta$ -Spiralen Methode bildeten (Geostrophie bzw. thermische Windrelation sowie Vorticitybalance) noch erfüllt sind.

Um dies für die thermische Windrelation zu überprüfen, wird folgender Weg eingeschlagen: Aus den Fehlern des Temperatur- und des Salzgehaltfeldes werden mit Hilfe einer Monte-Carlo Simulation Fehlergrenzen für die Dichtegradienten bestimmt,  $(\delta\rho_x, \delta\rho_y)$ , und in Fehlergrenzen für  $u_z$  bzw.  $v_z$  umgerechnet:

$$(4.19) \quad \delta u_z = \frac{g}{f} \delta\rho_y \quad ; \quad \delta v_z = \frac{g}{f} \delta\rho_x \quad .$$

Da die Originalprofile  $u^*$  bzw.  $v^*$  abgesehen vom Ekmananteil die Dichtegradienten exakt wiedergeben (siehe Gleichung (3.5)), werden die Vertikalableitungen der Korrekturgeschwindigkeiten  $\Delta u_z = (u-u^*)_z$  bzw.  $\Delta v_z = (v-v^*)_z$  mit diesen Fehlergrenzen verglichen.

Für den Test, inwieweit die Vorticitybalance noch erfüllt ist, wird deren Residuum

$$(4.20) \quad \epsilon = w_z - \frac{\beta}{f} v$$

mit der Fehlergrenze

$$(4.21) \quad \delta\epsilon = \frac{H \beta g}{f^2} \delta\rho_x$$

verglichen.  $H$  ist hier die Vertikalskala der Strömung, die für den Vergleich als 600m angenommen wird.

Die Abbildungen 4.1 bis 4.4 zeigen diese Vergleiche an einigen ausgewählten Punkten, deren Lage in Abb. 4.5a durch Kreuze markiert ist. An den Profilen erkennt man, daß die wesentlichen Abweichungen von den eingangs gemachten dynamischen Annahmen in den obersten 2000m auftreten. Außerdem zeigt

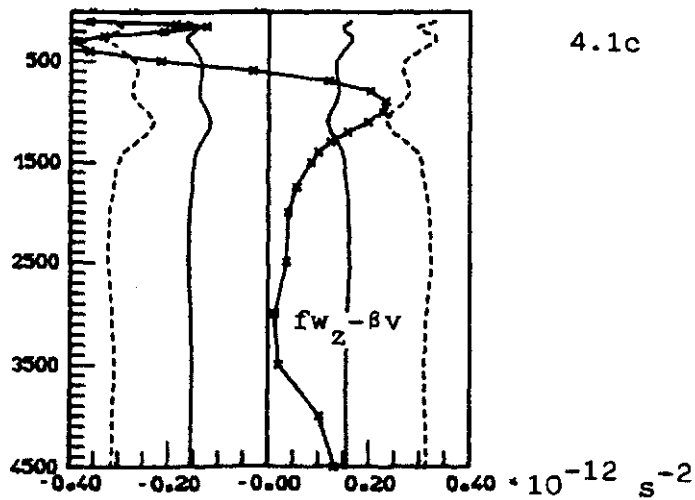
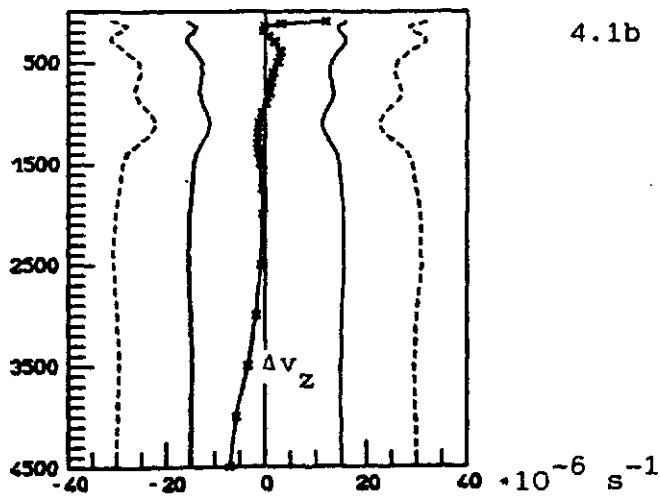
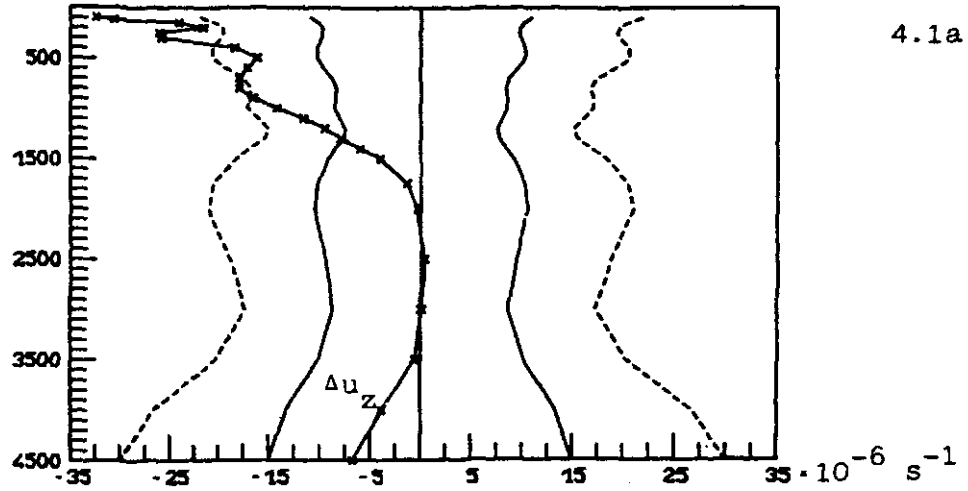


Abb. 4.1 : Profile der Vertikalableitungen der Geschwindigkeitskorrekturen: 40.5°N, 60.5°W  
—•—•— : (a)  $\Delta u_z$ , (b)  $\Delta v_z$ , (c)  $(f w_z - \beta v)$   
— : Fehlergrenze  
- - - : doppelte Fehlergrenze  
Die Lage der Profile ist in Abb. 4.5a markiert

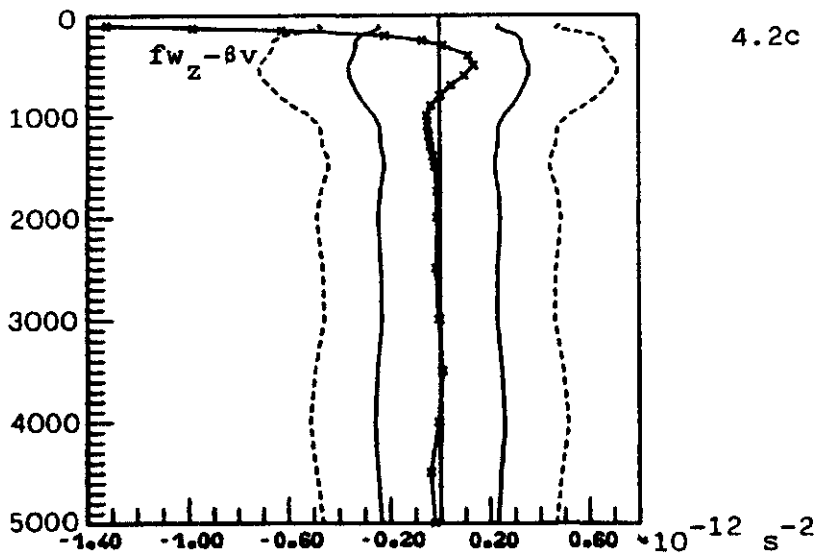
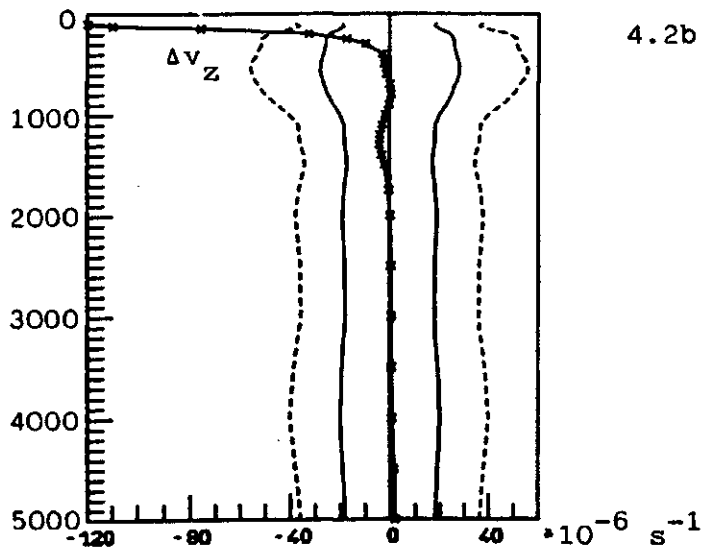
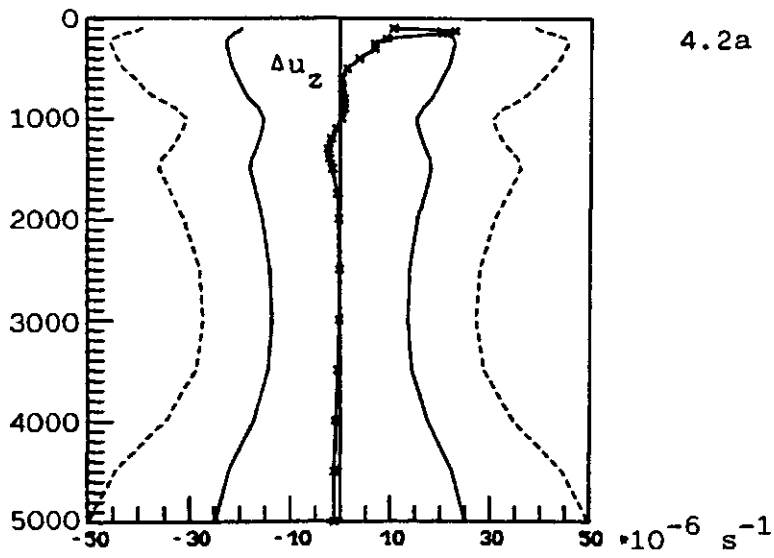


Abb. 4.2 : wie Abb. 4.1 jedoch für : 20.5°N, 54.5°W

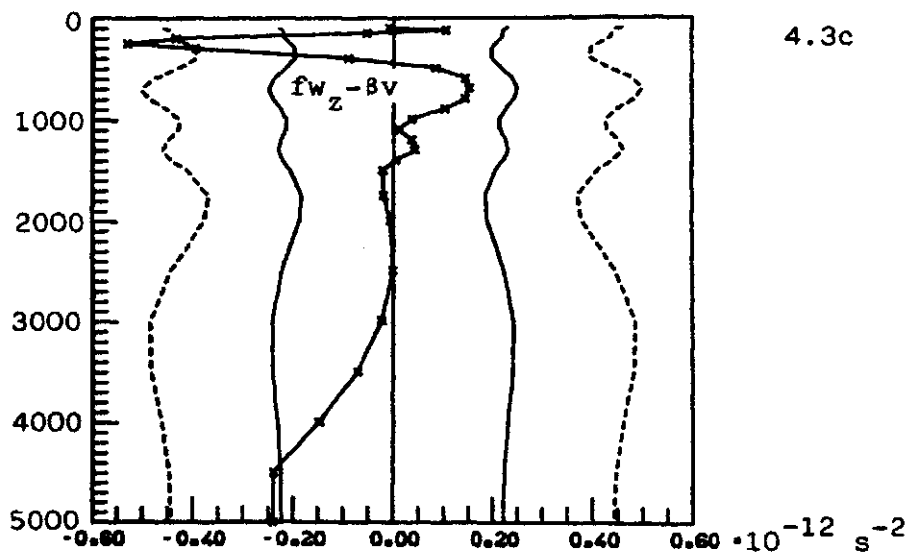
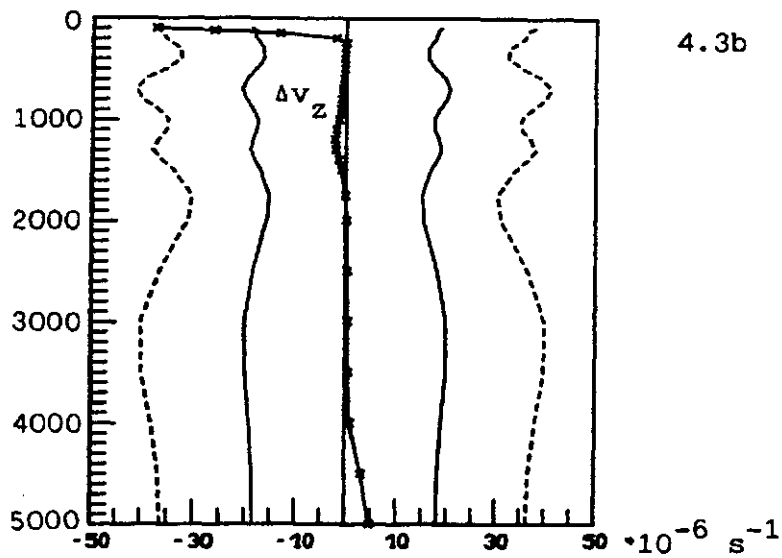
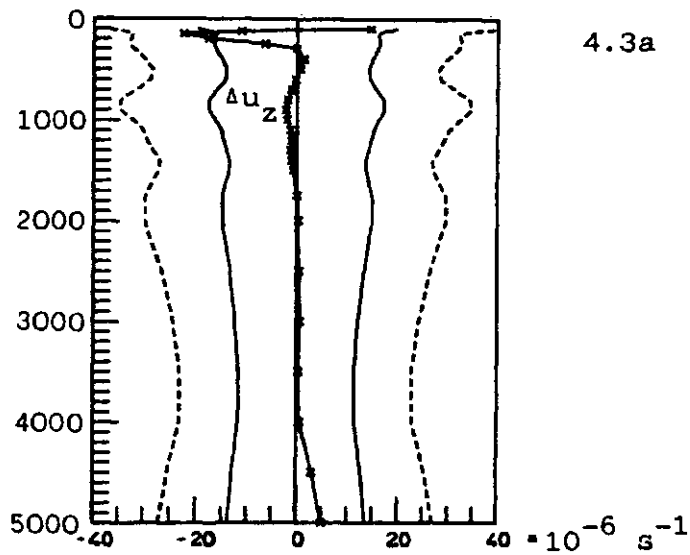


Abb. 4.3 : wie Abb. 4.1 jedoch für : 27.5°N, 32.5°W

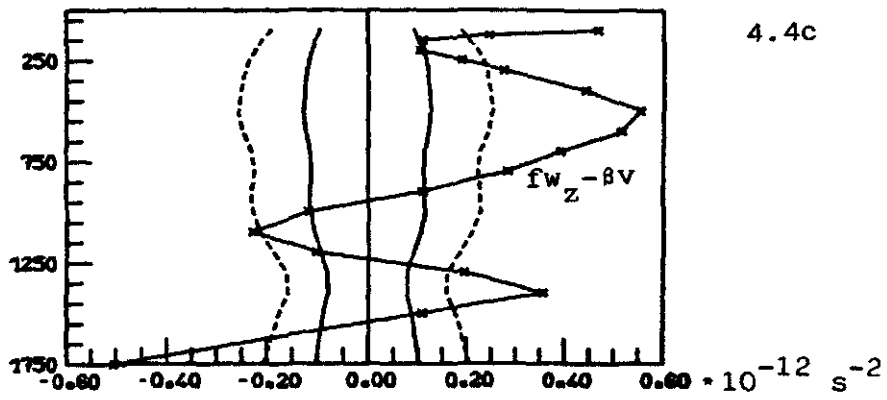
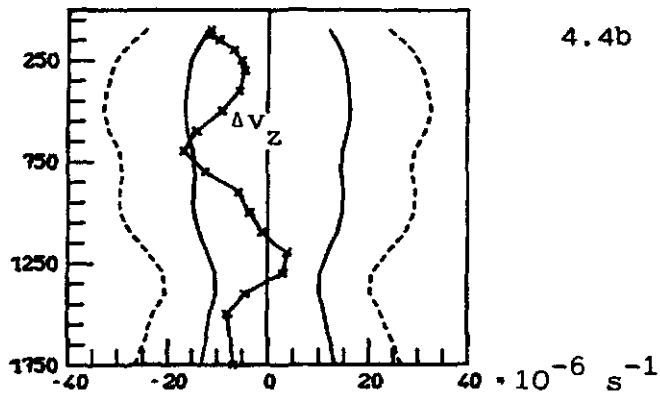
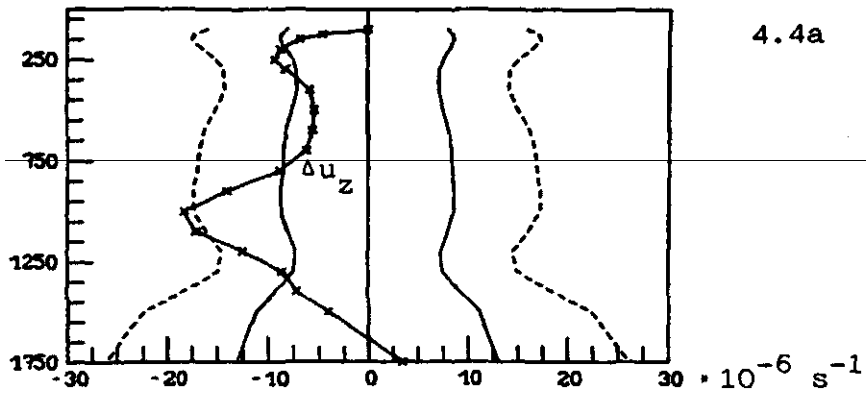


Abb. 4.4 : wie Abb. 4.1 jedoch für : 55.5°N, 20.5°W

der Vergleich der Profile untereinander, daß im Bereich des Golfstroms (Abb. 4.1) und des Nordatlantischen Stroms (Abb. 4.4) gemessen an den Fehlergrenzen größere Abweichungen von der thermischen Windrelation auftreten als an den anderen Punkten. Auch das Residuum der Vorticitybalance hat in diesen Bereichen die größten Werte.

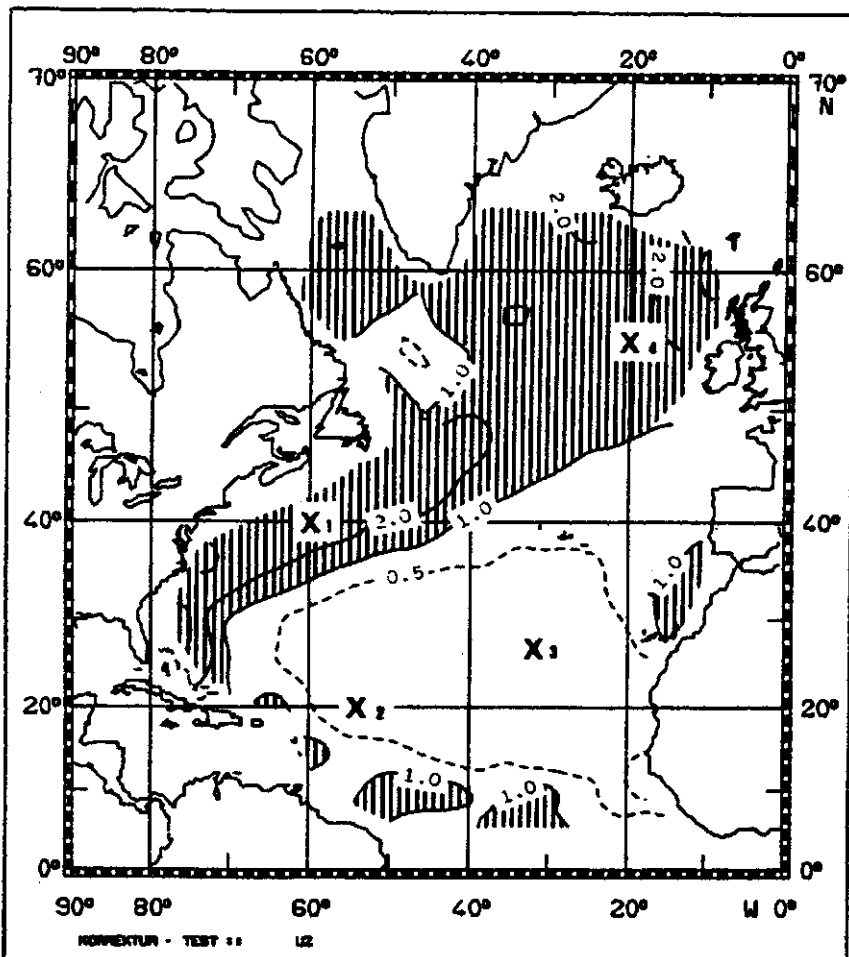
Um einen besseren Überblick über die horizontale Verteilung zu erhalten, wird das vertikale Mittel der mit den Fehlergrenzen normierten Korrekturen bzw. des normierten Residuums betrachtet:

$$(4.22a) \quad \overline{\Delta u_z} = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \frac{|\Delta u_z|}{\delta u_z} dz'$$

$$(4.22b) \quad \overline{\Delta v_z} = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \frac{|\Delta v_z|}{\delta v_z} dz'$$

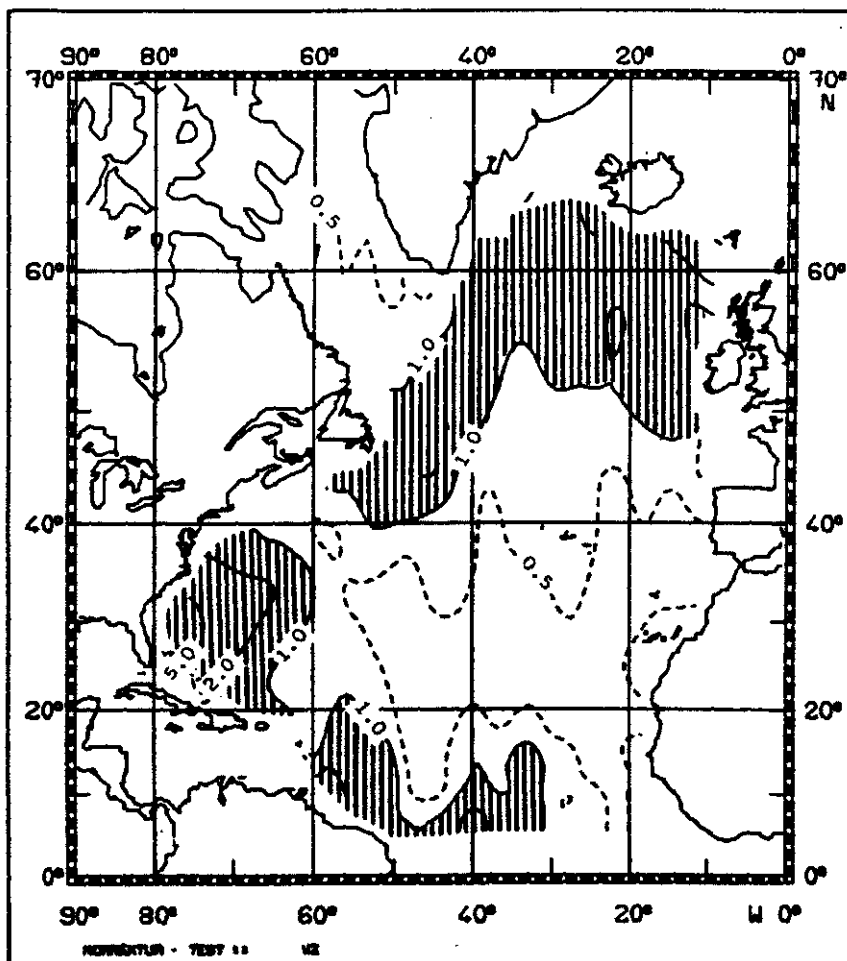
$$(4.22c) \quad \overline{\epsilon} = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \frac{|\epsilon|}{\delta \epsilon} dz' .$$

Diese Form wurde gewählt, da man nicht davon ausgehen kann, daß die Korrekturen bzw. das Residuum einer Normalverteilung folgen. Die Größen sind in Abb. 4.5 für  $z_1 = -2000\text{m}$  und  $z_2 = -100\text{m}$  dargestellt. In diesem oberen Tiefenbereich sind die Korrekturen hauptsächlich zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung (3.3) notwendig. Man erkennt, daß bei allen drei Größen die maximalen Werte im Bereich der stärksten Strömungen wie Golfstrom und Nordatlantischer Strom erreicht werden. Dabei sind die Korrekturen in der u-Komponente (Abb. 4.5a) stärker als in der v-Komponente (Abb. 4.5b). Dieses Verhalten, daß man die größten Abweichungen von der thermischen Windrelation in den Bereichen mit den größten Geschwindigkeiten erhält, widerspricht allerdings den Erwartungen. Bei der Minimierung des Integrals (4.1) sollten die Terme mit den größten Geschwindigkeiten den entscheidenden Beitrag leisten, d.h. hier sollten die ursprünglichen Geschwindigkeiten besonders gut wiedergegeben werden und damit auch die thermische Windrelation. Daß dies nicht der Fall ist, kann man nur mit der Inkonsistenz zwischen Kontinuitätsgleichung,  $\beta$ -Spiralen Dynamik und Dichtefeld erklären. Zumindest in den Bereichen der



4.5a

$X_1$  : Markierung  
der Profile  
Abb. 4.1-4.4

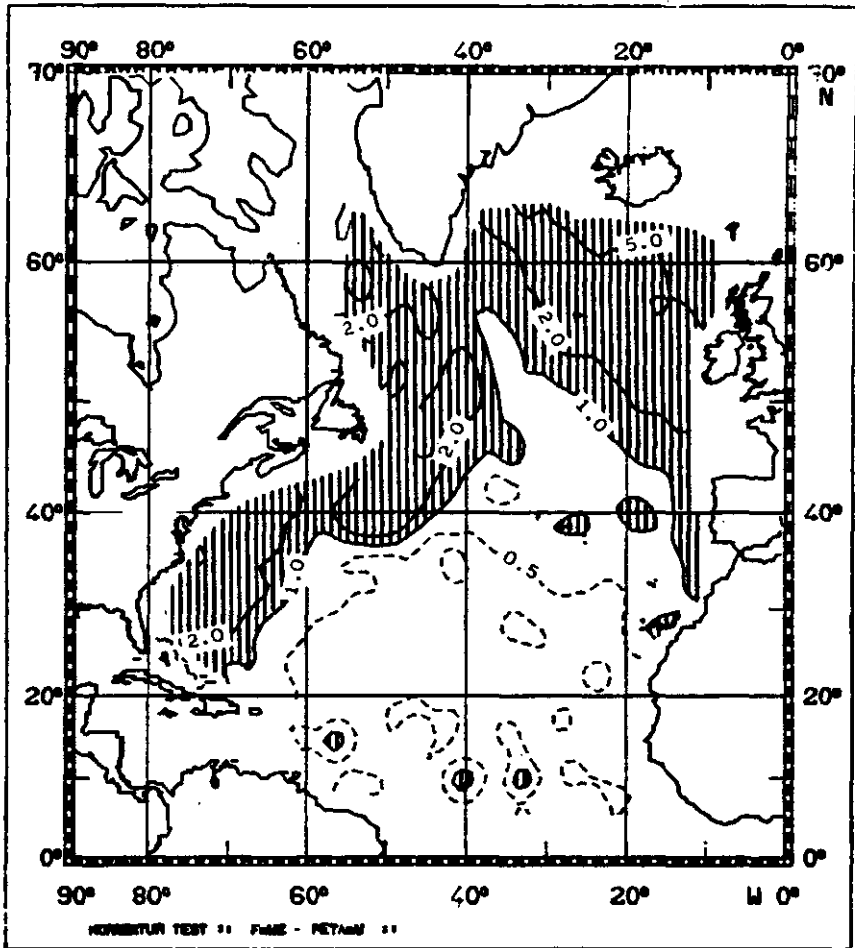


4.5b

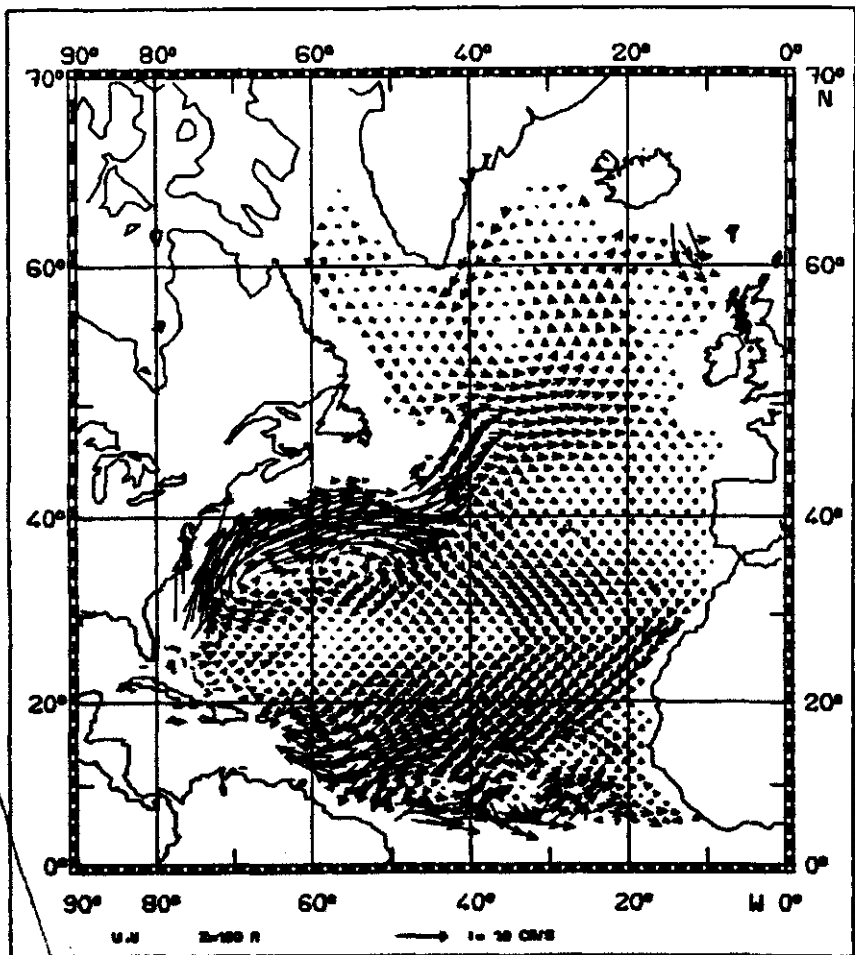
Abb. 4.5 : Korrekturtest (Gleichung: 4.22)  $-100m \geq z \geq -2000m$

(a)  $\overline{\Delta u_z}$ , (b)  $\overline{\Delta v_z}$ , (c)  $(fw_z - Bv)$

schraffiert: Werte  $\geq 1.0$



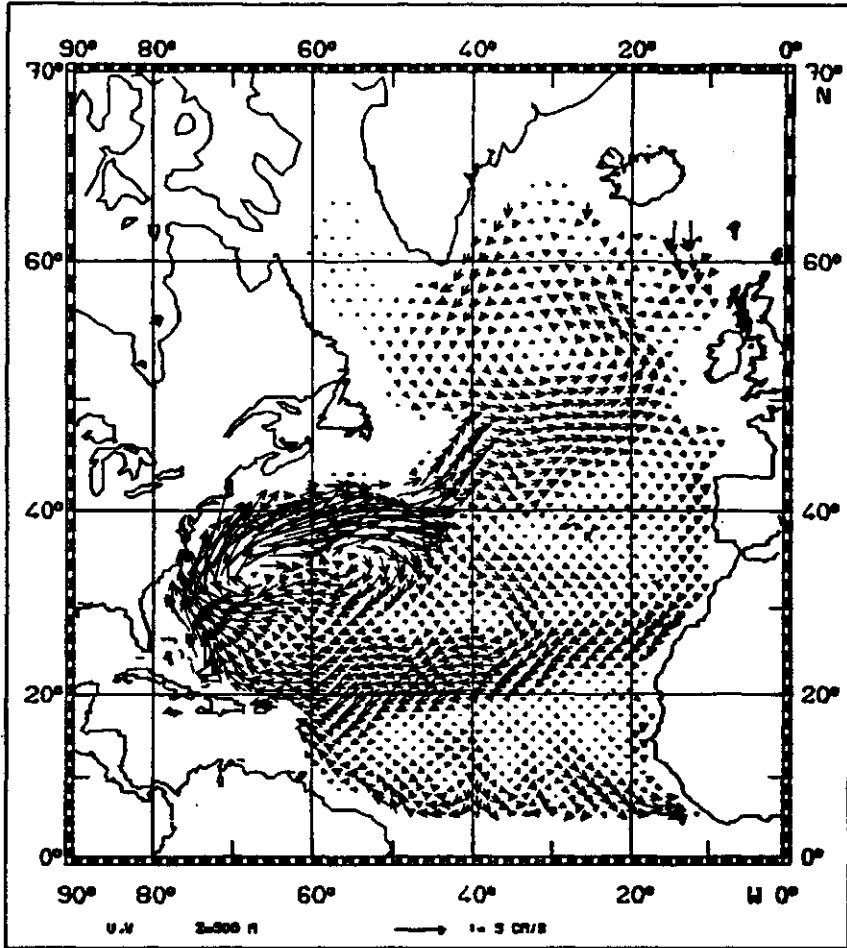
4.5c



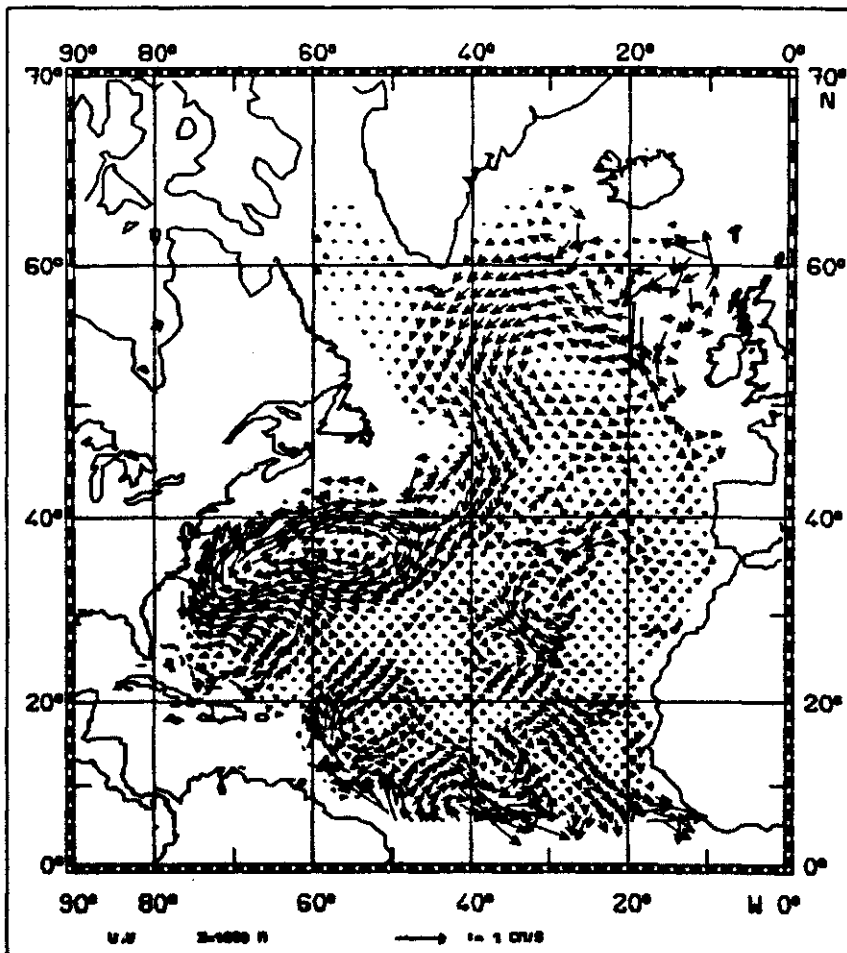
4.6a

Abb. 4.6 : Horizontalgeschwindigkeit in (a) 100m, (b) 500m, (c) 1000m, (d) 2000m und (e) 3000m Tiefe

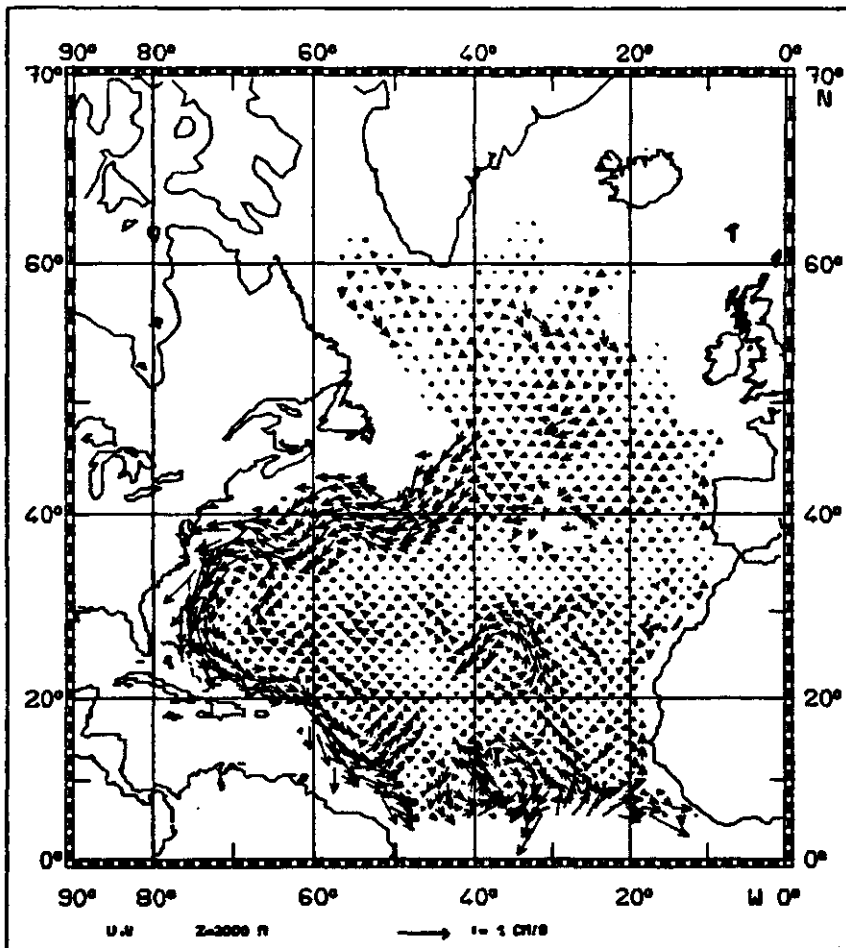




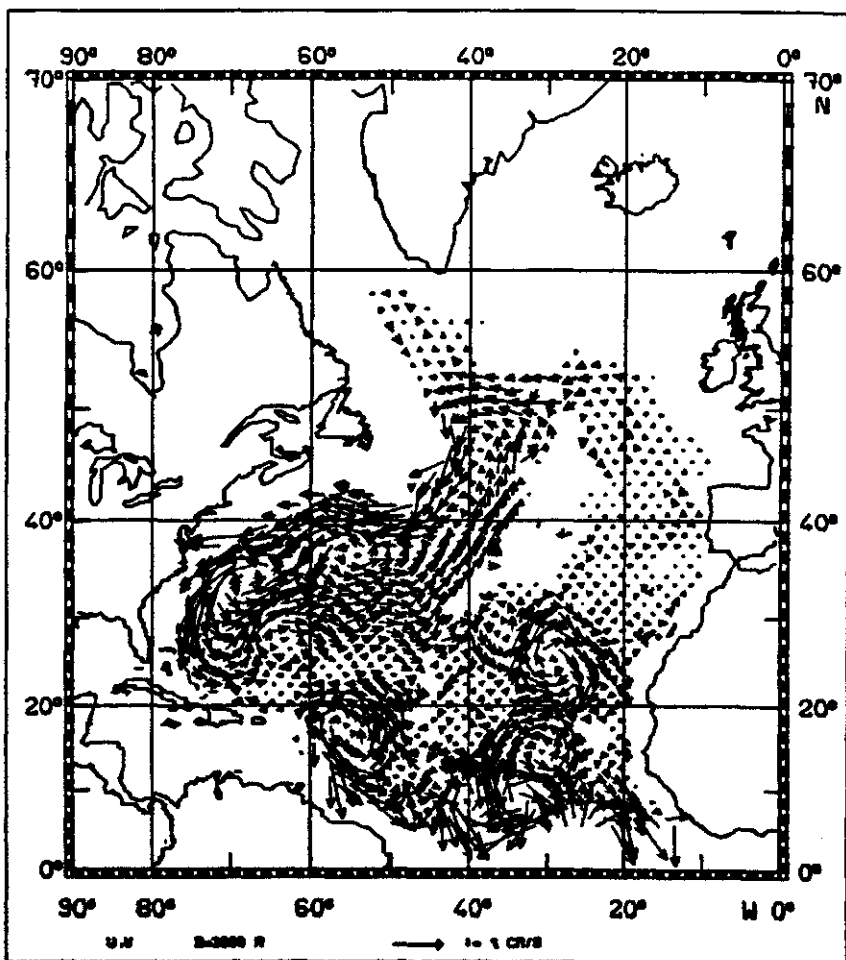
4.6b



4.6c



4.6d



4.6e

in Abb. 4.5a,b schraffierten Gebiete mit Werten größer als eins hat man nach der Korrektur kein mit der  $\beta$ -Spiralen Dynamik verträgliches Geschwindigkeitsfeld erhalten. Da der Wert 1.0 hier aber nur geringfügig überschritten wird, und der Mittelwert der Felder deutlich unter 1.0 liegt, wird das Gesamtergebnis als durchaus befriedigend angesehen. Zumindest in den eben erwähnten Regionen spielen aber zusätzliche Terme (z.B. Reibung) eine Rolle in der Impulsbalance (3.1) und sollten berücksichtigt werden, wie es bei der Vorticitybalance (3.2) bereits geschehen ist. Auf diesen Punkt wird aber an späterer Stelle noch näher eingegangen werden.

An den Profilen in Abb. 4.1 bis 4.4 erkennt man weiter, daß zusätzlich größere Abweichungen an den unteren Enden der Profile, also in der Nähe des Bodens auftreten. Diese Korrekturen sind darauf zurückzuführen, daß die kinematische Randbedingung (4.2) am Boden erfüllt werden muß. Dadurch kommt zum Ausdruck, daß bei der Analyse der Temperatur- und der Salzgehaltfelder auf solche Dinge wie z.B. Minimierung der Vertikalgeschwindigkeit am Boden keine Rücksicht genommen wurde (werden konnte).

#### 4.6 Geschwindigkeitsfelder

Die Felder der resultierenden Horizontalgeschwindigkeiten sind in den Abb. 4.6 für die Tiefen  $z = -100\text{m}$ ,  $-500\text{m}$ ,  $-1000\text{m}$ ,  $-2000\text{m}$  sowie  $-3000\text{m}$  dargestellt. Ein Vergleich der Zirkulation in  $2000\text{m}$  Tiefe (Abb. 4.6d) mit der durch die  $\beta$ -Spiralen Methode gewonnenen Zirkulation (Abb. 3.4a) zeigt, daß die Korrektur im wesentlichen eine Glättung der Horizontalgeschwindigkeiten zur Folge hat. Somit bleiben die in Abschnitt 3.5 gemachten Bemerkungen für diese Tiefe weiterhin gültig.

In den Tiefen  $z = -100\text{m}$  bis  $z = -1000\text{m}$  (Abb. 4.6a-c) ist eine breite Golfstromregion zu erkennen mit einer Rezirkulationszelle an seiner südlichen Flanke. In den oberen beiden Tiefen ( $100\text{m}$  und  $500\text{m}$ ) erkennt man bei etwa  $40^\circ\text{N}$  und  $40^\circ\text{W}$  klar eine Aufspaltung der Zirkulation in zwei Zweige: einen breiten Nordatlantischen Strom und den Azorenstrom zwischen

30°N und 40°N, die durch eine Zone mit geringen Stromgeschwindigkeiten im Iberischen Becken voneinander getrennt sind. Außerdem erkennt man in diesen Tiefen einen Wirbel bei 55°N, 35°W, der auf der südöstlichen Seite durch den Nordatlantischen Strom und auf der nordwestlichen Seite durch den Irminger Strom begrenzt wird. Der Irminger Strom mündet im 100m Niveau bei Kap Farvel in die Zirkulation der Labradorsee ein. Weiterhin ist der Nordäquatorialstrom erkennbar sowie eine Andeutung des äquatorialen Gegenstroms zwischen 5°N und 10°N. Diese beiden Strömungen sind durch einen Bereich mit geringer Geschwindigkeit getrennt, der sich mit der Tiefe nach Norden ausbreitet, so daß sich das Zentrum des Nordäquatorialstroms mit zunehmender Tiefe nordwärts verlagert und die Nord-Süd Erstreckung des subtropischen Wirbels mit der Tiefe abnimmt.

Die Tiefe  $z = -1000\text{m}$  (Abb. 4.6c) stellt sich als ein Übergang vom Zirkulationssystem der oberen Schichten in das der Tiefenzirkulation dar. Während die enge Zirkulationszelle des Golfstroms noch deutlich zu erkennen ist, zeigt sich unterhalb des Nordatlantischen Stroms eine Gegenströmung, die im Overflow-Bereich zwischen Island und den Britischen Inseln entspringt und bei 35°N, 45°W in die Golfstromzirkulation einmündet. Dabei stimmt der Verlauf dieser Strömung in seinen wesentlichen Merkmalen gut mit dem von Worthington (1970) aufgezeigten Weg des Overflow-Wassers überein. Der restliche Teil des Nordatlantik ist angefüllt mit kleinskaligen Strukturen mit Ausmaßen von 500-1000km, wie z.B. der Wirbel bei 20°N, 55°W sowie das Wirbelpaar bei 25°N, 35°W.

Die Zirkulation in 2000m Tiefe (Abb. 4.6d) ist im wesentlichen schon in Abschnitt 3.5 beschrieben worden, wobei die gute Übereinstimmung mit dem Zirkulationsschema von Defant (1941; Abb. 3.4b) hervorgehoben wurde. Die Zirkulation ist gekennzeichnet von dem Gegenstrom entlang der westlichen Berandung. Die ihm angegliederte, etwa 500km breite Rezirkulationszone zwischen 10°N und 40°N ist nach der Korrektur wesentlich deutlicher zu erkennen als vorher (siehe Abb. 3.4a). Sie besteht aus zwei Zellen, die bei etwa 20°N, 60°W getrennt sind. Die südliche Zelle findet man mit etwa der gleichen Ausdehnung auch bei Defant (Abb. 3.4b) angedeutet. Ebenfalls in Übereinstimmung mit Defant finden sich hier kleinere Regionen mit

stärkeren Strömungen an der Ostseite des Mittelatlantischen Rückens bei  $25^{\circ}\text{N}$ ,  $25^{\circ}\text{W}$  bzw.  $10^{\circ}\text{N}$ ,  $25^{\circ}\text{W}$ , deren Struktur im einzelnen nur bedingt mit der bei Defant vergleichbar ist. In dem gezeigten Bild der 2000m-Zirkulation fehlt im Gegensatz zu den Defant'schen Ergebnissen der südwärtsige Randstrom am östlichen Rand des Beckens. Dafür ergibt sich hier ein mäandrierendes Stromband bei ca.  $30^{\circ}\text{N}$ , dessen Wellenlänge etwa 1000km beträgt.

Bedingt durch den Mittelatlantischen Rücken teilt sich die Zirkulation in 3000m Tiefe (Abb. 4.6e) in die des westlichen und die des östlichen Beckens. Die Zirkulation des westlichen Beckens ist bei ca.  $25^{\circ}\text{N}$  in einen nördlichen und einen südlichen Teil getrennt. Die jeweils linksdrehenden Zirkulationszellen erfassen dabei die gesamte Beckenbreite. Im Gegensatz dazu ist das östliche Becken südlich der Kanarenschwelle (ca.  $30^{\circ}\text{N}$ ) von kleineren Wirbelstrukturen beherrscht, während der nördliche Teil nahezu in Ruhe ist.

Die oben beschriebenen Bilder der Zirkulation stimmen im großen und ganzen mit den klassischen Vorstellungen von der Zirkulation des Nordatlantik überein. Allgemein sind die Geschwindigkeiten zwar zu gering und zu stark verschmiert, die allgemeine Struktur paßt sich aber gut in die traditionellen Ergebnisse ein.

Die barokline Struktur der Strömungen kann man direkt aus der Geschwindigkeitsverteilung entlang von Vertikalschnitten, wie sie in Abb. 4.7 dargestellt sind, ablesen. Die Abbildungen zeigen jeweils die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu diesen Schnitten, so daß die Ergebnisse direkt mit den Resultaten der geostrophischen Berechnungen, die auf der Annahme eines level-of-no-motion basieren, sowie mit denen der Inversmethode von Wunsch (Wunsch, 1978; Wunsch & Grant, 1982) verglichen werden können. Aus diesem Grund wurden entsprechende existierende hydrographische Schnitte ausgewählt. Die Ausnahme davon bildet der Meridionalschnitt bei  $30^{\circ}\text{W}$ . In den meisten der Schnitte ist die Andeutung eines nahezu horizontalen level-of-no-motion zu erkennen, dessen Verteilung in mancher Hinsicht der Wahl des Referenzniveaus von Defant (1941) ähnelt: Es steigt in nord-südlicher sowie in west-östlicher Richtung an, während sich die mittlere Tiefenlage bei etwa 1000m befindet. Die Geschwindigkeitsverteilung auf den Schnitten weist allgemein eine sehr einfache Struktur auf und steht damit im Gegen-

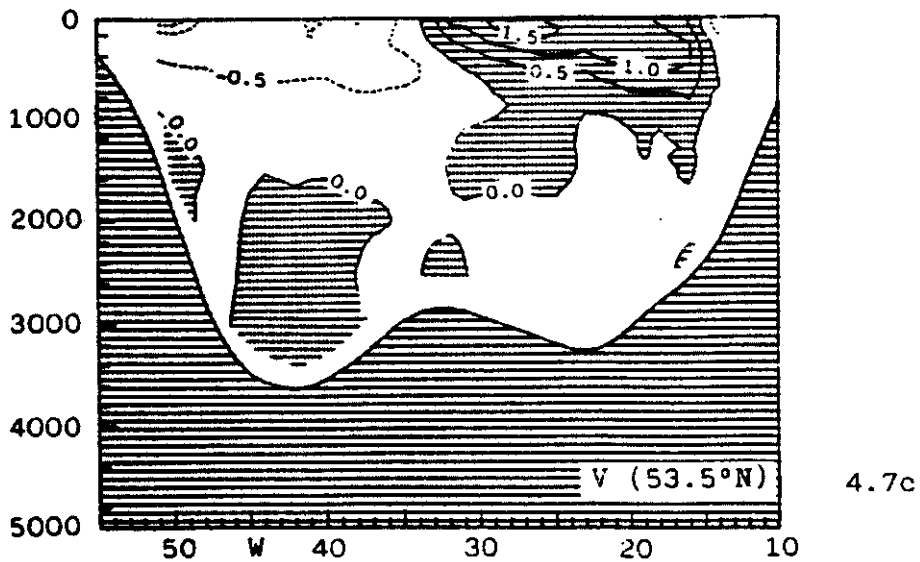
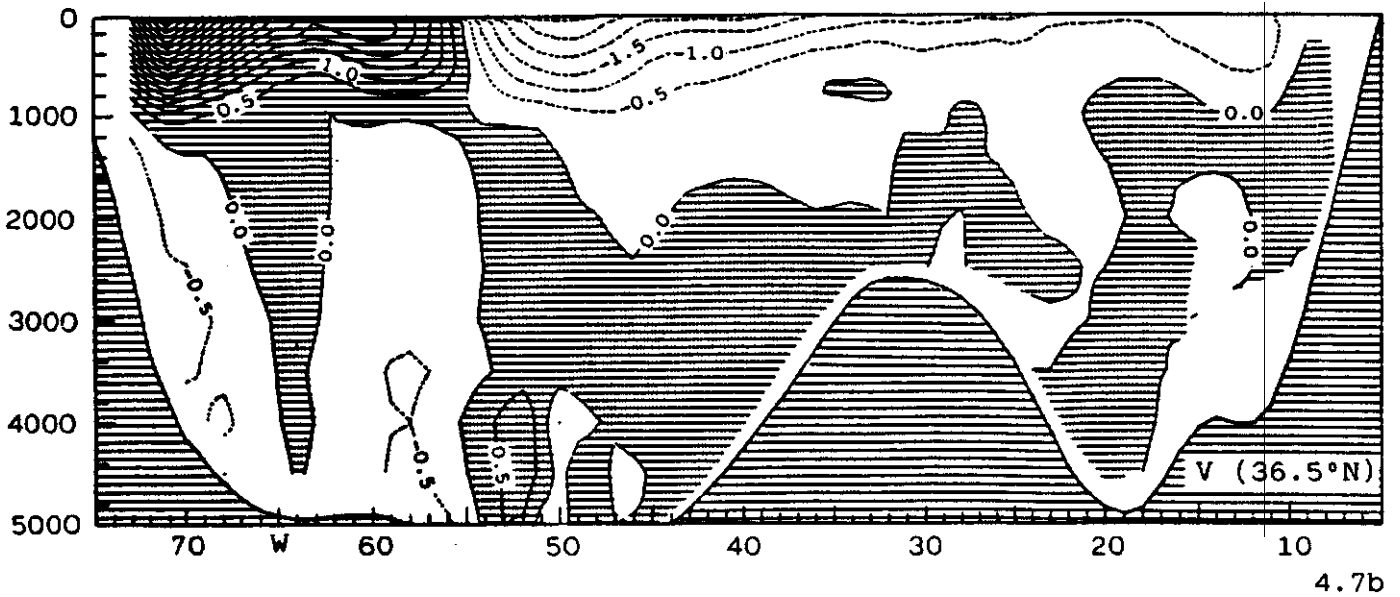
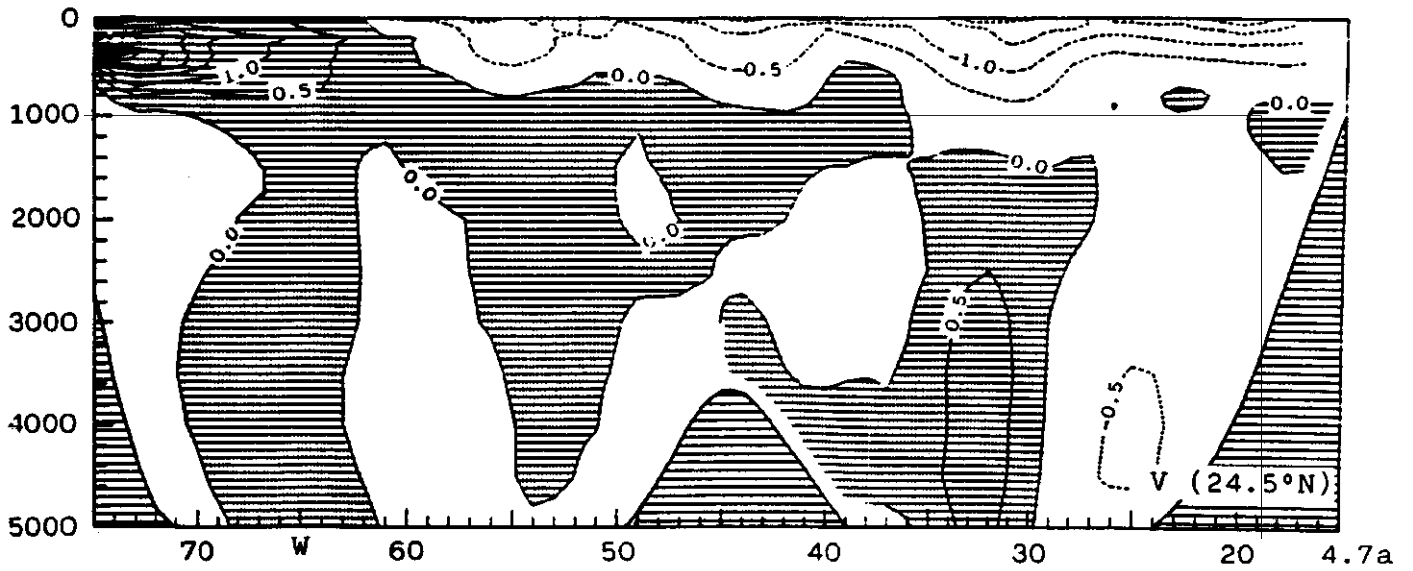
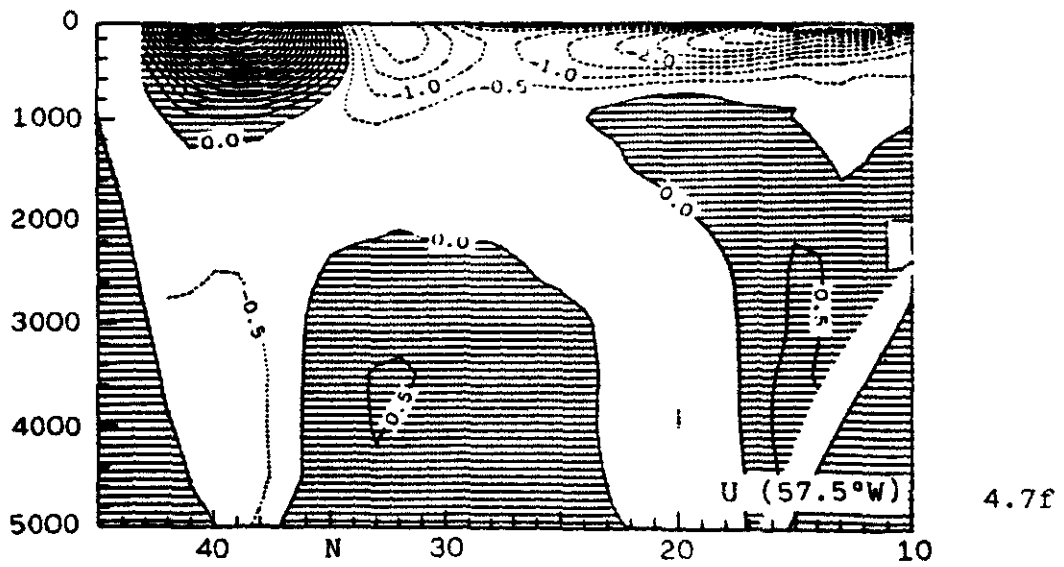
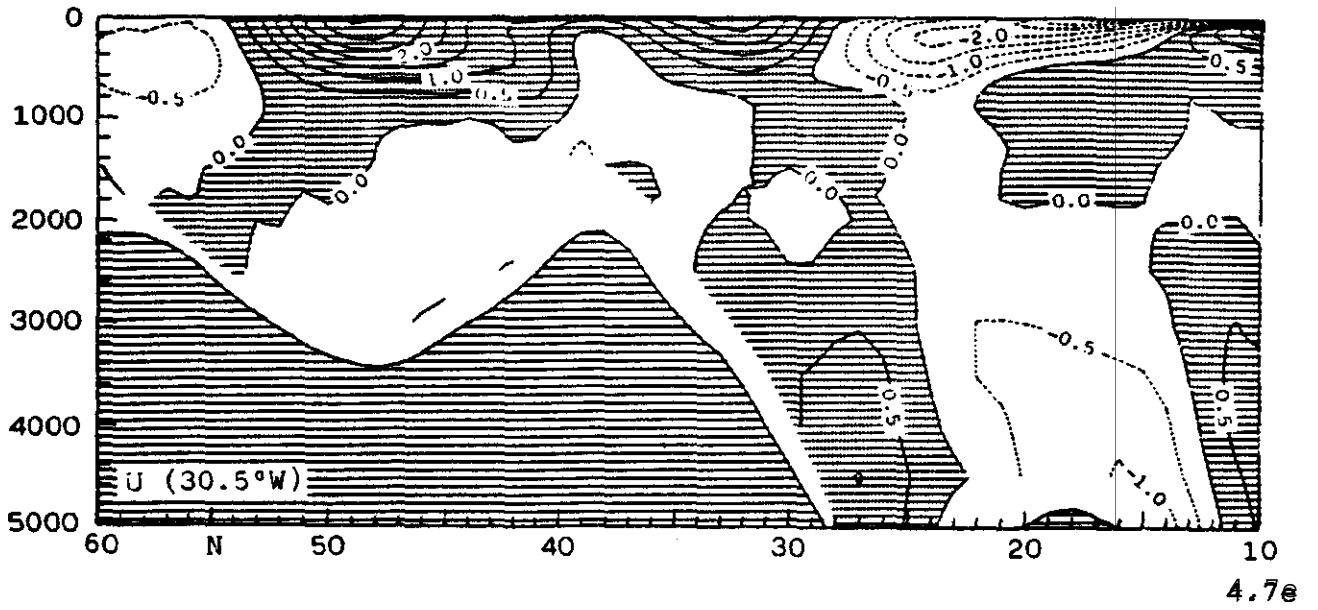
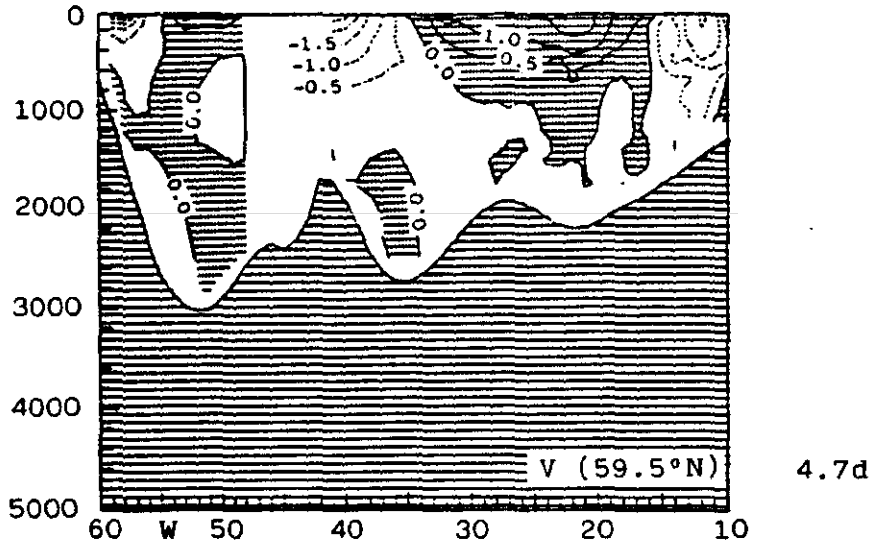


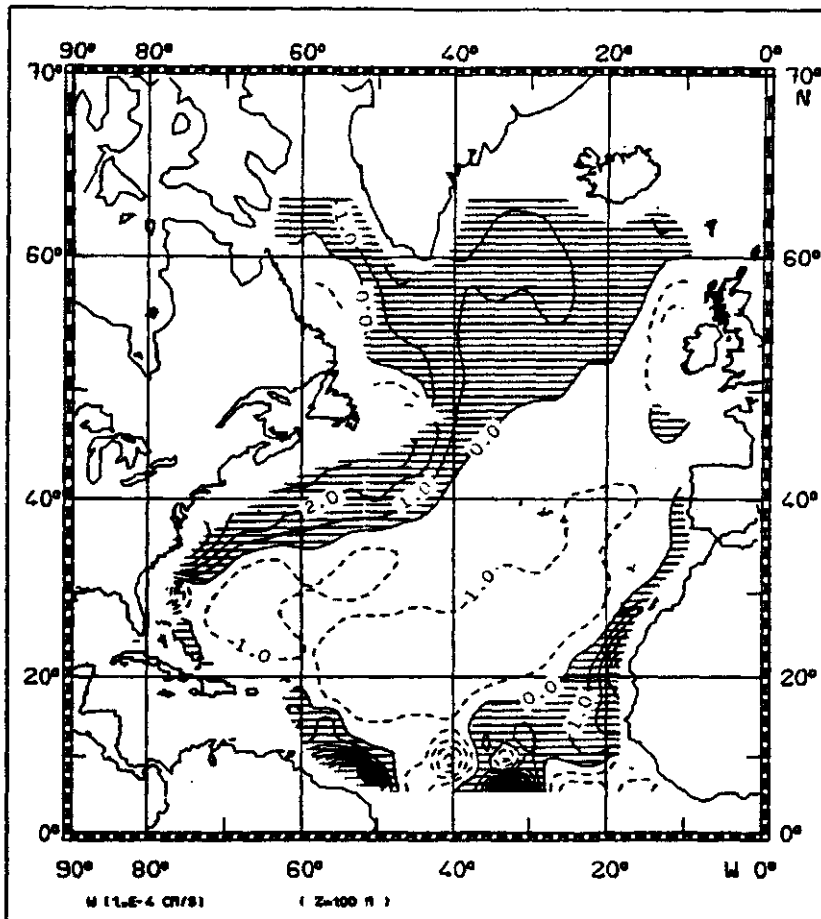
Abb. 4.7 : Vertikalschnitte entlang (a) 24.5°N, (b) 36.5°N, (c) 53.5°N, (d) 59.5°N, (e) 30.5°W und (f) 57.5°W gezeigt sind die Geschwindigkeiten senkrecht zu diesen Schnitten; schraffiert: positive Werte  
Linienabstand: 0.5 cm/s



satz zu den Resultaten von Wunsch & Grant (1982). Deren Ergebnisse zeigen eine Bänderstruktur mit einem starken barotropen Anteil. In vielen der bei ihnen gezeigten Schnitte ändert die Geschwindigkeit ihre Richtung auf horizontalen Skalen von 1000km und weniger nahezu einheitlich in der gesamten Wassersäule. Im Gegensatz dazu zeigen sich hier breite Strombänder mit einheitlicher Richtung, die sich in einer bestimmten Tiefe umkehrt. Dieser Unterschied mag zum Teil an den unterschiedlichen Daten liegen, die für die Berechnungen herangezogen wurden (Wunsch & Grant benutzten aktuelle hydrographische Schnitte). Aber auch Unterschiede in der verwendeten Methode tragen dazu bei. So haben Luyten & Stommel (1982) dargelegt, daß die Lösungen der inversen Methoden (der barotrope Anteil der Strömungen) stark von der Bodentopographie beeinflusst sein können. Diese geht aber in der  $\beta$ -Spiralen Methode nur indirekt über die Struktur der hydrographischen Felder ein. Ihr Einfluß auf die hier vorgenommenen Korrekturen zur Erfüllung der Bodenrandbedingung beschränkt sich auf die untersten Schichten und führt hier im wesentlichen zu Abweichungen von der thermischen Windrelation, beeinflusst also die barokline Struktur der Horizontalgeschwindigkeiten.

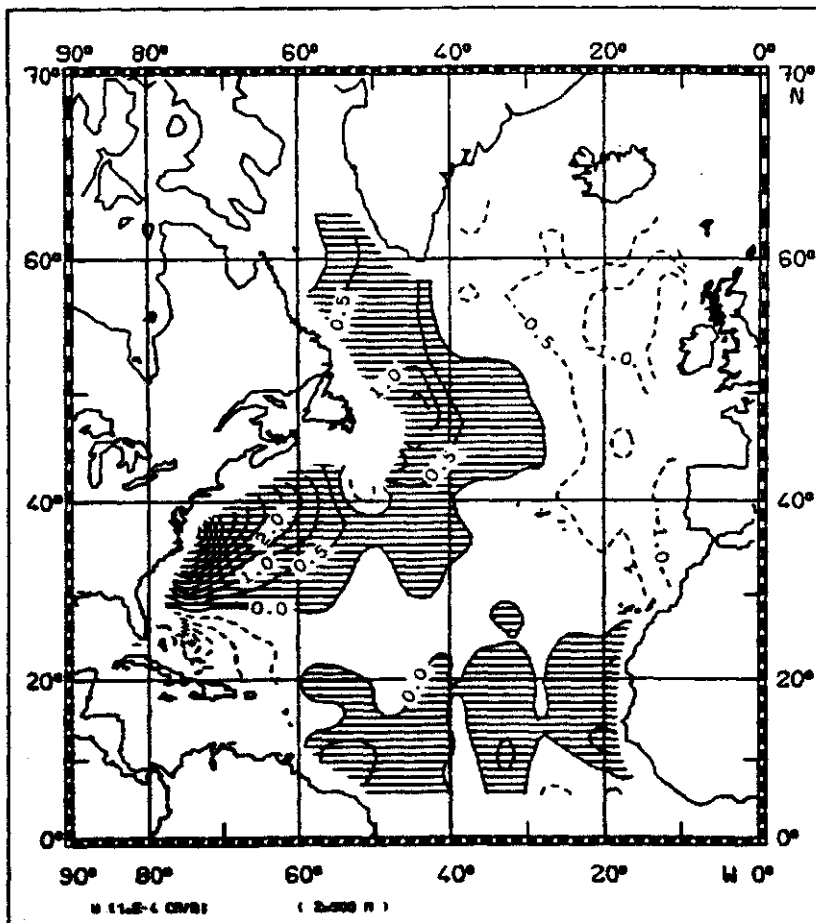
Die Felder der Vertikalgeschwindigkeiten sind in Abb. 4.8 ebenfalls für die Tiefen  $z = -100\text{m}$ ,  $-500\text{m}$ ,  $-1000\text{m}$ ,  $-2000\text{m}$  und  $-3000\text{m}$  dargestellt. Das 100m Tiefenniveau (Abb. 4.8a) ist gekennzeichnet durch eine positive Vertikalgeschwindigkeit (Auftrieb) über der Region des Golfstroms und des Nordatlantischen Stroms. Weitere Auftriebsgebiete finden sich vor der Westküste Afrikas sowie an der südamerikanischen Küste. Diese Verteilung stimmt grob mit der Verteilung der Ekman-Vertikalgeschwindigkeit  $w_E = \nabla \times (\tau / f)$  (Leetma & Bunker, 1978) überein. Die Beträge erreichen einige  $10^{-4}$  cm/s und liegen damit in der Größenordnung von  $w_E$ , sind allerdings zum Teil etwas größer. Hierin spiegelt sich wieder, daß in dem Geschwindigkeitsfeld nach der Korrektur neben dem geostrophischen Anteil auch der Ekman-Anteil enthalten ist. Bedingt durch die Proportionalität des zweiten Terms in Gleichung (3.20) zu  $f^{-2}$  nehmen die Beträge der Vertikalgeschwindigkeit südlich von etwa  $15^\circ\text{N}$  zum Äquator hin stetig zu.





4.8a

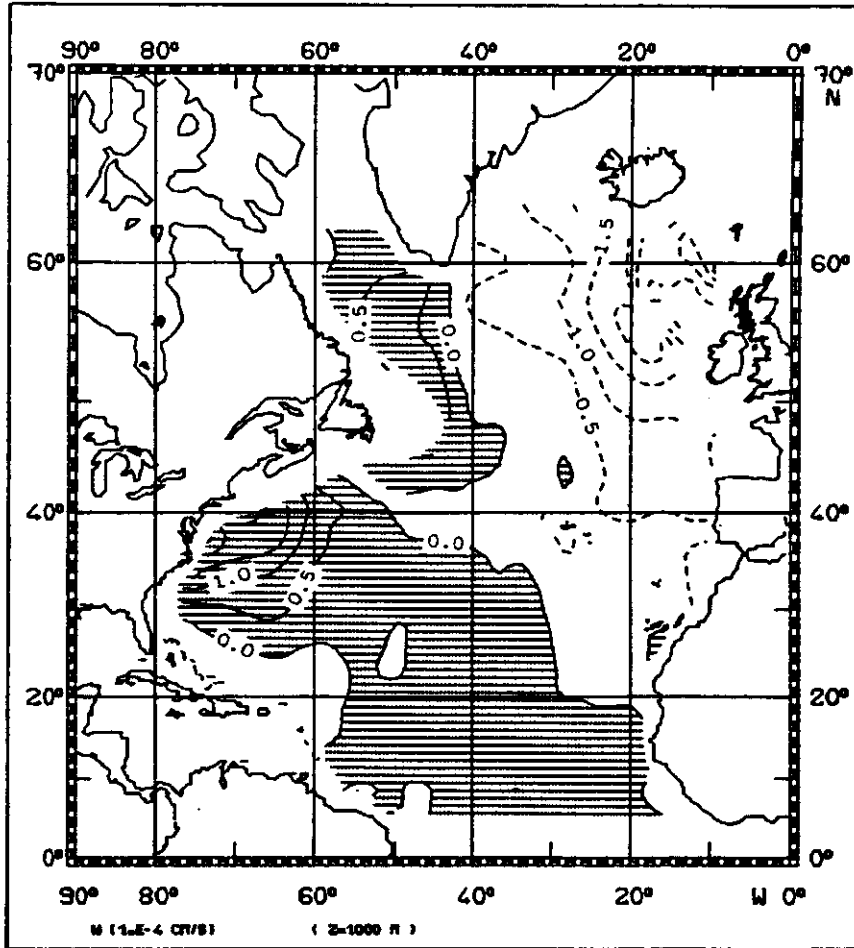
Linienabstand: 1.0



4.8b

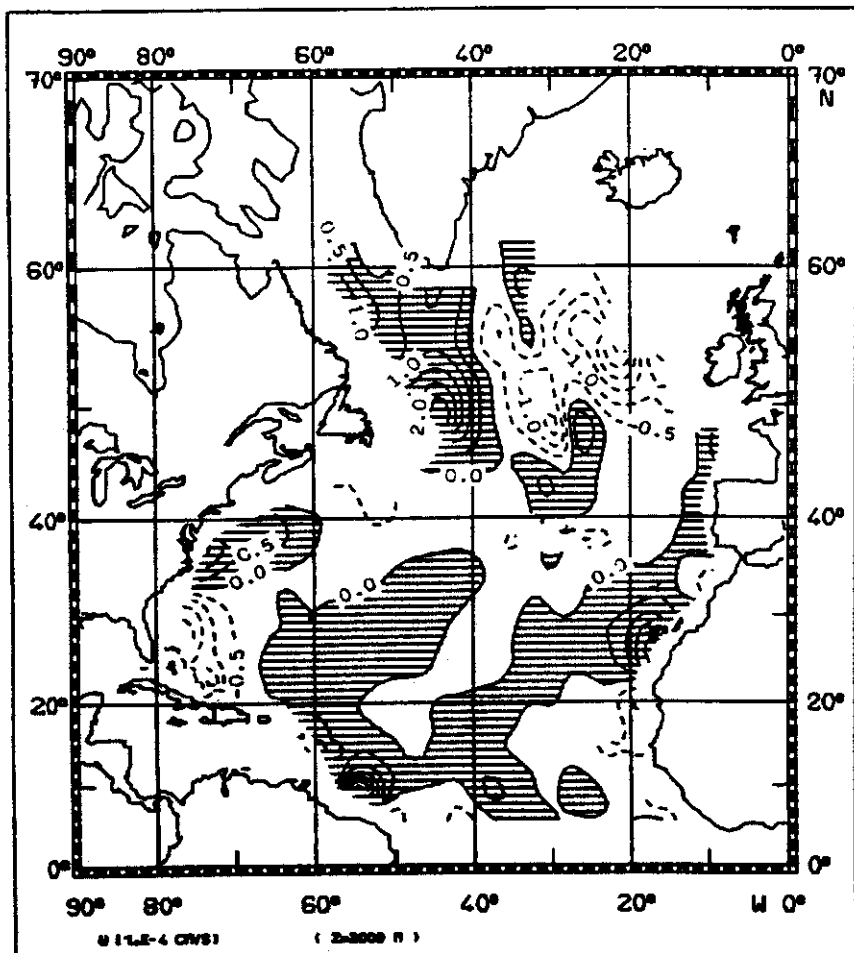
Linienabstand: 0.5

Abb. 4.8 : Vertikalgeschwindigkeit in (a) 100m, (b) 500m, (c) 1000m, (d) 2000m und (e) 3000m Tiefe schraffiert: positive Werte (Auftrieb), Einheiten:  $10^{-4}$  cm/s



4.8c

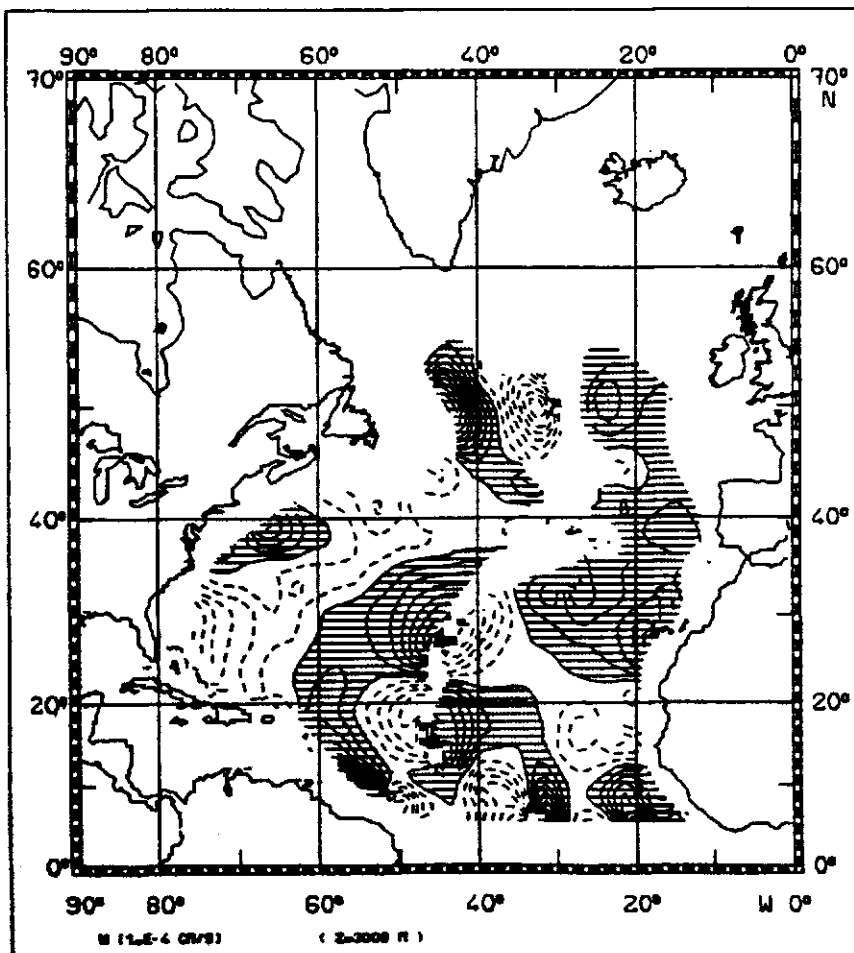
Linienabstand: 0.5



4.8d

Linienabstand : 0.5

Das Bild des 500m Tiefenniveaus (Abb. 4.8b) wird beherrscht von einer breiten Auftriebsregion im Golfstrombereich und in der Labradorsee. Ebenso herrscht südlich von 20°N im wesentlichen Auftrieb, während sich in den übrigen Regionen ein Absinken der Wassermassen ergibt. Die Schwerpunkte des Absinkens liegen im nordöstlichen Teil des Nordatlantik sowie vor der Küste Floridas. Dieses Tiefenniveau stellt einen Übergang zum 1000m Niveau (Abb. 4.8c) her, das sich durch eine klare Zweiteilung auszeichnet: getrennt durch eine etwa von der Südspitze Grönlands über Neuschottland zu den Kapverdischen Inseln verlaufende Nulllinie ergibt sich im nordöstlichen Teil Absinken, während man in den übrigen Bereichen Auftrieb vorfindet. Sieht man einmal von den positiven Vertikalgeschwindigkeiten in der Labradorsee ab, erhält man eine solche Verteilung theoretisch z.B. durch unterschiedliche Wärmeflüsse durch die Oberfläche mit Abkühlung im Norden und Erwärmung im Süden (Lenz, 1845). Beeinflusst durch die Bodentopographie zerfällt die horizontale Verteilung der Vertikalgeschwindigkeit zu größeren Tiefen hin (Abb. 4.8d,e) in immer kleinere Strukturen mit den maximalen Werten an den Rändern.



4.8e

Linienabstand: 0.5

## 5 Anwendungen

Durch die im vorherigen Kapitel vorgenommenen Korrekturen an dem mit Hilfe der  $\beta$ -Spiralen Methode gewonnenen dreidimensionalen Geschwindigkeitsfeld erfüllt dieses die Kontinuitätsgleichung exakt. Es ist damit prinzipiell für weitergehende Untersuchungen geeignet. Neben Untersuchungen der mittleren dynamischen Balancen ist z.B. die Berechnung des Wärmetransports im Nordatlantik möglich.

### 5.1 Vorticitybalance

Bei dem Test der Korrekturen in Abschnitt 4.5 wurde festgestellt, daß für das vorliegende Geschwindigkeitsfeld größere, im Bereich starker Strömungen die Fehlergrenzen übersteigende Abweichungen von den angenommenen dynamischen Balancen auftreten. Um eine Erklärung hierfür zu finden, sollen diese Abweichungen näher untersucht werden. Wegen der engen Beziehung zwischen Impulsbalance und Vorticitybalance (= Vertikalkomponente der Rotation der Impulsbalance) beschränkt sich die Untersuchung allerdings auf die letztere. Ein weiterer Grund hierfür ist, daß der in der Impulsbalance auftretende Druckterm zu keinem lokalen Problem führt und somit die Untersuchungen wesentlich erschwert.

Arbeiten zur Vorticitybalance wurden u.a. von Bryden (1980) sowie von McWilliams (1982) für einzelne Stationen im POLYMODE-Gebiet vorgelegt. Die Station von Bryden ( $31.6^\circ\text{N}$ ,  $54.9^\circ\text{W}$ ) liegt in einem Gebiet, in dem für das hier vorliegende Geschwindigkeitsfeld die geostrophische Balance zwischen Advektion von planetarischer Vorticity,  $\beta v$ , und Vortex-Stretching,  $f w_z$ , innerhalb der Fehlergrenzen erfüllt ist. Zu diesem Ergebnis gelangt auch Bryden (1980). Im Gegensatz dazu ist in diesem Fall diese Balance an der Position von McWilliams' ( $31^\circ\text{N}$ ,  $70^\circ\text{W}$ )

nicht erfüllt. McWilliams (1982) nimmt zusätzlich einen Reibungsterm in die Balance auf, der sich als von der gleichen Größe wie  $\beta v$  erweist.

Auch für das hier betrachtete Geschwindigkeitsfeld erweist sich, daß die Vorticitybalance in der bisher verwendeten Form nicht erfüllt ist. Welche Bedeutung der bisher unerklärte Rest  $\epsilon = fw_z - \beta v$  innerhalb der Balance hat, wird aus Abb. 5.1 deutlich. Dargestellt ist die Größe

$$(5.1) \quad Q = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \frac{|\epsilon|}{|fw_z| + |\beta v|} dz'$$

mit  $z_1 = -2000\text{m}$  und  $z_2 = -100\text{m}$ . Die Werte für  $Q$  liegen im Durchschnitt bei 0.5. Bei einer Standardabweichung von 0.1 ist zwischen den absoluten Extrema 0.3 und 0.7 keine starke regionale Variation zu erkennen. Daraus folgt, daß der Restterm in etwa die gleiche Größe wie die Terme der geostrophischen Vorticitybalance hat, d.h. diese balancieren sich bei weitem nicht.

Um zu klären, wie bzw. ob der Restterm der Vorticitybalance zu deuten ist, wird die vollständige Balance

$$(5.2) \quad fw_z - \beta v - \underline{u} \cdot \nabla \zeta - \nabla \cdot \overline{\underline{u}' \zeta'} = 0$$

betrachtet und die relative Bedeutung der einzelnen Terme innerhalb der Balance untersucht. Dabei ist die relative Vorticity  $\zeta = v_x - u_y$  aus dem gegebenen Geschwindigkeitsfeld bekannt. Für den Reibungsterm wird der Ansatz

$$(5.3) \quad - \nabla \cdot \overline{\underline{u}' \zeta'} = A_h \Delta_h \zeta + A_v \zeta_{zz}$$

gemacht. Die Reibungskoeffizienten  $A_h$  und  $A_v$  werden mit Hilfe einer Ausgleichsrechnung, wie sie z.B. in Abschnitt 3.4 beschrieben ist, bestimmt. Dabei geht als Nebenbedingung ein, daß sie positiv sein müssen. Um eine mögliche Variation der Austauschkoefizienten mit der Tiefe in einem gewissen Maße zuzulassen, wird die Wassersäule in die drei Tiefenbereiche  $-100\text{m} \geq z \geq -800\text{m}$ ;  $-800\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$ ;  $-2000\text{m} \geq z \geq \text{Boden}$  unterteilt, in denen die Koeffizienten dann als konstant angesehen werden. Die so resultierenden horizontalen Austauschkoefizienten  $A_h$  sind in Abb. 5.2 dargestellt, die vertikalen

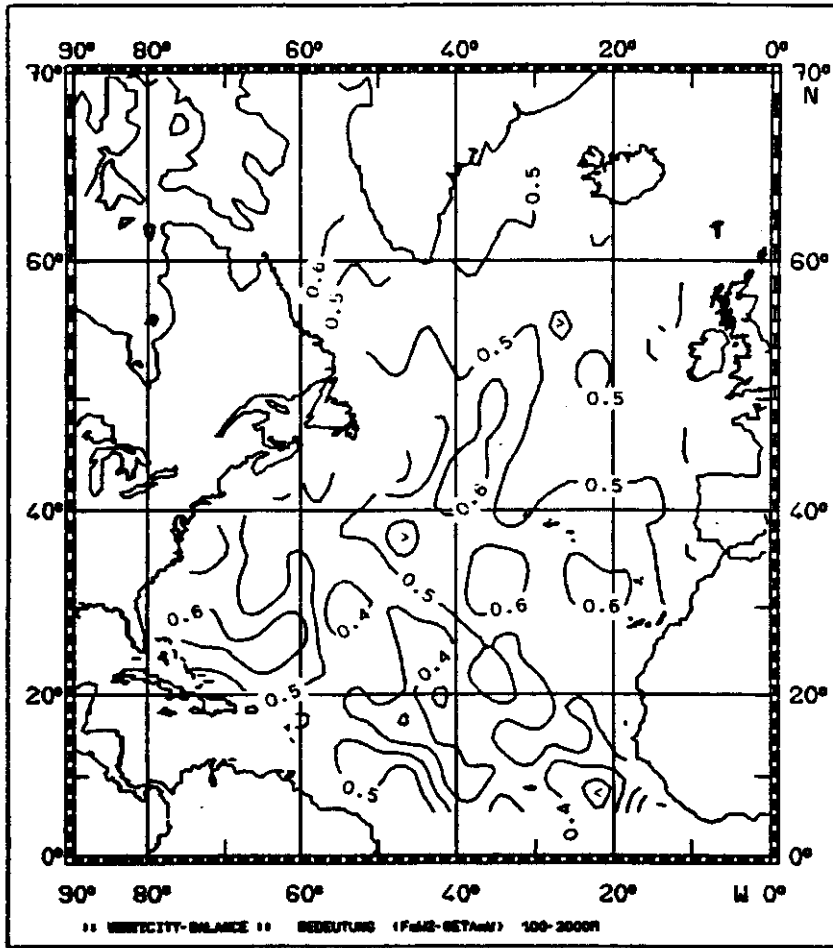
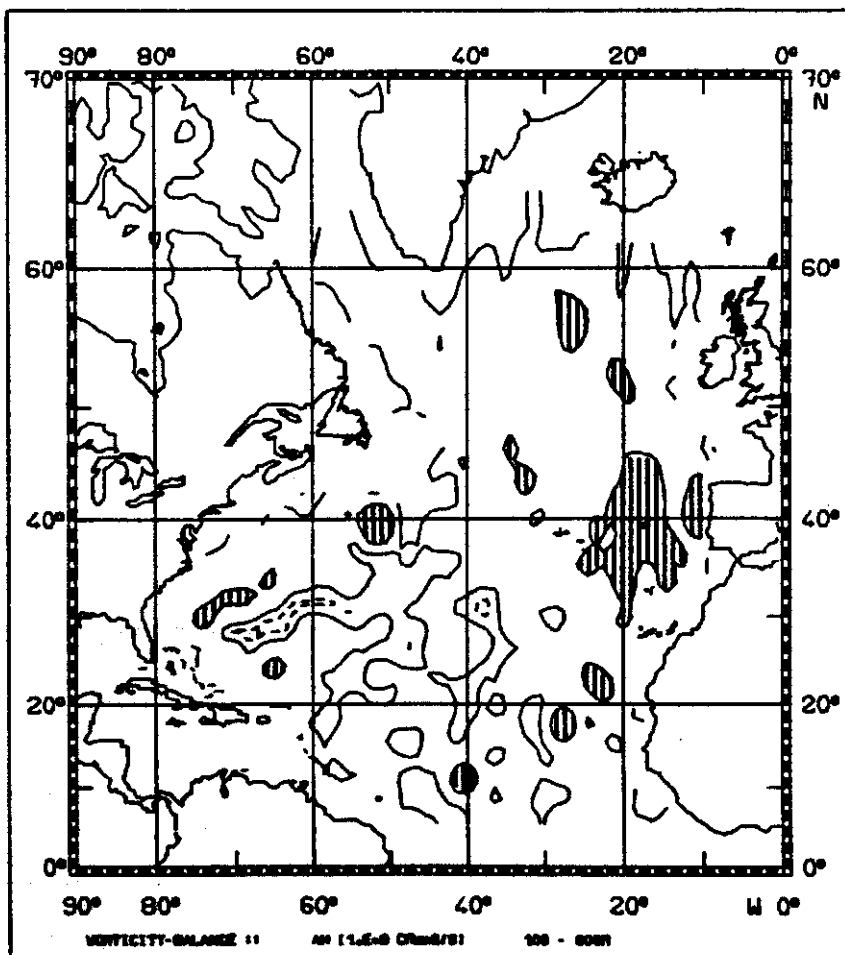
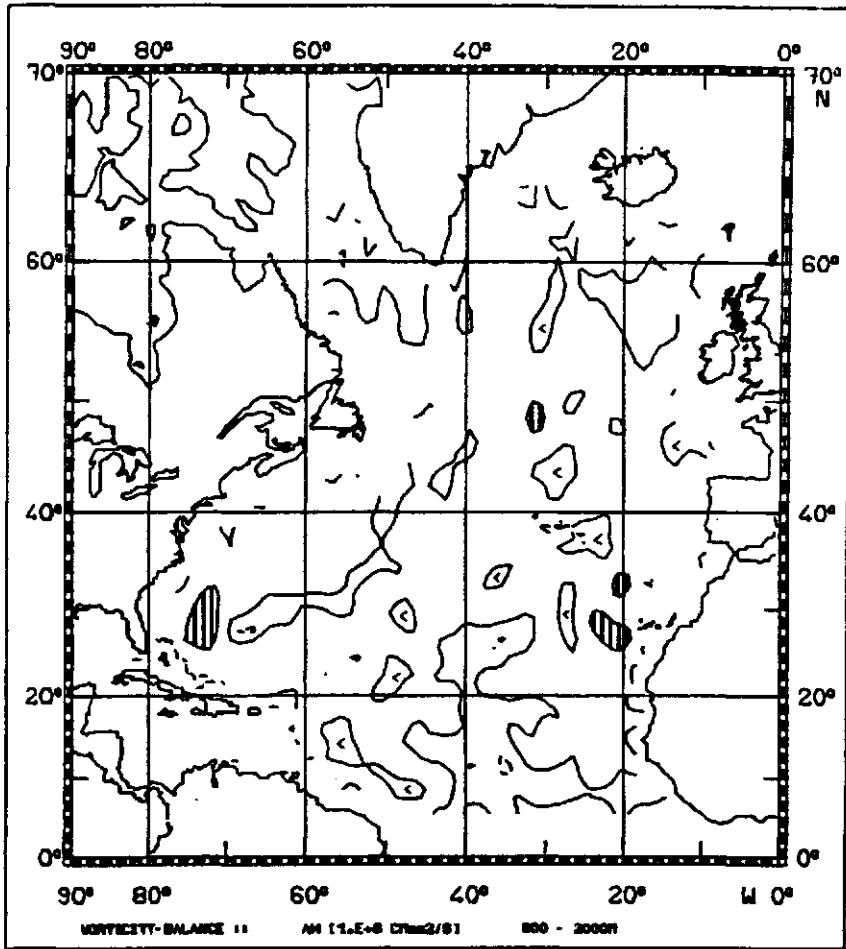


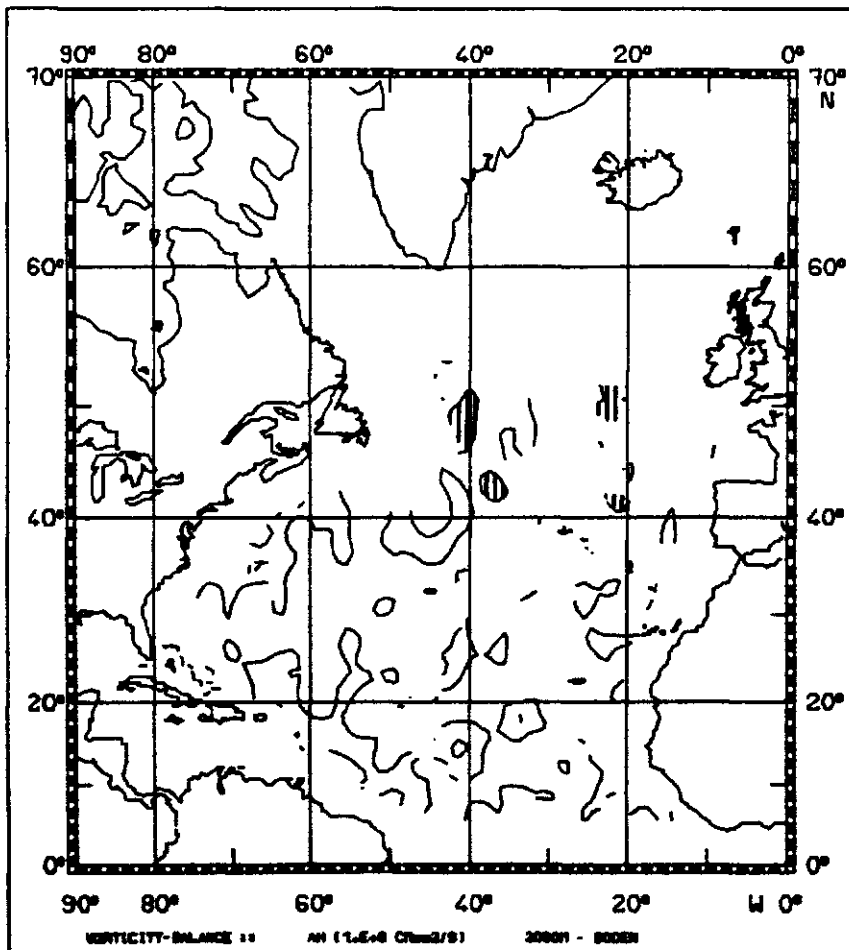
Abb. 5.1 : relative Größe des Residuums der Vorticitybalance



5.2a



5.2b



5.2c

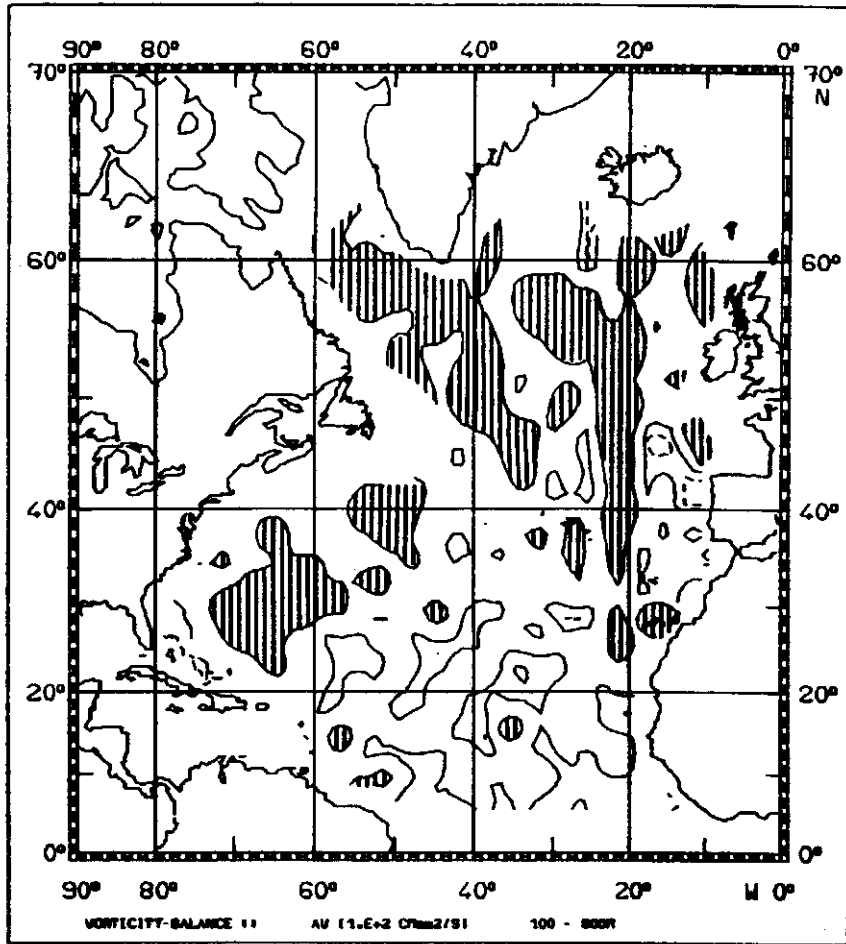
Abb. 5.2 : Vorticitybalance: horizontaler Austauschkoefizient  
(a) 100-800m , (b) 800-2000m , (c) 2000m-Boden  
- - -  $10^7$  cm<sup>2</sup>/s ———  $10^8$  cm<sup>2</sup>/s |||||  $\geq 10^9$  cm<sup>2</sup>/s

Koeffizienten  $A_v$  in Abb. 5.3.

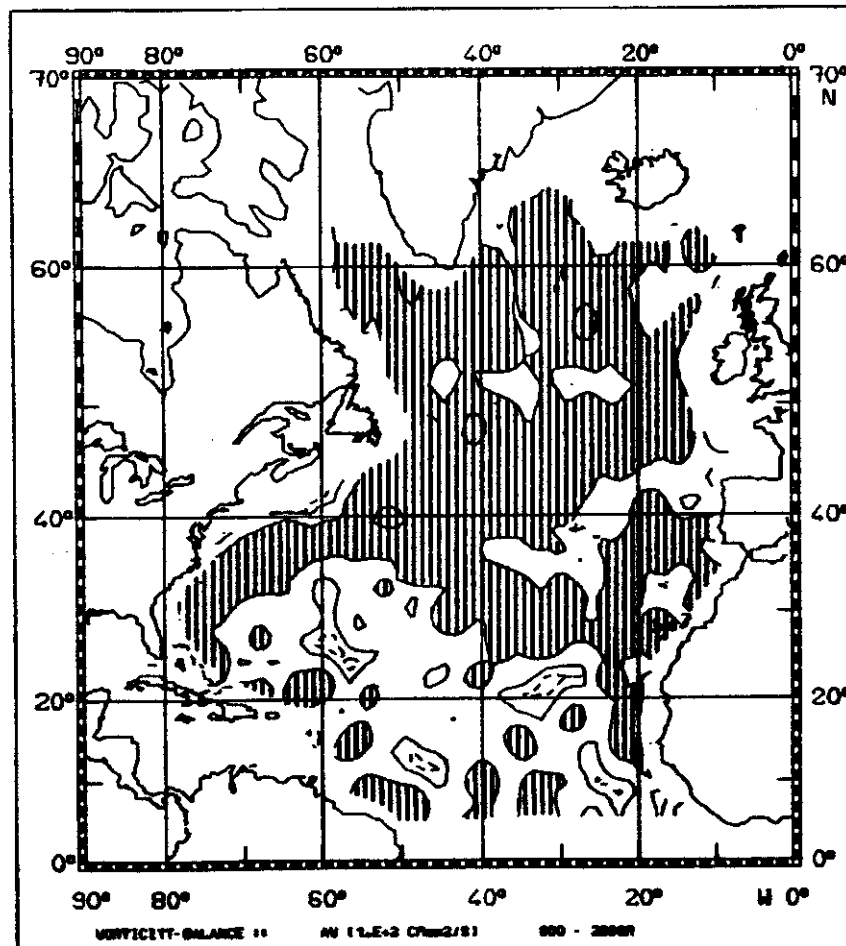
Die Werte des horizontalen Austauschkoeffizienten  $A_h$  liegen in jedem Fall innerhalb der nach Gleichung (3.33) berechneten Fehlergrenzen;  $A_h$  ist also im Grunde genommen nicht von Null zu unterscheiden. Auch erweist er sich bei einer Größenordnung von  $10^8$   $\text{cm}^2/\text{s}$  sowohl horizontal als auch vertikal als relativ konstant. Werte größer als  $10^9$   $\text{cm}^2/\text{s}$  findet man im wesentlichen nur in den obersten Schicht zwischen 100m und 800m Tiefe (Abb. 5.2a) in einem größeren Gebiet im Iberischen Becken sowie vereinzelt im Golfstrombereich.

Anders sieht es dagegen für den vertikalen Austauschkoeffizienten  $A_v$  (Abb. 5.3) aus. Hier ist sowohl in der Horizontalen als auch in der Vertikalen eine klare Struktur erkennbar. Im oberen Tiefenbereich (Abb. 5.3a) liegen die Werte nördlich einer Linie, die etwa von Haiti zu den Britischen Inseln verläuft, im Mittel über  $10^3$   $\text{cm}^2/\text{s}$ . In diesem Bereich werden auch die Fehlergrenzen klar überschritten. Südlich dieser Begrenzungslinie liegen die Werte für  $A_v$  mit  $10^2$   $\text{cm}^2/\text{s}$  innerhalb der Fehlergrenzen. Mit zunehmender Tiefe ergibt sich allgemein eine Erhöhung der vertikalen Austauschkoeffizienten, die im untersten Bereich (Abb. 5.3c) Werte größer  $10^4$   $\text{cm}^2/\text{s}$  erreichen und damit etwa eine Größenordnung größer sind als im obersten Bereich. Im Vergleich zu den im Rahmen der  $\beta$ -Spirale bestimmten Koeffizienten (siehe OWW, Abb. 20) sind die hier berechneten vertikalen Austauschkoeffizienten geringfügig kleiner, weisen im wesentlichen aber die gleiche horizontale Struktur auf. Offensichtlich steht diese generelle Struktur im Zusammenhang mit der verstärkten ozeanischen Variabilität in den Regionen mit starken Strömungen, wie ein Vergleich mit der Karte der potentiellen Wirbelenergiedichte von Dantzer (1977) zeigt (Abb. 5.4). Sehr ähnliche Strukturen zeigen sich auch in Karten der kinetischen Wirbelenergie (z.B. Wyrтки u.a., 1976). Die Frage bleibt jedoch, inwieweit man die resultierenden Austauschkoeffizienten wirklich ausschließlich auf Vermischungsprozesse durch im Vergleich zur mittleren Zirkulation kleinskalige Prozesse wie mesoskalige Wirbel und interne Wellen zurückführen kann. Zum Teil sind sie sicherlich auch durch die klimatologische Mittelung der Daten bedingt. Diese führt z.B. bei einem sich mit der Zeit verlagernden Stromband wie





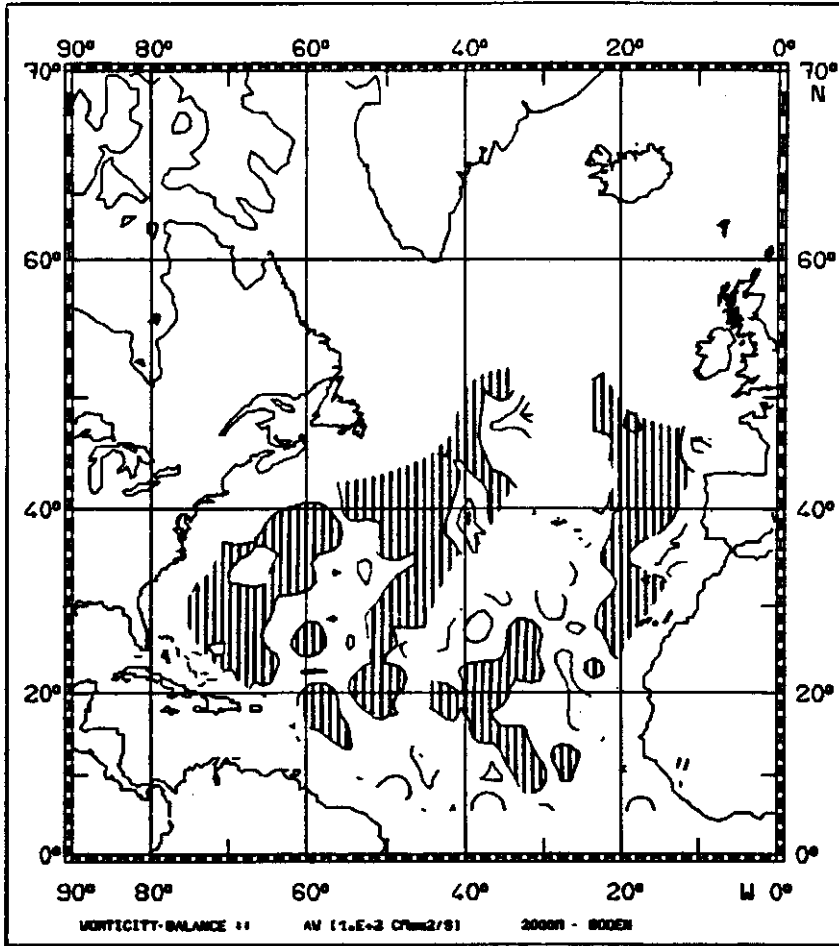
5.3a



5.3b

Abb. 5.3 : Vorticitybalance: vertikaler Austauschkoeffizient  
(a) 100-800m , (b) 800-2000m , (c) 2000m-Boden

- - - 10 cm<sup>2</sup>/s    — 100 cm<sup>2</sup>/s    |||| ≥ 1000 cm<sup>2</sup>/s



5.3c

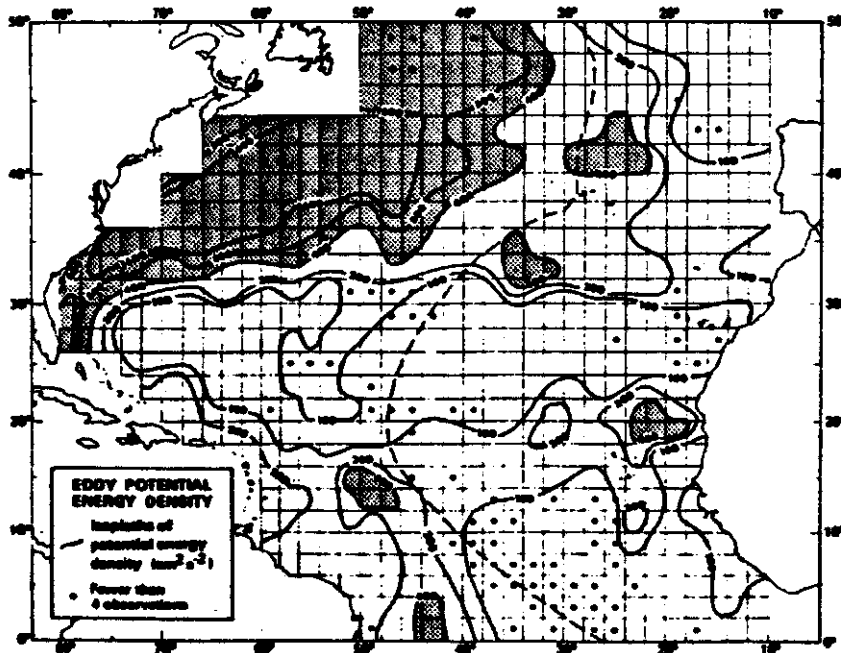


Abb. 5.4 : potentielle Wirbelenergiedichte im Nordatlantik nach Dantzler (1977)

dem Golfstrom nicht nur zu einer Verbreiterung der Strömungen, sondern es entstehen zusätzlich Reynoldsterme, die zur Vermischung beitragen. Die hier berechneten Austauschkoeffizienten sind also nur als eine obere Grenze der tatsächlichen Werte zu betrachten.

Für die Darstellung der relativen Bedeutung der einzelnen Terme innerhalb der Vorticitybalance (5.2) werden analog zu (5.1) die folgenden Größen berechnet:

$$(5.4) \quad QT_i = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \frac{|T_i|}{|T_1| + |T_2| + |T_3| + |T_4| + |T_5|} dz'$$

dabei steht  $T_i$  für die einzelnen Terme der Vorticitybalance, und zwar  $T_1 = fw_z$ ;  $T_2 = \beta v$ ;  $T_3 = \underline{u} \cdot \nabla \zeta$ ;  $T_4 = A_h \Delta_h \zeta$ ;  $T_5 = A_v \zeta_{zz}$  sowie  $T_6 = \epsilon' = T_1 - T_2 - T_3 + T_4 + T_5$  für das verbleibende Residuum.  $z_1$  und  $z_2$  sind dabei durch die Grenzen des jeweiligen untersuchten Tiefenbereichs gegeben. Dabei zeigt sich, daß  $QT_i$  nur einen maximalen Wert von 0.05 erreicht und diesen auch nur im obersten Tiefenbereich direkt im Golfstromgebiet. Die Advektion relativer Vorticity spielt somit in der Balance des mittleren Feldes keine bzw. nur eine untergeordnete Rolle; zu diesem Ergebnis kann man allerdings auch schon durch einfache Skalenbetrachtungen gelangen.

Die horizontalen Mittelwerte der  $QT_i$  sind in Tabelle 5.1 aufgelistet. Man erkennt, daß sich die Werte der einzelnen  $QT_i$  global gesehen (Spalte 0) mit der Tiefe nur geringfügig ändern. Allenfalls beim Residuum ( $QT_6$ ) ist eine Zunahme mit der Tiefe zu verzeichnen. Weiterhin wird aus der Tabelle deutlich, daß  $fw_z$  der größte Term in der Balance ist, gefolgt von  $\beta v$ . Die Balance findet also wie zu erwarten im wesentlichen zwischen diesen beiden Termen statt, während sich der Rest in etwa gleichmäßig auf die beiden Reibungsterme verteilt. Der horizontale Reibungsterm ist dabei geringfügig größer als der vertikale. Um eine mehr regionale Einsicht zu ermöglichen, sind die entsprechenden Werte für die Regionen des Golfstroms westlich von  $50^\circ W$  (Spalte 1), des Nordatlantischen Stroms nördlich  $45^\circ N$  (Spalte 2) sowie des restlichen Teils des Nordatlantik, der das Sverdrup-Regime beinhaltet (Spalte 3), ebenfalls in der Tabelle aufgeführt worden. Besonders auffallend ist hierbei der geringe Werte von  $QT_2$  (= Advektion planetarischer

Vorticity) im Bereich des Nordatlantischen Stroms verbunden mit einer Erhöhung des Wertes von  $QT_1$  (= Vortex-Stretching). In diesem Bereich haben die Austauschterme also die gleiche Bedeutung wie die Advektion planetarischer Vorticity. Alle drei Terme balancieren gemeinsam das Vortex-Stretching.

Deutlich wird aus Tabelle 5.1 aber auch, daß ein ziemlich großes unerklärtes Residuum  $\epsilon'$  verbleibt, daß bei den eben gemachten Aussagen unterschlagen wurde. Es ist in seiner Größe mit den beiden Haupttermen der Balance  $fw_z$  und  $\beta v$  vergleichbar. Gegenüber der ursprünglichen Situation ist in dieser Beziehung nur eine unwesentliche Verbesserung eingetreten. Die vertikale Struktur des Residuums (siehe Abb. 4.1c-4.4c) kann durch die zusätzlichen Terme nur zum Teil erklärt werden. Um zu klären, inwieweit das verbleibende neue Residuum zu akzeptieren ist, wird es analog dem in Abschnitt 4.5, Gleichung

Tabelle 5.1

Relative Bedeutung der einzelnen Terme der Vorticitybalance  
(  $QT_1$  ; Gleichung 5.4 )

Spalte 0 : gesamter Nordatlantik  
1 : Golfstrom Region  
2 : Nordatlantischer Strom  
3 : Sverdrup Regime

obere Zeile : 100m - 800m

mittlere : 800m - 2000m

untere : 2000m - Boden

	0	1	2	3
$fw_z$	0.45 0.48 0.46	0.42 0.48	0.57 0.59	0.40 0.43
$\beta v$	0.36 0.28 0.34	0.38 0.30	0.18 0.14	0.43 0.34
$\underline{u} \cdot \nabla c$	0.0066 0.0012 0.0014	0.0112 0.0015	0.0047 0.0010	0.0055 0.0011
$A_h^{\Delta h c}$	0.12 0.13 0.10	0.12 0.13	0.14 0.14	0.11 0.13
$A_v^{c_{zz}}$	0.07 0.11 0.10	0.08 0.09	0.09 0.12	0.06 0.11
$\epsilon'$	0.39 0.46 0.45	0.35 0.45	0.48 0.56	0.36 0.41

chung (4.20c) beschriebenen Vorgehen mit den aus den Daten resultierenden Fehlergrenzen verglichen (Abb. 5.5). Dabei sind nur die beiden oberen Tiefenbereiche interessant, da im untersten Bereich diese Fehlergrenzen schon vorher unterschritten wurden. Es zeigt sich, daß die Gebiete mit der größten Reduktion des Residuums sehr gut mit den Gebieten übereinstimmen, in denen sich auch die größten vertikalen Reibungskoeffizienten ergeben. Sowohl im Bereich zwischen Grönland und den Britischen Inseln als auch im 100-800m Tiefenbereich (Abb. 5.5a) vor der nordamerikanischen Küste verbleiben aber trotzdem noch relativ große Gebiete, in denen das Residuum der Vorticitybalance die Fehlergrenzen übersteigt. Insbesondere das Gebiet

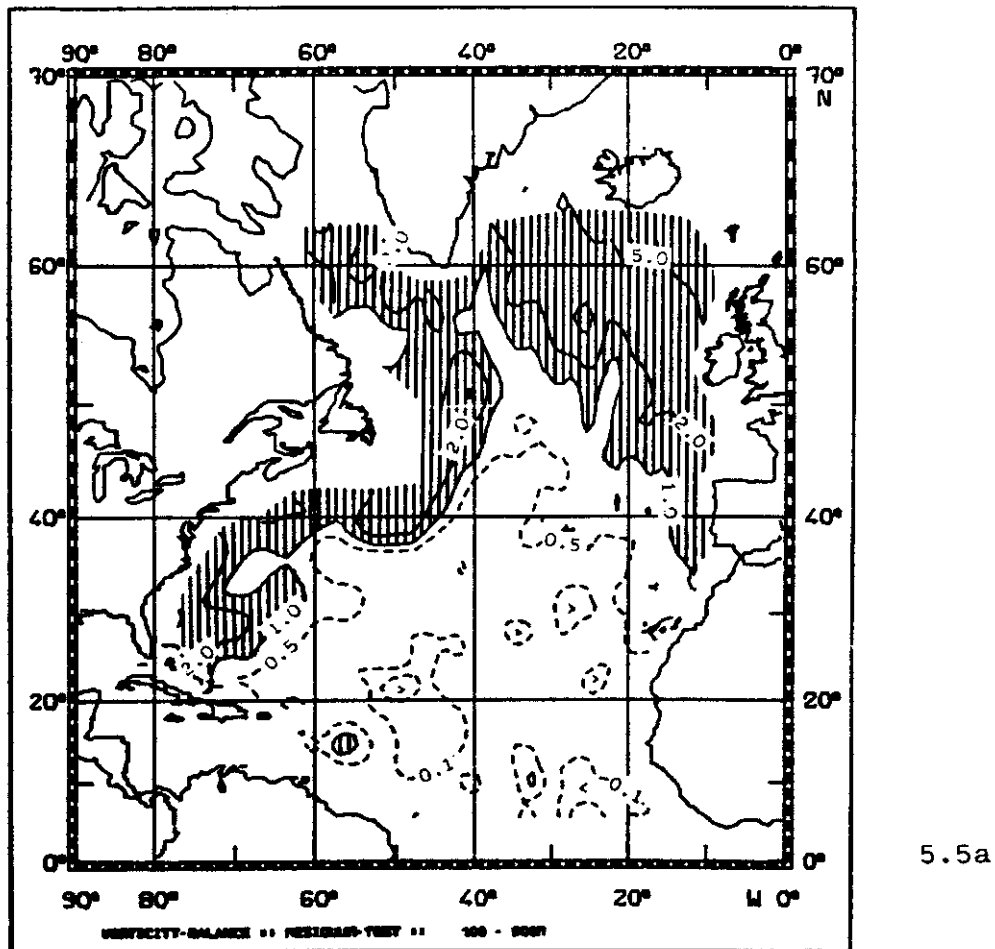
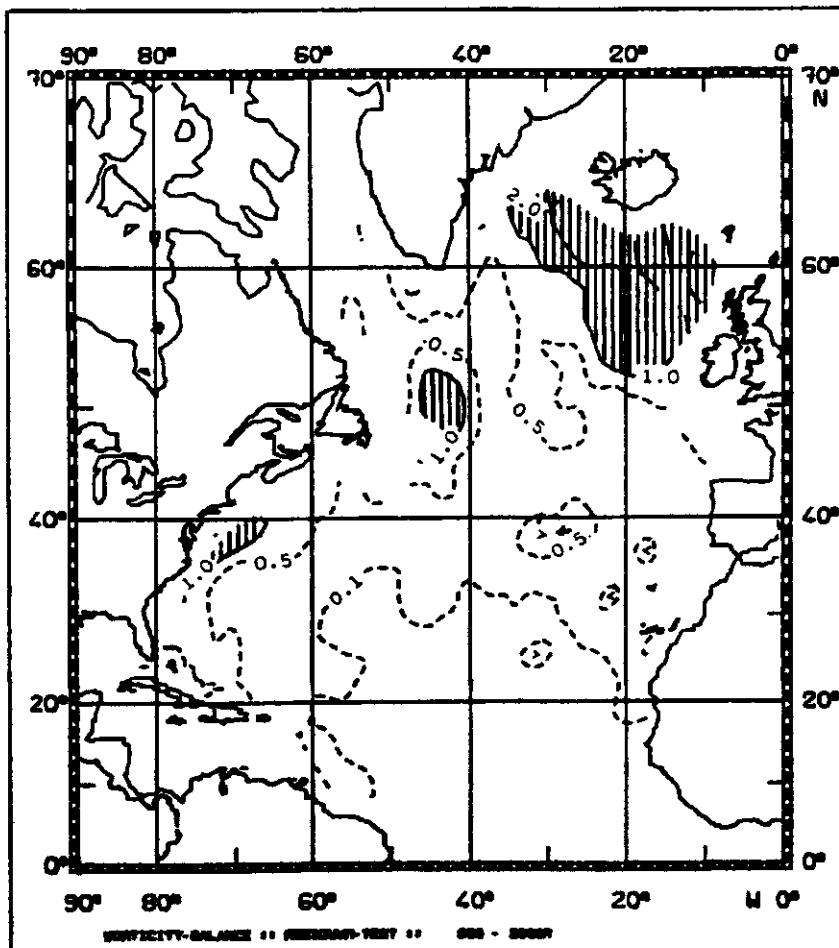


Abb. 5.5 : Residuum-Test , vollständige Vorticitybalance  
(a)  $-100\text{m} \geq z \geq -800\text{m}$  , (b)  $-800\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$   
schraffiert  $\geq 1.0$

zwischen Grönland und den Britischen Inseln ist von der tiefreichenden Winterkonvektion beeinflusst, die den Kontakt der Wassermassen mit der Atmosphäre herstellt und damit als eine in Gleichung (5.2) nicht berücksichtigte Quelle relativer Vorticity angesehen werden muß.

In diesem Zusammenhang stellt sich auch die Frage, ob die Wahl der Vertikalskala  $H=600\text{m}$  in Gleichung (4.19) richtig ist. Zumindest für den oberen Tiefenbereich (100-800m; Abb. 5.5a) ist aber klar ersichtlich, daß eine Vergrößerung der Vertikalskala z.B. um den Faktor zwei auf  $H=1200\text{m}$  (dies entspricht einer Verdoppelung der Fehlergrenzen) den Bereich, in dem der Werte 1.0 überschritten wird, zumindest in der eben erwähnten Region nur unwesentlich verringern würde.

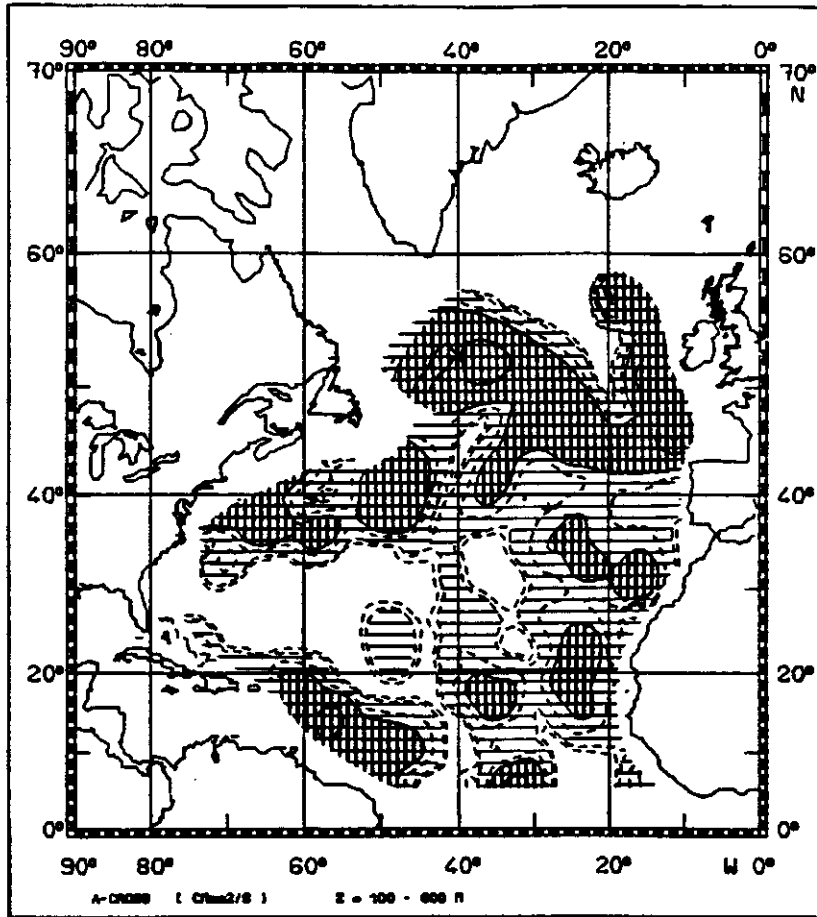


5.5b

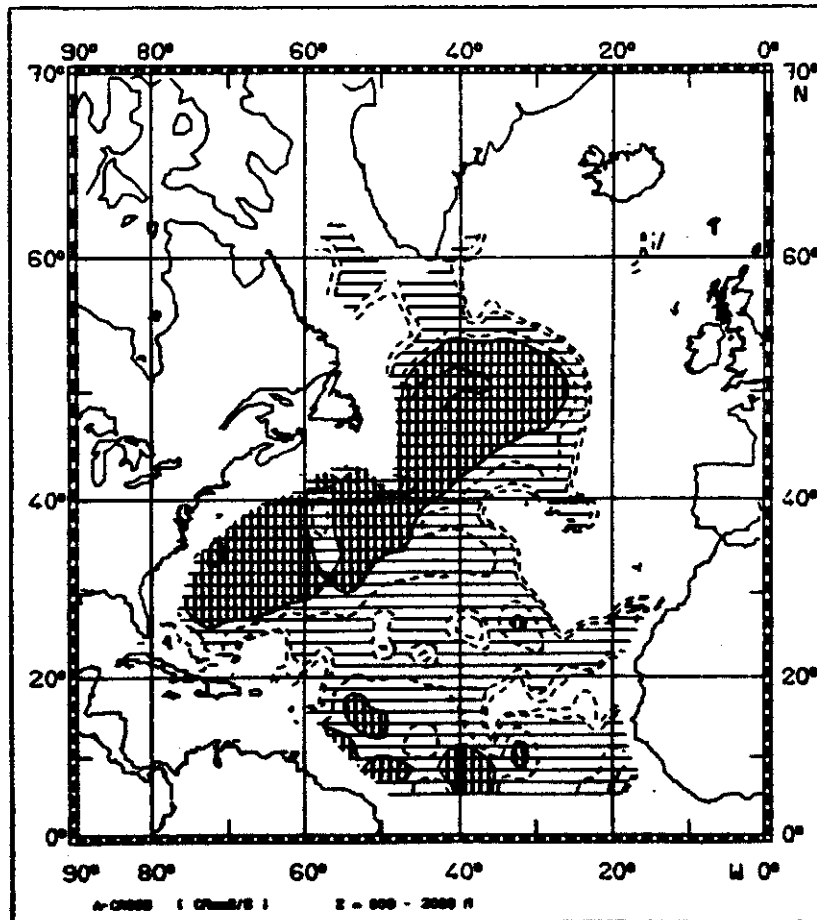
## 5.2 Wärme- und Salzhaushalt

Die Bestimmung von Diffusionskoeffizienten für Temperatur und Salzgehalt ist eines der zentralen Probleme der Ozeanographie, und die Methoden, die dafür entwickelt wurden, reichen von Untersuchungen der kleinskaligen Turbulenz bis hin zu denen der ozeanweiten Balancen von chemischen Tracern. Mit dem gegebenen Geschwindigkeitsfeld ist man in der Lage Diffusionskoeffizienten für Temperatur und Salzgehalt aus den entsprechenden Feldern zu bestimmen, indem man unterhalb der konvektiven Deckschicht das Residuum der Erhaltungsgleichungen analog zu Abschnitt 3.3 als Diffusionsterm interpretiert. Die Tiefe der Deckschicht ist durch Abb. 2.4 gegeben. In Abschnitt 3.3 bzw. bei OWW wurde aber auch dargelegt, daß die potentielle Dichte  $\sigma$  und die Veronicity  $\nu$  Erhaltungsgrößen sind, die wesentlich besser zur Bestimmung des diapyknischen Diffusionskoeffizienten  $A_c$  sowie des isopyknischen Diffusionskoeffizienten  $A_1$  geeignet sind. Wie bei Kirwan (1983) gezeigt wird, werden durch die Darstellung des Diffusionstensors im isopyknischen Koordinatensystem (Gleichung (3.15)) implicit die Doppeldiffusion (bedingt durch unterschiedliche Koeffizienten für T und S) sowie Cabbeling-Effekte (bedingt durch die nichtlineare Zustandsgleichung) vernachlässigt. Die für  $\sigma$  und  $\nu$  bestimmten Diffusionskoeffizienten gelten unter diesen Voraussetzungen aber auch für T und S, deshalb wird zur Bestimmung der Diffusionskoeffizienten  $A_c$  und  $A_1$  in Anlehnung an die Strategie bei OWW wie folgt vorgegangen:

Mit dem gegebenen Geschwindigkeitsfeld wird aus der Erhaltungsgleichung für die potentielle Dichte  $\sigma$  der diapyknische Diffusionskoeffizient  $A_c$  mit der Nebenbedingung  $A_c \geq 0.0$  bestimmt, und zwar für die Tiefenbereiche  $-D \geq z \geq -800\text{m}$  und  $-800\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$ , in denen er jeweils als konstant angenommen wird. Tiefen unterhalb von  $z = -2000\text{m}$  werden nicht in die Betrachtungen einbezogen, da hier die Gradienten der Datenfelder sich nicht wesentlich von Null unterscheiden (siehe OWW), so daß hier die Ergebnisse keine Aussagekraft haben. Der isopyknische Diffusionskoeffizient  $A_1$  kann dann für die entsprechenden Tiefenbereiche aus der Erhaltungsgleichung für die Veronicity  $\nu$  bestimmt werden, wobei die Geschwindigkeiten sowie  $A_c$  vorgegeben werden.



5.6a



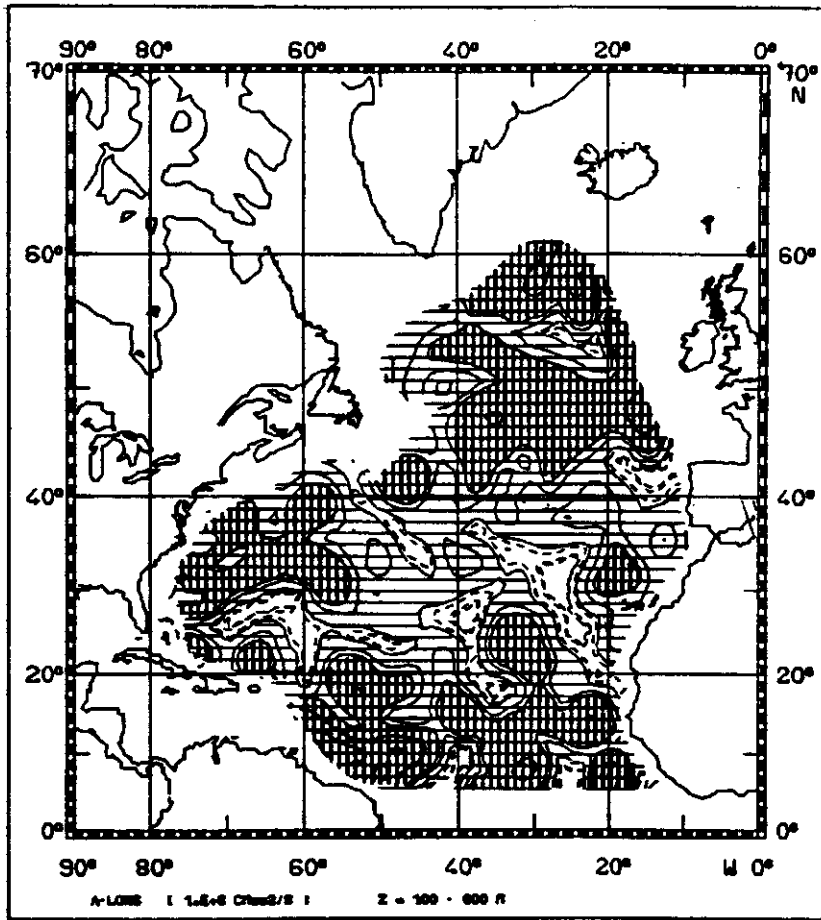
5.6b

Abb. 5.6 : diapycnischer Diffusionskoeffizient  
(a)  $-D \geq z \geq -800\text{m}$ , (b)  $-800\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$   
≡  $\geq 0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$       ≡  $\geq 1.0 \text{ cm}^2/\text{s}$

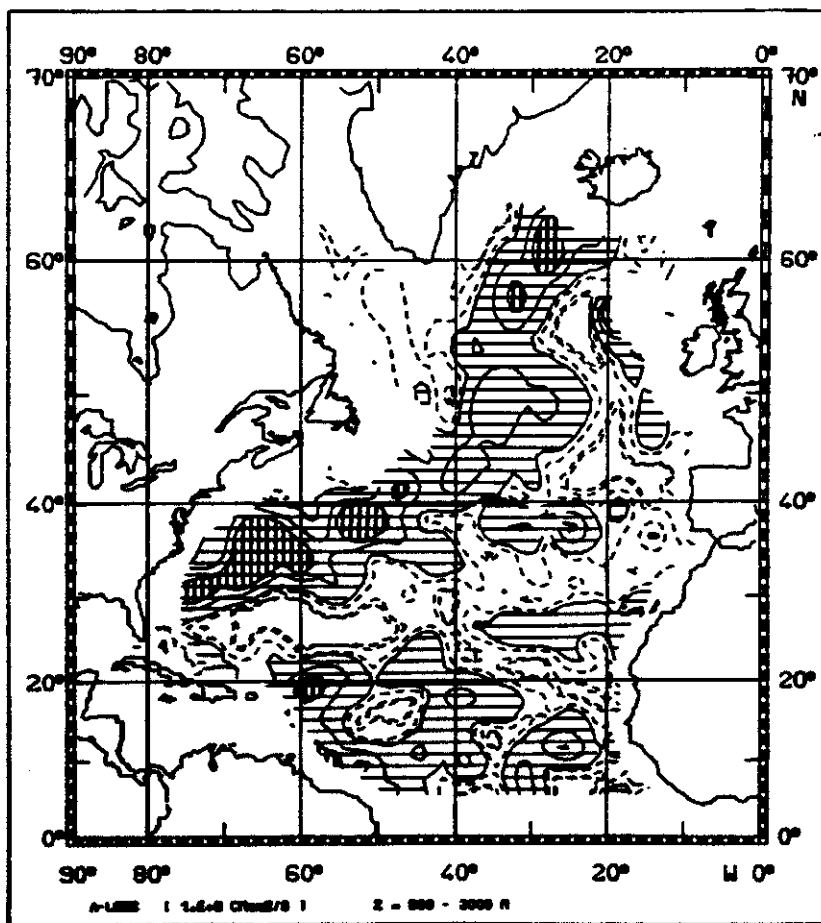


Die so resultierenden diapynischen Diffusionskoeffizienten  $A_c$  sind in Abb. 5.6 dargestellt. Die Werte übersteigen die berechneten Fehlergrenzen allerdings nur selten. Die horizontale Struktur der Felder ist der für die Vorticitybalance resultierenden vertikalen Austauschkoeffizienten  $A_v$  (Abb. 5.3) sehr ähnlich. Für den oberen Tiefenbereich (Abb. 5.6a) erhält man die größten Werte ( $A_c \geq 1.0 \text{ cm}^2/\text{s}$ ) im wesentlichen entlang den Rändern des betrachteten Gebietes im Golfstrombereich, im Bereich zwischen ca.  $40^\circ\text{N}$  und  $55^\circ\text{N}$ , vor der südamerikanischen Küste sowie vereinzelt vor der afrikanischen Küste, so z.B. zwischen den Azoren und den Kanarischen Inseln. Im unteren Tiefenbereich (Abb. 5.6b) beschränkt sich das Gebiet mit Werten größer  $1.0 \text{ cm}^2/\text{s}$  im wesentlichen auf die Golfstromregion. In beiden Tiefenbereichen ergeben sich Werte größer  $5.0 \text{ cm}^2/\text{s}$  in einem begrenzten Gebiet nördlich der Grand Banks, in dem der Labradorstrom und der Golfstrom zusammentreffen. Auffallend im unteren Tiefenbereich ist der östliche Teil des Beckens nördlich von  $30^\circ\text{N}$ , in dem sich im gesamten Gebiet der Wert Null ergibt. Hier ist das Residuum der Erhaltungsgleichung mit einem positiven Diffusionskoeffizienten nicht zu verbessern.

Im Vergleich zu den bei OWW dargestellten, aus der  $\beta$ -Spiralen Methode resultierenden Diffusionskoeffizienten weisen die hier bestimmten die gleiche horizontale Struktur auf, sind aber geringfügig größer. Eine Einordnung dieser Ergebnisse für die diapynische Vermischung in die allgemein akzeptierten Vorstellungen über die Vermischungsprozesse ist allerdings schwierig. Sowohl jüngere theoretische Arbeiten (z.B. Olbers, 1983; Holloway, 1983) als auch Beobachtungen (Woods, 1968; Eriksen, 1978) haben gezeigt, daß die diapynische Vermischung hauptsächlich durch brechende interne Wellen verursacht wird. Der Diffusionskoeffizient  $A_c$  sollte demnach mit dem Energieniveau des internen Wellenfeldes korreliert sein. Im Gegensatz zum Diffusionskoeffizienten  $A_c$  ist die Energie der internen Wellen jedoch relativ gleichmäßig verteilt (Garret & Munk, 1975; Wunsch & Webb, 1979) und kann damit schwerlich für den starken Abfall von  $A_c$ , wie er sich z.B. in Abb. 5.6a an der Grenze des Golfstroms zeigt, verantwortlich sein. Dies führt zurück auf die schon im vorherigen Abschnitt aufgeworfene Frage, inwieweit die hier bestimmten Diffusionskoeff-



5.7a



5.7b

Abb. 5.7 : isopyknischer Diffusionskoeffizient  
(a)  $-D \geq z \geq -800\text{m}$ , (b)  $-800\text{m} \geq z \geq -2000\text{m}$   
 $\equiv \geq 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$        $\equiv \equiv \geq 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$

fizienten tatsächlich auf durch kleinskalige Veränderlichkeiten des Ozeans wie mesoskalige Wirbel, interne Wellen oder Turbulenz verursachte Vermischungsvorgängen beruhen. Auf jeden Fall muß man davon ausgehen, daß die Koeffizienten, bedingt durch die klimatologische Mittelung, eine starke Tendenz zu größeren Werten hin aufweisen.

Dies gilt analog auch für die isopyknischen Diffusionskoeffizienten  $A_1$  (Abb. 5.7). Im oberen Tiefenbereich (Abb. 5.7a) ergeben sich typische Werte für  $A_1$  von einigen  $10^7$  cm<sup>2</sup>/s in den Bereichen mit starken Strömungen; in den ruhigeren Gebieten liegen sie etwas niedriger. Die Werte im unteren Tiefenbereich (Abb. 5.7b) sind etwas geringer als im oberen, weisen aber eine weitaus klarere Struktur auf. Deutlich erkennbar ist hier das Minimum im Zentrum der Zunge des Mittelmeers, das in diesem Tiefenbereich angesiedelt ist (vergleiche hierzu z.B. Abb. 2.1b und 2.2b). Berücksichtigt man die Modellergebnisse von Needler & Heath (1975), so scheint die Ausbreitung dieser Wassermasse seitliche Diffusion an den Rändern zu erfordern. Needler & Heath (1975) modellierten den Mittelmeerausstrom mit einer konstanten Geschwindigkeit und konstanter isopyknischer Diffusion. Die beste Übereinstimmung ihrer Modellergebnisse mit Beobachtungen erhielten sie mit der Wahl von  $A_1 = (1.5 - 3.0) 10^7$  cm<sup>2</sup>/s und einer Advektionsgeschwindigkeit von 0.2 - 0.4 cm/s; Werte, die sich auch hier ergeben.

Innerhalb der mit der Atmosphäre in Kontakt stehenden konvektiven Deckschicht  $z \geq -D$  ist das für die unteren Schichten gemachte Austauschkonzept nicht anwendbar. Man kann aber hier das Residuum der Erhaltungsgleichung  $\epsilon = \underline{v} \cdot \nabla \psi$  allgemein als die Divergenz eines konvektiven, nicht diffusiven Flusses  $H^\psi$  der Erhaltungsgröße  $\psi$  interpretieren. Durch Integration des Residuums über die Deckschicht ist es dann möglich, den zur Erfüllung der Erhaltungsgleichung notwendigen Fluß  $H_0^\psi$  der Größe  $\psi$  durch die Oberfläche zu bestimmen (Behringer & Stommel, 1981). Mit der Annahme, daß dieser Fluß für  $z = -D$  verschwindet, erhält man:

$$(5.5) \quad H_0^\psi = \int_{-D}^0 \underline{v} \cdot \nabla \psi \, dz'$$

Um den allein auf den geostrophischen Geschwindigkeiten beruhenden Anteil dieses Flusses zu bestimmen, muß der durch den Ekmantransport, der im korrigierten Geschwindigkeitsfeld enthalten ist, bedingte Anteil

$$(5.6a) \quad H_E^\psi = \int_{-E}^0 (\underline{u}^E \cdot \nabla \psi + w^E \psi_z) dz'$$

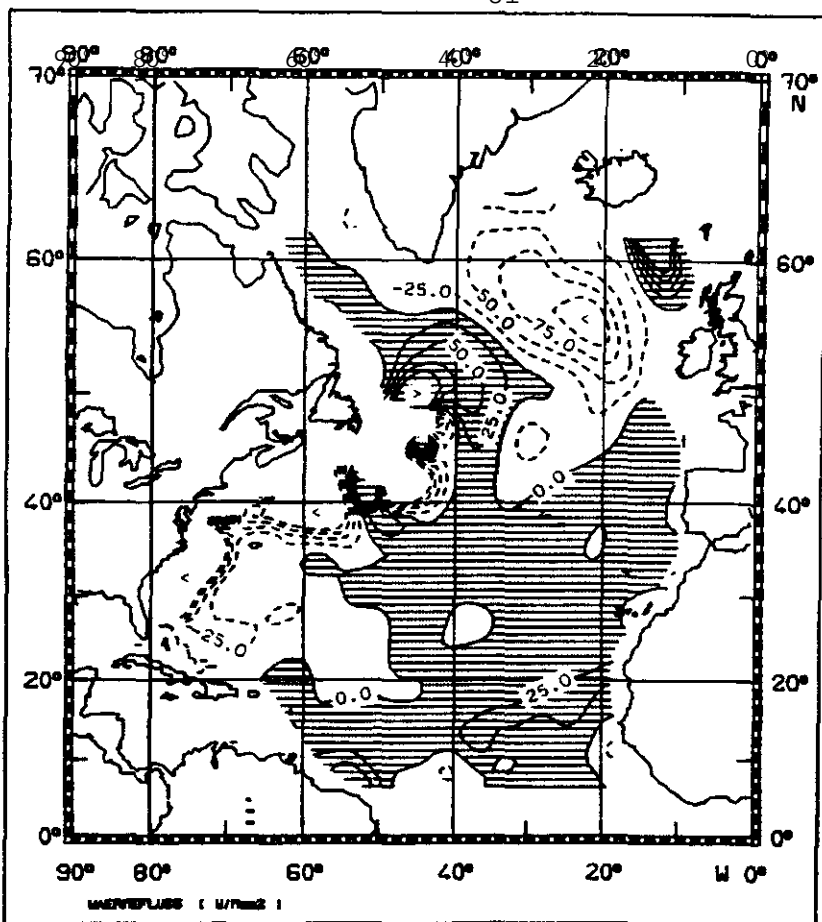
hiervon wieder abgezogen werden. Dabei sind  $\underline{u}^E$ ,  $w^E$  die Komponenten der Ekmanengeschwindigkeit und  $E = -50\text{m}$  die Ekmantiefe, wie sie auch schon in Abschnitt 4.4 verwendet wurde. Setzt man voraus, daß  $\psi$  innerhalb der Ekman-schicht konstant ist, läßt sich  $H_E^\psi$  durch

$$(5.6b) \quad H_E^\psi = \underline{M}^E \cdot \nabla \bar{\psi}$$

approximieren, mit  $\underline{M}^E = \int_{-E}^0 \underline{u}^E dz' = \frac{1}{f} (\tau^y; -\tau^x)$  und  $\bar{\psi} = \frac{1}{E} \int_{-E}^0 \psi dz'$ .

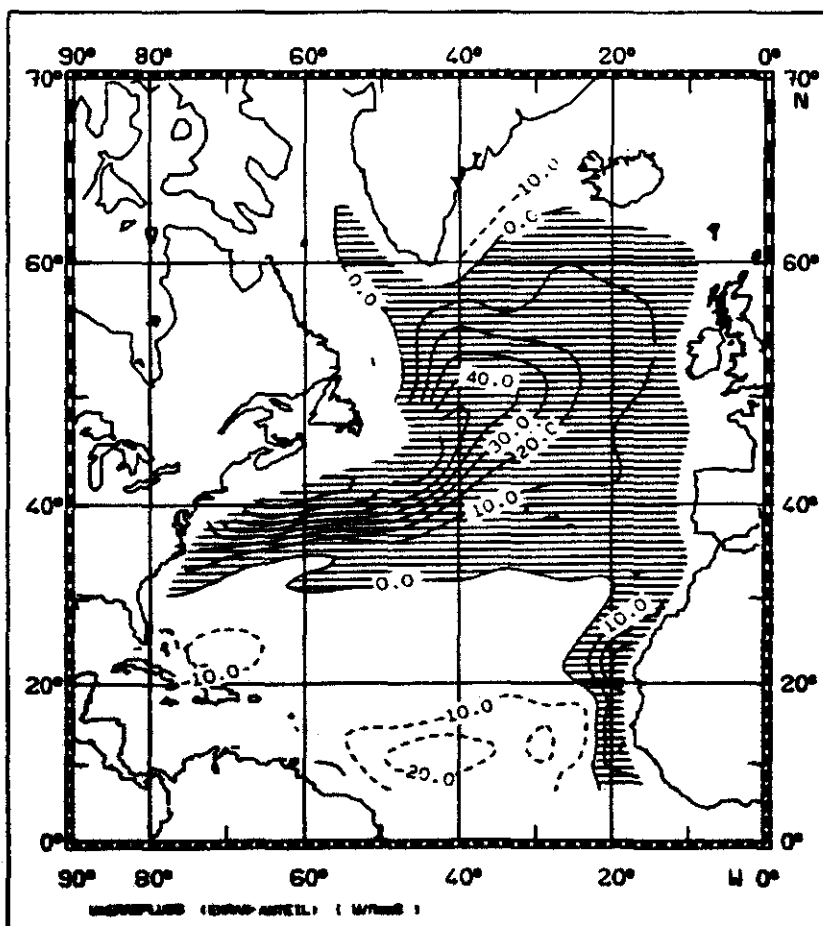
Dabei ist  $\underline{\tau}$  die Windschubspannung, die dem Atlas von Isemer & Hasse (1986) entnommen wurde.

Verwendet man die potentielle Temperatur  $\theta$  als Erhaltungsgröße, erhält man direkt den Nettowärmeeintrag in den Ozean durch die Meeresoberfläche. Der 'geostrophische' Anteil ist in Abb. 5.8a dargestellt. Als grobes Bild ergibt sich, daß der Ozean im Bereich östlich der Linie Haiti - Irland sowie im Bereich des Labradorstromes Wärme aufnimmt, während in den übrigen Regionen - insbesondere im Gebiet des Golfstroms - Wärme vom Ozean an die Atmosphäre abgegeben wird. Dieses Bild ist konsistent mit den Ergebnissen aus meteorologischen Daten, wie sie z.B. von Bunker & Worthington (1976) dargestellt wurden. Vor allem im Bereich südlich von 30°N wird dieses Bild aber durch den Ekmananteil (Abb. 5.8b) modifiziert. Auf Grund des Ekmantransportes ist nördlich von 35°N sowie vor der afrikanischen Küste eine Wärmeaufnahme durch den Ozean notwendig, in den übrigen Regionen ergibt sich ein Wärmeüberschuß des Ozeans, der an die Atmosphäre abgegeben werden muß. Damit resultiert der in Abb. 5.8c dargestellte Gesamtwärmefluß: Man erhält einen Wärmeentzug westlich der Linie Neufundland - Kap Palmas mit dem Schwerpunkt im Golfstrombereich (bis zu 250 W/m<sup>2</sup>). Außerdem gibt der Ozean im Bereich zwischen Grönland und den Britischen Inseln Wärme an die Atmosphäre ab



5.8a

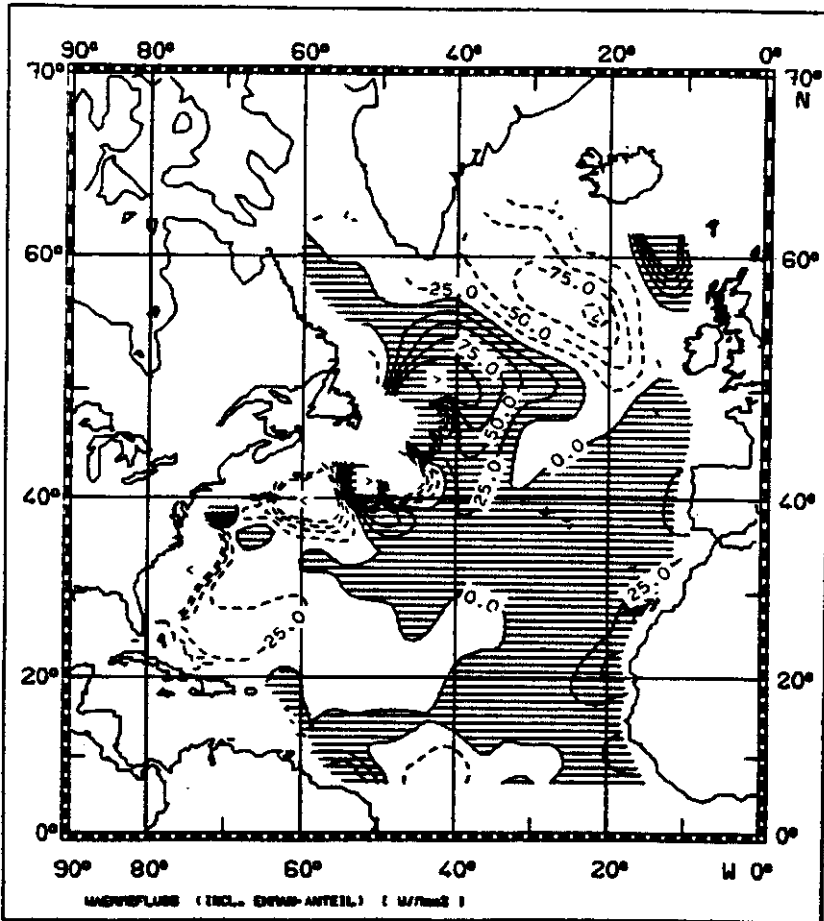
Linienabstand: 25 W/m<sup>2</sup>



5.8b

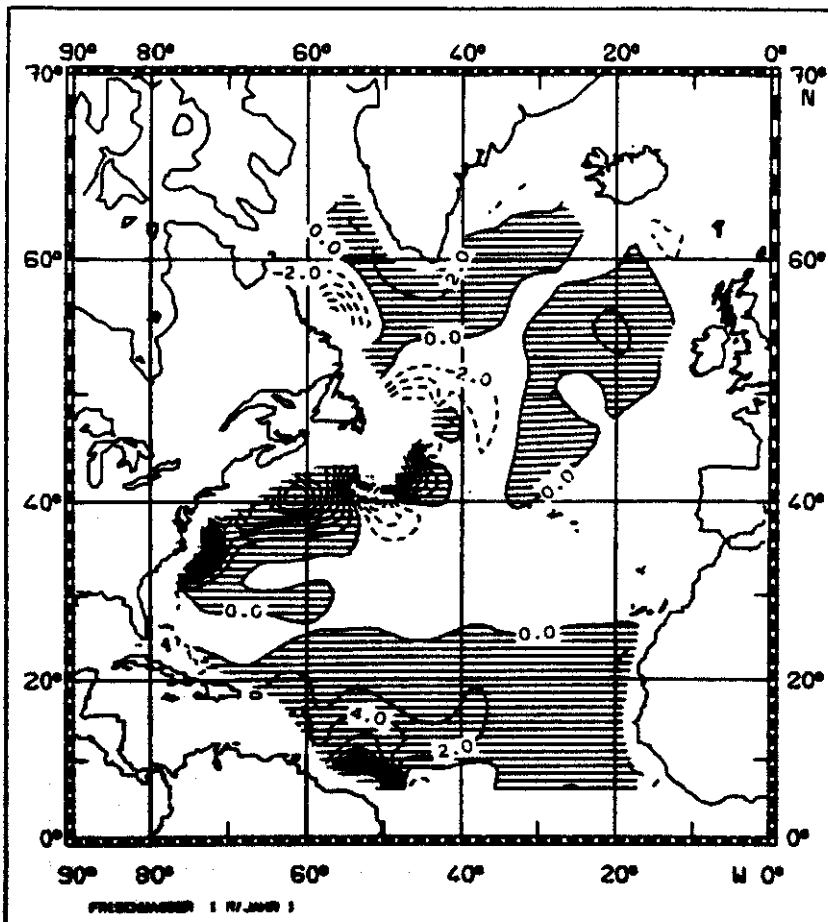
Linienabstand: 10 W/m<sup>2</sup>

Abb. 5.88: Wärmeeintrag in den Ozean in W/m<sup>2</sup>  
(a) geostrophischer Anteil, (b) Ekman-Anteil  
(c) Summe (a)+(b)  
schraffiert: Ozean gewinnt Wärme



5.8c

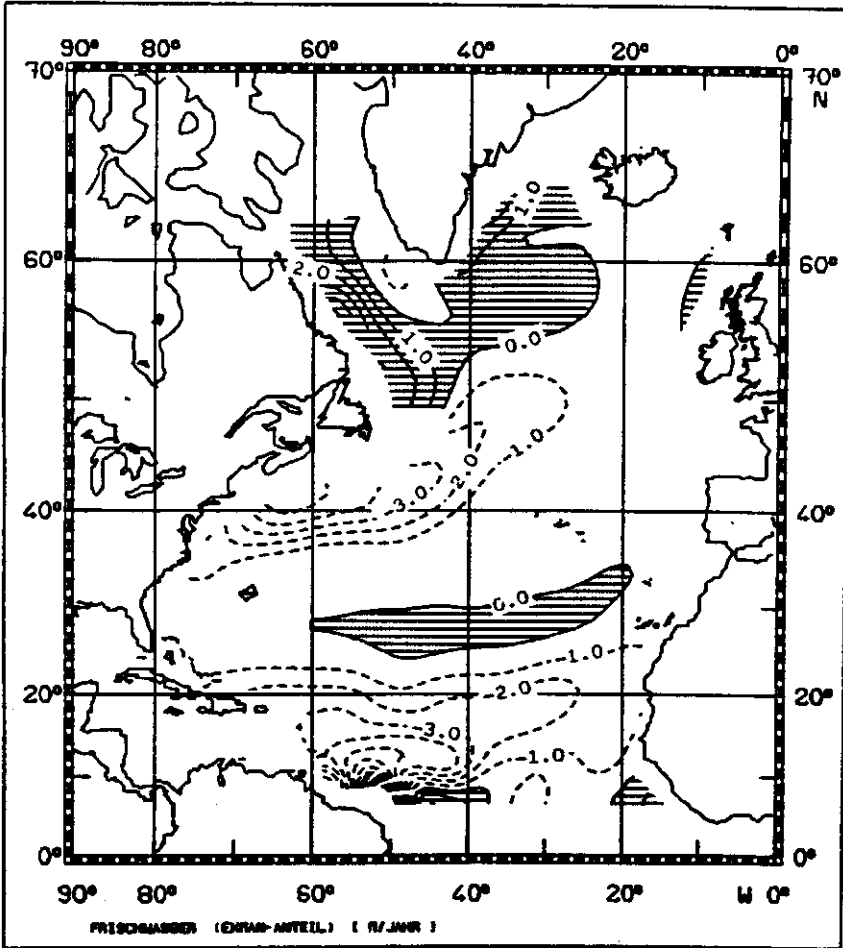
Linienabstand: 25 W/m<sup>2</sup>



5.9a

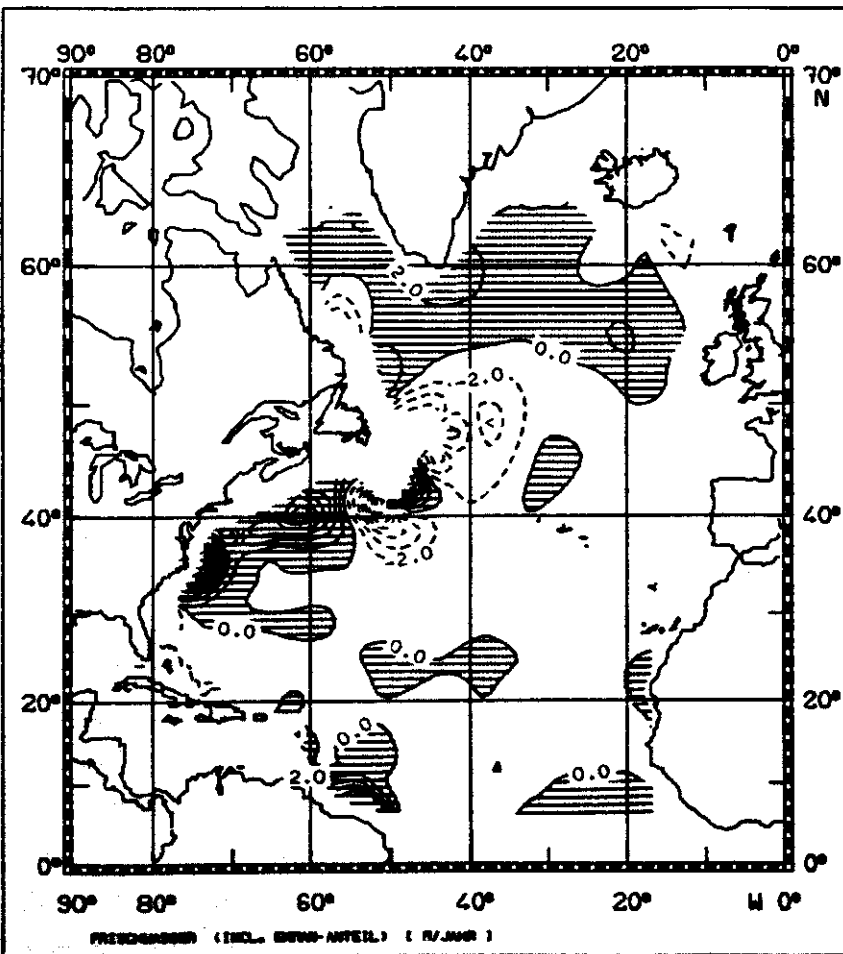
Linienabstand: 2 m/Jahr

Abb. 5.9 : Frischwasserzufuhr in den Ozean in m/Jahr  
(a) geostrophischer Anteil , (b) Ekman-Anteil  
(c) Summe (a)+(b)  
schraffiert: Gewinn an Frischwasser



5.9b

Linienabstand: 1 m/Jahr



5.9c

Linienabstand: 2 m/Jahr

(bis  $100 \text{ W/m}^2$ ), während er in den übrigen Gebieten, vor allem im Bereich der Grand Banks Wärme aufnimmt. Daß der Ozean über weite Bereiche südlich von  $30^\circ\text{N}$  Wärme verliert, steht im Einklang mit den Ergebnissen von Behringer & Stommel (1981), die diesen Effekt damit erklären, daß in diesen Bereichen die durch Verdunstung bedingte Abkühlung die Erwärmung durch die Nettoeinstrahlung an der Meeresoberfläche überwiegt.

Die Verwendung des Salzgehaltes  $S$  liefert in diesem Zusammenhang einen Salzfluß  $H_O^S$  durch die Meeresoberfläche, der leicht in einen Frischwasserfluß  $H_O^W$  umgerechnet werden kann,

$$(5.7) \quad H_O^W = - \frac{1}{S_O} H_O^S$$

( $S_O$ : Oberflächensalzgehalt), der als Niederschlag - Verdunstung, in der Nähe der Mündungen großer Flüsse entsprechend auch als Festlandsabfluß zu interpretieren ist. Auf Grund der geostrophischen Strömungen ergibt sich die in Abb. 5.9a dargestellte Verteilung. Südlich von ca.  $25^\circ\text{N}$ , im Golfstrombereich sowie nördlich von  $55^\circ\text{N}$  überwiegt die Zufuhr von Frischwasser. Die Maxima befinden sich im Golfstrombereich sowie vor der südamerikanischen Küste, wo diese Zufuhr mit dem Amazonasausstrom in Verbindung zu bringen ist. In den übrigen Regionen überwiegt der durch Verdunstung bedingte Wasserverlust. Vergleicht man dieses Ergebnis mit der Karte bei Dietrich u.a. (1975) kommt man zu einer guten prinzipiellen Übereinstimmung. Während die Verteilung von positiven und negativen Werten gut übereinstimmt, fallen die Werte selbst vor allem in den Bereichen mit Frischwasserzufuhr zu hoch aus. Der Ekmananteil (Abb. 5.9b) bedingt nahezu im gesamten Nordatlantik ein Übergewicht der Verdunstung; nur in der Labradorsee, der Irmingersee sowie in einem schmalen Streifen entlang  $30^\circ\text{N}$  bedingt dieser Anteil eine Frischwasserzufuhr. Damit ergibt sich insgesamt für den größten Teil des Nordatlantik ein Wasserverlust (Abb. 5.9c). Der Niederschlag bzw. der Festlandsabfluß überwiegt, von einigen kleinen Flecken abgesehen, nur an der amerikanischen Küste sowie nördlich von  $55^\circ\text{N}$ . Dabei unterstützt der in den tropischen Bereichen durch den Ekmananteil bedingte Wasserverlust die oben angeführte Erklärung für den in diesen Bereichen auftretenden Wärmeverlust. Der mit diesen Frischwasserflüssen verbundene Massentransport über einen



Zonalschnitt (= Gesamtmassenverlust eines 1°-Streifens) liegt unterhalb von 1 Sv (= 10<sup>9</sup> kg/s) und damit innerhalb des Fehlers, mit dem der Gesamtmassentransport über den Schnitt bestimmt werden kann.

### 5.3 Wärmetransport im Nordatlantik

Im Zusammenhang mit den klimatologischen Untersuchungen der globalen Energiebilanz der Erde ist der meridionale Wärmetransport im Ozean von besonderem Interesse. Dieser wurde in den meisten bisherigen Arbeiten über das Residuum der Oberflächenenergiebilanz bestimmt (Hastenrath, 1980, 1982; Lamb, 1981; Lamb & Bunker, 1982). Insbesondere für den Nordatlantik sind für einige Schnitte direkte Berechnungen aus hydrographischen Daten vorgenommen worden (Bryden & Hall, 1980; Wunsch, 1980; Roemmich, 1981). Eingehendere Untersuchungen für ein Teilgebiet des Nordostatlantik wurden von Stramma & Isemer (1985) durchgeführt.

Mit dem vorliegenden Geschwindigkeitsfeld besteht im Zusammenhang mit dem Temperaturfeld die Möglichkeit, den Wärmetransport auf beide der angesprochenen Arten zu bestimmen: direkt aus den hydrographischen Daten,

$$(5.8) \quad WT = \int_{\lambda_1-H}^{\lambda_2} \int_0^H c_p \{v\theta - \rho(\underline{\kappa} \cdot \nabla\theta)^y\} R \cos\phi dz d\lambda$$

(Hier sind  $\lambda_1, \lambda_2$  die Koordinaten der West- bzw. der Ostküste des Nordatlantik, H die Wassertiefe,  $c_p$  die spezifische Wärme,  $v$  die nordwärtige Strömungskomponente,  $\theta$  die potentielle Temperatur sowie  $\underline{\kappa}$  der Diffusionstensor (Gl. 3.15). Das hochgestellte  $y$  am Diffusionsterm deutet an, daß die Meridionalkomponente dieses Term zu betrachten ist.), sowie über die Oberflächenenergiebilanz, d.h. durch Integration des im vorherigen Abschnitt bestimmten Nettowärmeeintrags in den Ozean  $H_0^\theta$ ,

$$(5.9) \quad WTF = - \int_{\phi}^{\phi_n} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} H_0^\theta R^2 \cos\phi d\lambda d\phi + WTF(\phi_n)$$

( $\phi_n$ : geographische Breite des Nordrandes,  $WTF(\phi_n)$ : Wärmetransport über diesen Nordrand/ Integrationskonstante).

Der advective Anteil des Wärmetransportes WT kann mit

$$(5.10) \quad \begin{aligned} v &= \bar{v} + v' & \theta &= \bar{\theta} + \theta' \\ \bar{v} &= \frac{1}{H} \int_{-H}^0 v \, dz & \bar{\theta} &= \frac{1}{H} \int_{-H}^0 \theta \, dz \end{aligned}$$

in einen barotropen Anteil WTB und einen baroklinen Anteil WTC aufgespalten werden:

$$(5.11) \quad \begin{aligned} \text{WTB} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} H c_p \bar{v} \bar{\theta} R \cos\phi \, d\lambda \\ \text{WTC} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{-H}^0 c_p v' \theta' R \cos\phi \, dz \, d\lambda \end{aligned}$$

Der diffusive Anteil WTD hat die Form

$$(5.12) \quad \text{WTD} = - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{-H}^0 c_p \rho \left[ A_1 \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} \theta + (A_c - A_1) \frac{v\sigma \cdot \nabla \theta}{v\sigma \cdot \nabla \sigma} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} \sigma \right] R \cos\phi \, dz \, d\lambda,$$

dabei sind  $A_c$  und  $A_1$  der diapyknische bzw. der isopyknische Diffusionskoeffizient, wie sie im vorherigen Abschnitt bestimmt wurden. Wegen der unterschiedlichen Größenordnungen von  $A_c$  und  $A_1$  spielt der auf der diapyknischen Diffusion beruhende Anteil in diesem Zusammenhang keine Rolle. Die auf der isopyknischen Diffusion beruhenden Terme erreichen maximal Werte von 0.15 PW (1 PW =  $10^{15}$  W), dabei ist der erste Term des Integrals (5.12) generell größer als der letzte (Abb. 5.10a); nur nördlich von  $30^\circ\text{N}$  balancieren sich die beiden Terme nahezu, so daß der diffusive Wärmetransport dort am größten ist, wo die potentielle Temperatur  $\theta$  auf Isopyknen am stärksten in meridionaler Richtung variiert. Insgesamt ergibt sich der diffusive Wärmetransport nördlich von  $30^\circ\text{N}$  als positiv (d.h. er ist nach Norden gerichtet) mit maximal 0.04 PW bei  $41^\circ\text{N}$ . Südlich dieser Breite ergibt sich ein südwärtiger Transport von maximal 0.11 PW bei  $12^\circ\text{N}$ . Dabei ist der Fehler dieses diffusiven Wärmetransports mindestens von der gleichen Größe wie der Transport selber, da die berechneten Diffusionskoeffizienten nur in Ausnahmefällen größer als ihre Fehler sind. Für den Gesamtwärmetransport spielt dieser Anteil nur eine untergeordnete Rolle (Abb. 5.10b), hier dominieren die advectiven Anteile. Nur bei ca.  $42^\circ\text{N}$ , wo sich der barokline und der barotrope Anteil nahezu aufheben,

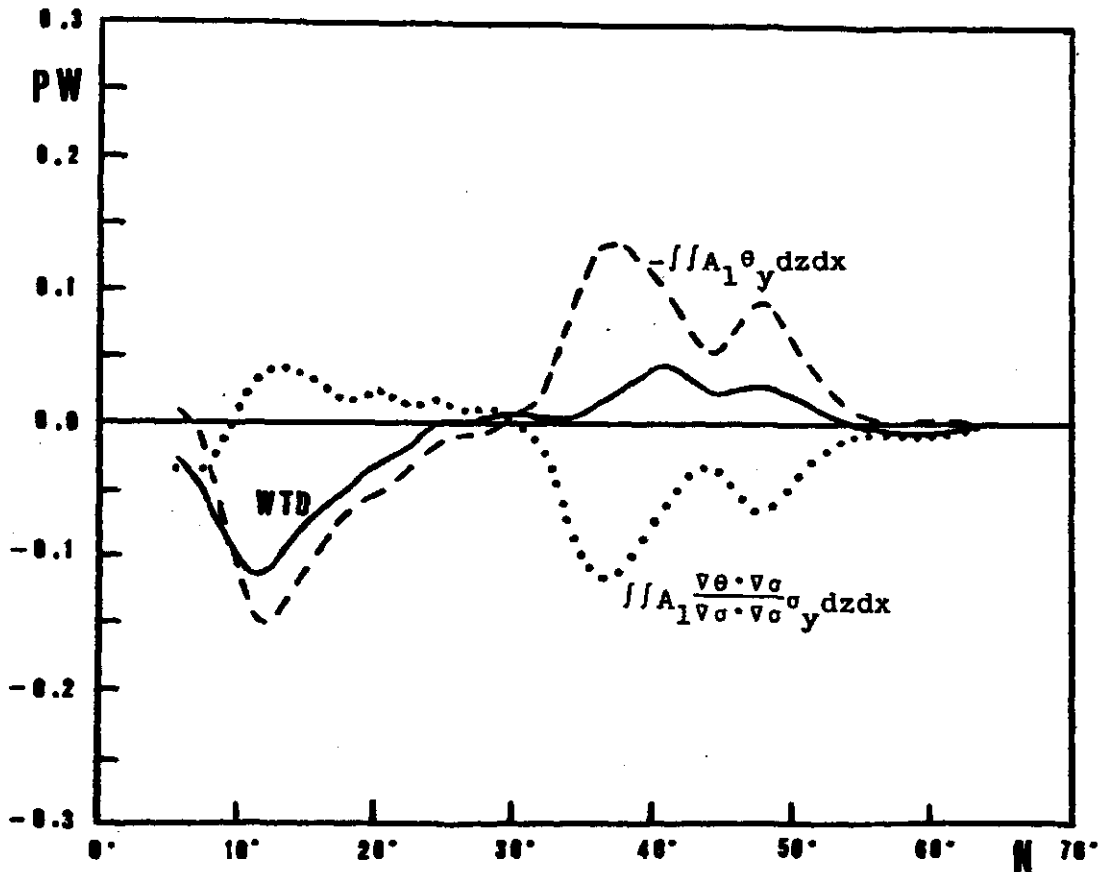


Abb. 5.10a : Wärmetransport im Nordatlantik in PW ( $= 10^{15}$  W)  
Bilanz des diffusiven Anteils

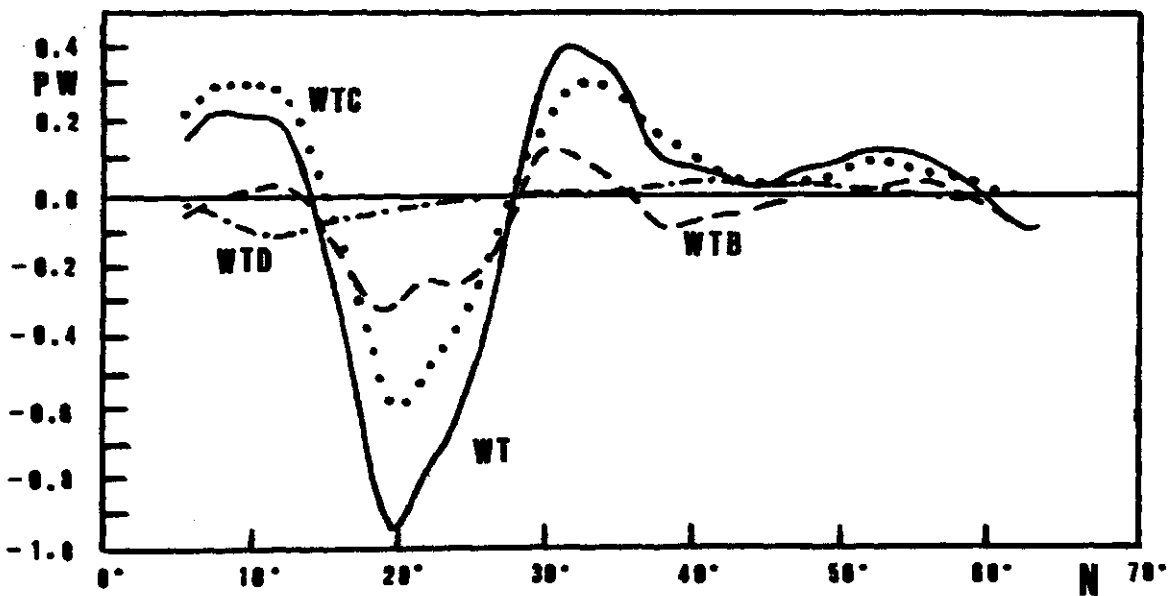


Abb. 5.10b : Anteile des Wärmetransports im Nordatlantik  
 WTB : barotroper Anteil  
 WTC : barokliner Anteil  
 WTD : diffusiver Anteil  
 WT : Gesamttransport WTB + WTC + WTD

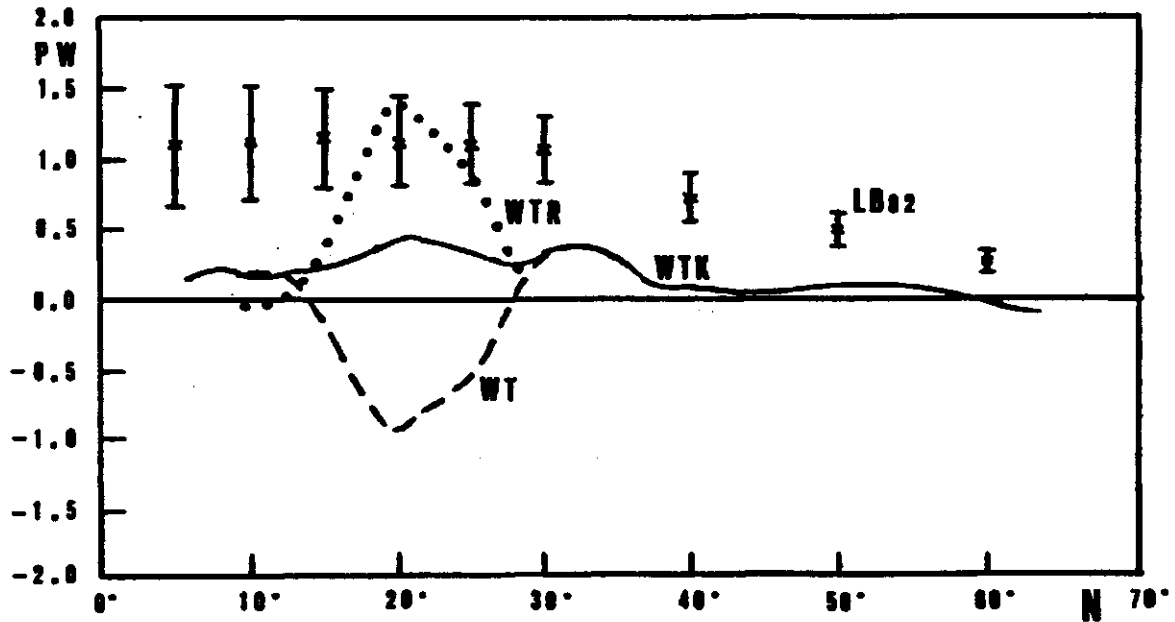


Abb. 5.10c : Korrigierter Wärmetransport  
WT : Summe aus Abb. 5.10b  
WTR : Korrektur im Bereich Karibik - Florida  
WTK : korrigierter Transport  
LB<sub>82</sub> : Werte von Lamb & Bunker (1982)

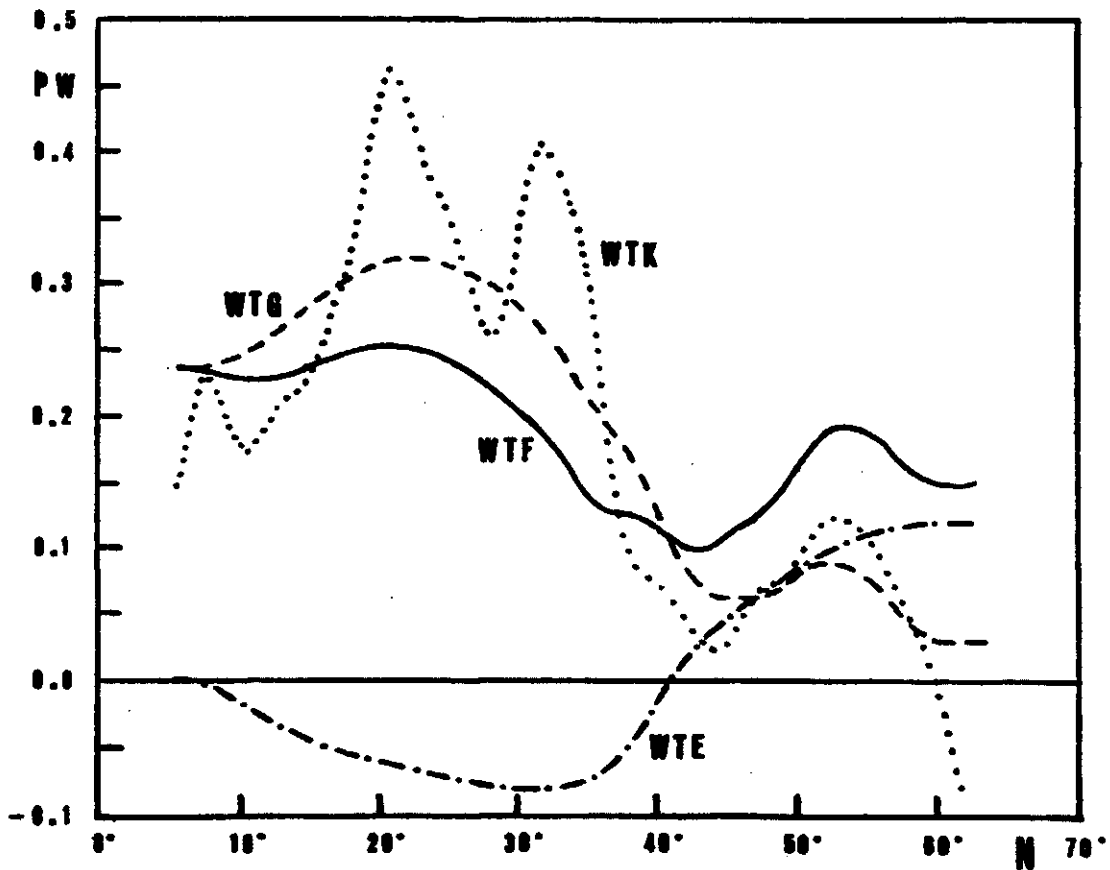


Abb. 5.11 : Wärmetransport aus Oberflächenflüssen (Abb. 5.8)  
WTG : geostrophischer Anteil  
WTE : Ekman-Anteil  
WTF : Summe WTG + WTE  
WTK : korrigierter Transport aus Abb. 5.10c

sowie südlich von 20°N macht sich der Einfluß des diffusiven Anteils bemerkbar. Aus Abb. 5.10b ergibt sich weiterhin, daß der Wärmetransport im wesentlichen baroklin bestimmt ist. Der barotrope Anteil ist im Mittel um den Faktor zwei geringer als der barokline. Besonders auffällig in Abb. 5.10b ist jedoch der starke südwärtige Wärmetransport von etwa 1 PW im Bereich zwischen 15°N und 27°N. Dieser ist dadurch bedingt, daß in diesem Bereich die Massenbalance nicht geschlossen ist, da bei der Korrektur die Karibik ausgespart und das entsprechende Teilstück des Randes als offen betrachtet wurde. Es ergibt sich in diesem Bereich zwischen 10°N und 30°N ein südwärtiger Massentransport, der sein Maximum von 11 Sv bei 20°N erreicht. Zur Schließung der Massenbilanz ist ein nordwärtiger Transport in der Karibik bzw. vor der Küste Floridas notwendig. Um den damit verbundenen Wärmetransport abzuschätzen, werden folgende Annahmen über das mit diesem Massentransport verbundene Geschwindigkeitsfeld gemacht:

- i) jedes Profil des entsprechenden Schnitts in der Karibik trägt gleichviel zum Massentransport bei;
- ii) die Profile werden in eine obere Schicht mit konstanter nach Norden gerichteter Strömung und eine untere mit entsprechend nach Süden gerichteter Strömung unterteilt, wobei der Betrag der Geschwindigkeit in der unteren Schicht ein zehntel des Betrages in der oberen Schicht beträgt. Dies entspricht in etwa dem Charakter der mit der  $\beta$ -Spiralen Methode in der Karibik gewonnenen Geschwindigkeitsprofile.
- iii) als Trennung zwischen den beiden Schichten wird die Schwellentiefe auf dem offenen Rand (ca. 800m) verwendet.

Mit diesen Annahmen kann man die Korrektur des Wärmetransports über eine entsprechend gemittelte Temperatur  $\bar{\theta}$  bestimmen:

$$(5.13) \quad \text{WTR} = - c_p M^y \bar{\theta} \quad ,$$

mit

$$(5.14) \quad \bar{\theta} = \frac{1}{N} \int (D_o \theta_o + \epsilon D_u \theta_u) / (D_o + \epsilon D_u) \quad ;$$

$M^y$  := Massentransport des Zonalschnittes  
 $D_o$  := Schichtdicke der oberen Schicht :=  $\min(H_s, H)$   
 $D_u$  := Schichtdicke der unteren Schicht :=  $H - D_o$   
 $H$  := Gesamtwassertiefe  
 $H_s$  := Schwellentiefe  
 $\theta_o, \theta_u$  := mittlere Temperatur der entsprechenden Schicht  
 $\epsilon$  := Verhältnis der Geschwindigkeiten in Ober- und Unter-  
schicht :=  $v_u/v_o = -0.1$   
 $N$  := Anzahl der verfügbaren Profile

Der so korrigierte Gesamtwärmetransport

$$(5.14) \quad WTK = WTB + WTC + WTD + WTR$$

ist in Abb. 5.10c dargestellt. Zum Vergleich sind die von Lamb & Bunker (1982, Tabelle 5) angegebenen Werte für den Wärmetransport mit ihren Fehlergrenzen ebenfalls in der Graphik eingetragen. Diese Werte werden verwendet, da die Transporte anderer Autoren, die zum Teil ebenfalls auf direkten Berechnungen beruhen, innerhalb dieser Fehlergrenzen liegen (vergleiche Hastenrath, 1982, Tabelle 1). Der hier berechnete meridionale Wärmetransport ist nach der Korrektur im gesamten Nordatlantik positiv, also nach Norden gerichtet. Der Vergleich mit den Werten von Lamb & Bunker (1982) zeigt, daß sie zwar prinzipiell die gleiche Nord-Süd Struktur aufweisen aber systematisch um etwa den Faktor zwei zu niedrig liegen.

An dieser Stelle ist es angebracht, sich einige Gedanken über die Fehler bei der Berechnung des Wärmetransports zu machen. Gut abschätzen kann man diesen für den barotropen Anteil WTB:

$$(5.15) \quad \delta WTB = c_p \delta(\bar{\theta} MT) = c_p \bar{\theta} \delta MT ;$$

hierin ist  $\bar{\theta}$  die mittlere potentielle Temperatur des Zonalschnittes und MT sowie  $\delta MT$  der Massentransport über den Schnitt bzw. sein Fehler

$$(5.16) \quad \delta MT = L H \delta v$$

Mit der Beckenbreite  $L = 6000$  km, der Wassertiefe  $H = 4000$  m und einem Fehler für die meridionale Impulskomponente  $\delta v = 0.1$  kg/(m<sup>2</sup>s) erhält man für den Massentransport den Fehler

$$(5.17a) \quad \delta MT = 2.5 \cdot 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 2.5 \text{ Sv} \quad .$$

Dabei ist der Fehler des Impulses eher statistischer Natur und gibt die Ungenauigkeiten bei der numerischen Berechnung der Integrale wieder. Eine mittlere Temperatur von  $\bar{\theta} = 10$  °C führt dann zu einem Fehler im barotropen Wärmetransport von

$$(5.17b) \quad \delta WTB = 0.1 \text{ PW} \quad .$$

Für die anderen Anteile kann man den gleichen Fehler annehmen, so daß sich ein Gesamtfehler für den meridionalen Wärmetransport von

$$(5.17c) \quad \delta WTK = 0.4 \text{ PW}$$

ergibt. Dieser Wert ist etwas größer als der von Bryden & Hall (1980) angegebene und ist vergleichbar mit den Fehlern bei Lamb & Bunker (1982). Legt man diese Fehlergrenze zugrunde, stimmen die hier berechneten Wärmetransporte nördlich von 40°N gut mit den Werten von Lamb & Bunker (1982) überein, südlich von 40°N sind sie immer noch zu niedrig, erreichen hier aber die Jahresmittelwerte von Bryan (1982). Dieser berechnete den Wärmetransport mit Hilfe eines numerischen Modells des Ozeans (Bryan & Lewis, 1979; Fall III) und erklärt die systematisch um den Faktor zwei zu niedrig liegenden Transporte damit, daß sich im Modell ein um diesen Faktor zu niedriger Massentransport in der meridionalen Zelle ergibt. Hier spielt ein ähnlicher Effekt eine Rolle: Durch die klimatologische Mittelung des hier verwendeten Datensatzes von Levitus (1982) verringern sich die Dichtegradienten gegenüber den aktuellen Schnitten. Dies führt über die thermische Windrelation zu einer Abschwächung der baroklinen Struktur des Geschwindigkeitsfeldes und damit schließlich zu einer Verringerung des baroklinen Wärmetransportes WTC. Dies könnte eine Erklärung für die, gegenüber aus aktuellen Schnitten gewonnenen Werten,

systematisch zu niedrig liegenden Wärmetransporte darstellen. Wie groß dieser Effekt tatsächlich ist, ist mit den vorhandenen Mitteln allerdings nicht abzuschätzen. Ebenfalls bleibt unklar, inwieweit dieser Effekt gegebenenfalls durch den diffusiven Anteil WTD aufgefangen wird, da das Maximum von WTD nicht mit den Bereichen der größten ozeanischen Variabilität, gekennzeichnet durch das Maximum der potentiellen Wirbelenergiegedichte (Abb. 5.4; Dantzler, 1977), übereinstimmt. Um auf diesem Weg den Wärmetransport im klimatologischen Mittel zu bestimmen, sollte man also nicht von einem gemittelten Temperatur- und Dichtefeld ausgehen, sondern wegen der Nichtlinearität der Berechnungen die Mittelung erst am Endprodukt, dem Wärmetransport, vornehmen.

Neben dem Weg, den Wärmetransport direkt aus den hydrographischen Daten zu bestimmen, besteht hier die Möglichkeit, ihn durch Integration der Wärmeflüsse durch die Oberfläche (Abb. 5.8) zu gewinnen. Dabei kann man den Gesamtwärmetransport WTF ebenso wie den Wärmefluß in einen geostrophischen Anteil WTG und einen Ekmananteil WTE aufspalten. Dies enthält dann implizit die Annahme, daß die entsprechenden Anteile des Massentransportfeldes für sich divergenzfrei sind. Der Fehler, den man bei dieser Methode, den Wärmetransport zu bestimmen, macht, ist stark abhängig von den Fehlern der Wärmeflüsse. Er beträgt für einen 1°-Streifen etwa

$$(5.18) \quad \delta WTF = L \cdot \Delta y \cdot \delta H_O^0 = 6 \cdot 10^{12} \text{ W}$$

mit einer Beckenbreite  $L=6000\text{km}$ , der Breite des 1°-Streifens  $\Delta y=100\text{km}$  und einem Fehler in den Wärmeflüssen von  $\delta H_O^0=10 \text{ W/m}^2$ . Durch die Integration akkumuliert er sich zu 0.4 PW bei 5°N und erreicht damit den Fehler, der sich bei der direkten Methode ergibt.

Für die Darstellung dieser Wärmetransporte (Abb. 5.11) wurden die Integrationskonstanten (= Transporte bei 64°N) für WTG und WTF so gewählt, daß die Abweichungen vom direkt berechneten Wärmetransport WTK, der zum Vergleich ebenfalls in Abb. 5.11 dargestellt ist, minimal sind. Man erhält so 0.03 PW für den geostrophischen Anteil WTG und 0.15 PW für den Gesamttransport WTF bei 64°N. Läßt man bei dieser Anpassung den Be-



reich der Korrektur zwischen  $10^{\circ}\text{N}$  und  $30^{\circ}\text{N}$  außer acht, ändert sich nur der Wert für WTF auf  $0.12 \text{ PW}$ . Sowohl WTG als auch WTF sind im gesamten Bereich positiv, d.h. der Wärmetransport ist nach Norden gerichtet. Sie haben ihre Maxima gemeinsam bei  $22^{\circ}\text{N}$  ( $\text{WTG}=0.31\text{PW}$ ;  $\text{WTF}=0.25\text{PW}$ ) und bei  $53^{\circ}\text{N}$  ( $\text{WTG}=0.09\text{PW}$ ,  $\text{WTF}=0.20\text{PW}$ ). Das dazwischen liegende Minimum wird in beiden Fällen durch die extrem hohe Wärmeaufnahme des Ozeans im Bereich der Grand Banks verursacht (Abb. 5.8a,c). Es liegt für den geostrophischen Anteil WTG bei  $46^{\circ}\text{N}$  ( $=0.06\text{PW}$ ) und für den Gesamttransport WTF bei  $43^{\circ}\text{N}$  ( $=0.10\text{PW}$ ). Während somit WTG dem Verlauf des direkt berechneten Transports gut folgt, erweist sich der Gesamttransport WTF als nahezu konstant. Dabei liegen die maximalen Unterschiede zwischen WTF und WTK mit  $0.2 \text{ PW}$  deutlich innerhalb der Fehlergrenzen. Die Abweichungen zwischen WTG und WTK sind noch geringer. Im Vergleich mit dem direkt berechneten Wärmetransport ergibt sich also ein zufriedenstellendes Ergebnis. Dabei erweist sich der aus den Wärmeflüssen berechnete Transport als nicht so empfindlich gegenüber Fehlern wie der direkt berechnete. Verglichen mit den Werten von Lamb & Bunker (1982) sind diese Werte aber ebenfalls um den Faktor zwei bis drei zu niedrig. Diese niedrigen Transporte lassen sich dadurch erklären, daß die hohen Werte in den Wärmeflüssen im wesentlichen auf schmale Randbereiche an der amerikanischen Küste konzentriert sind (Abb. 5.8a,c), bzw. daß sie sich auf einem Zonalschnitt nahezu kompensieren.

Durch die Anpassung von WTG und WTF an den direkt berechneten Wärmetransport WTK wird der Einfluß des Ekmananteils WTE minimiert. Er ist nördlich von  $40^{\circ}\text{N}$  positiv und erreicht sein Maximum von  $0.12 \text{ PW}$  am nördlichen Rand bei  $64^{\circ}\text{N}$ . Südlich von  $40^{\circ}\text{N}$  ist der Ekmananteil negativ mit einem maximalen südwardigen Transport von  $-0.08 \text{ PW}$  bei  $32^{\circ}\text{N}$ , der auf  $0.0 \text{ PW}$  bei  $5^{\circ}\text{N}$  zurückgeht. In diesem Verhalten des Ekmananteils spiegelt sich wieder, daß der Ekmananteil des Wärmeflusses (Abb. 5.8b) insgesamt gesehen positiv ist. Der damit verbundene Überschuß an Wärme muß durch die Ränder im Norden und/oder im Süden abtransportiert werden. Durch die spezielle Wahl der Randbedingungen geschieht dies hier ausschließlich über den Nordrand.

Die hier gewonnenen Ergebnisse kann man folgendermaßen zusammenfassen: Im Rahmen der Fehlergrenzen liefern sowohl

der direkt aus dem Geschwindigkeits- und dem Temperaturfeld berechnete Wärmetransport als auch der mit Hilfe der Wärme-flüsse berechnete identische Ergebnisse. Im Vergleich mit den allgemein akzeptierten Werte für die Wärmetransporte (z.B. Lamb & Bunker, 1982) liegen diese aber um den Faktor zwei bis drei zu niedrig. Die Kombination der klimatologisch gemittel-ten hydrographischen Daten mit dem aus ihnen gewonnenen Ge-schwindigkeitsfeld erweist sich also für diesen Zweck als un-geeignet.

## 6 Zusammenfassung

Das Ziel der in dieser Arbeit durchgeführten diagnostischen Inversmodellierung ist es, ein absolutes dreidimensionales Geschwindigkeitsfeld zu bestimmen, das einfachen dynamischen Annahmen (Geostrophie, Massenerhaltung, Randbedingungen) ebenso genügt wie den Forderungen, die sich aus den lokalen Balancen der ozeanischen Datenfelder ergeben. Dies ist nur im Sinne einer Ausgleichsrechnung möglich, da die Summe der an das Geschwindigkeitsfeld gestellten Forderungen zu einem überbestimmten Problem führt, so daß geringfügige Abweichungen von einigen der Forderungen zugelassen werden müssen. Die hier verwendete  $\beta$ -Spiralen Methode mit der anschließenden Bestimmung des Vektorpotentials führt zu einem Geschwindigkeitsfeld, das im Endeffekt nur die Kontinuitätsgleichung sowie die kinematische Randbedingung exakt erfüllt, und es ergibt sich damit die Möglichkeit, die anderen dynamischen Annahmen zu testen. Dieses Kapitel soll dazu dienen, die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit zusammenzufassen und die Für und Wider zu diskutieren.

Im Rahmen der  $\beta$ -Spiralen Methode kann man jeden konservativen Tracer benutzen, der durch das Geschwindigkeitsfeld advektiert wird. Wegen der Anforderungen an die Qualität der Daten sowie an die Beobachtungsdichte reduziert sich die Wahl in der Praxis allerdings auf die hydrographischen Standarddaten, d.h. im wesentlichen auf Temperatur und Salzgehalt. Aber auch mit dieser Wahl der Daten bleibt die Anwendung der  $\beta$ -Spirale auf die Kreuzungspunkte hydrographischer Schnitte beschränkt, da die horizontalen Ableitungen der Dichte als auch der Tracer in beiden Richtungen benötigt werden. Die Verwendung nichtsynoptischer hydrographischer Schnitte für die diagnostische Inversmodellierung wurde vielfach in Frage gestellt (z.B. Wunsch & Grant, 1982), da sie im allgemeinen kein momentanes Bild des ozeanischen Massenfeldes widerspiegeln, und

man kann damit auch nicht erwarten, daß die resultierende Zirkulation das momentane oder überhaupt ein mögliches Bild der ozeanischen Zirkulation darstellt. Diese Einschränkungen gelten auch bei der Verwendung des klimatologischen Mittels aller verfügbaren hydrographischen Daten, wie es der Atlas von Levitus (1982) darstellt, der hier im wesentlichen benutzt wurde. Auf Grund der mangelnden räumlichen und zeitlichen Datendichte stellt dieser Datensatz kein wirkliches klimatologisches Mittel dar. Man kann jedoch argumentieren, daß die Verwendung dieses Mittels physikalisch sinnvoller ist als die bloße Zusammenfügung zweier nichtsynoptischer Schnitte. Zieht man jedoch die eingeschränkte Menge der zur Untersuchung der ozeanischen Zirkulation zur Verfügung stehenden Daten in Betracht, sind beide Wege gleichermaßen gerechtfertigt.

Die Rechnungen dieser Arbeit beschränken sich auf den nordatlantischen Teil des Levitus-Atlas, da hier die Beobachtungsdichte der Originaldaten wesentlich höher ist als in den anderen Regionen des Ozeans. Im Zusammenhang damit ist der Nordatlantik das am besten untersuchte Ozeangebiet: Neben diversen Berechnungen einzelner Profile der absoluten Geschwindigkeit mit Hilfe der  $\beta$ -Spiralen Methode (z.B. Schott & Stommel, 1978) liegen die Zirkulationsbilder der absoluten Geschwindigkeit von Wunsch & Grant (1982) vor, die mit Hilfe der Inversmethode von Wunsch und einer Auswahl einzelner hydrographischer Schnitte bestimmt wurden. Weiter sind die Arbeit von Defant (1941) zur Bestimmung der absoluten geostrophischen Zirkulation sowie die diagnostischen Modelle von Holland & Hirschmann (1972) und Mellor u.a. (1982) ebenso erwähnenswert wie die Arbeit von Worthington (1976). Die Ergebnisse dieser Arbeiten unterscheiden sich in vielen Einzelheiten wesentlich voneinander. Sogar in der wichtigen Frage nach der vertikalen Struktur des Golfstroms ergeben sich Unterschiede: Worthingtons Zirkulationsschema erfordert, daß der Golfstrom bis zum Boden reicht, während sich aus den anderen Arbeiten eine Strömungsumkehr mit der Tiefe ergibt. Verschiedene Ergebnisse gibt es auch bei der Rezirkulation des Golfstroms und dabei, inwieweit er in den Nordatlantischen Strom übergeht. Im Gegensatz zu Worthington's (1976) Zirkulationsschema sprechen einige der Ergebnisse von Wunsch & Grant (1982) sowie die anderen

Arbeiten für eine beckenweite Rezirkulation und eine Aufspaltung des Golfstroms, wie es sich auch aus der klassischen Beschreibung der windgetriebenen Zirkulation ergibt. Ein weiterer Aspekt des Modells von Wunsch & Grant (1982) ist, daß die Zirkulation häufig in kleine Zellen zerfällt. Aus ihren Schnitten der horizontalen Geschwindigkeiten ergibt sich, daß der Ozean sich in weiten Regionen nahezu barotrop bewegt mit unterschiedlichen Richtungen in den Wassersäulen, die eine horizontale Ausdehnung von etwa 1000km haben. Wie Luyten & Stommel (1982) gezeigt haben, ist dieses Verhalten möglicherweise durch die zu starke Gewichtung der tiefen Schichten bedingt, wodurch der Einfluß der Bodentopographie überbetont wird; teilweise ist dies aber sicherlich auch durch kleinskalige Unregelmäßigkeiten in den verwendeten Daten bedingt.

Die Zirkulation, die sich in dieser Arbeit aus den gemittelten Datenfeldern ergibt, unterscheidet sich nicht nur in Einzelheiten von den sich aus einzelnen hydrographischen Schnitten ergebenden Bildern; auch das großräumige Erscheinungsbild weist wesentliche Unterschiede auf. Die Mittelung der Daten führt einmal dazu, daß die durch Wirbel bedingten Veränderlichkeiten aus den Originaldaten entfernt werden. Zusätzlich werden aber auch Erscheinungen, die als ein langzeitliches Signal in den Schnitten angesehen werden können, in dem klimatologischen Mittel sehr breit verschmiert, so daß die Gradienten erheblich reduziert werden. Dies betrifft im besonderen die starken Strömungen, die sich in den Originalschnitten durch scharfe Fronten auszeichnen aber einer jahreszeitlichen oder anderen niederfrequenten Schwankung unterworfen sind. So ergibt die aus diesen Daten abgeleitete Zirkulation ein Bild, das durch breite Strömungen und beckenweite Zirkulationszellen gekennzeichnet ist. Die wesentlichen Ergebnisse sind in Abb. 4.6 und Abb. 4.7 dargestellt, die im Gegensatz zu den Ergebnissen von Wunsch & Grant (1982) eine wesentlich einfachere Struktur aufweisen. Die oberen Schichten werden beherrscht von einem breiten Golfstrom, der sich bei ca. 40°N, 40°W in den Nordatlantischen Strom und eine beckenweite Rezirkulation aufspaltet. Die Rezirkulation umfaßt sowohl den Azorenstrom und den Nordäquatorialstrom als auch eine engere Rezirkulationszelle im westlichen Randbereich

des Beckens. Das hauptsächliche Merkmal der tieferen Schichten ist der Gegenstrom am westlichen Rand unterhalb des Golfstroms, der durch das Overflow-Wasser aus der Norwegischen See gespeist wird. Dieses breitet sich durch die Gibbs Bruchzone nach Westen aus und zirkuliert teilweise durch die Labradorsee. Auch die Vertikalschnitte zeigen breite horizontale Strombänder mit einer Richtungsumkehr in der Tiefe, wodurch sich ein nahezu horizontales level-of-no-motion andeutet. Das allgemeine Erscheinungsbild hat also eine sehr starke Ähnlichkeit mit den klassischen Strömungsbildern, wie sie von Wüst (1935) und Defant (1941) bestimmt wurden.

Auch in Hinblick auf die spätere Bestimmung des Vektorpotentials wurde im Rahmen der  $\beta$ -Spiralen Methode ein besonderes Augenmerk auf die Bestimmung der Vertikalgeschwindigkeit gelegt. Diese erweist sich in allen Inversmodellen als besonders empfänglich für das in den Daten enthaltene Rauschen. Es erweist sich als wichtig, mit Hilfe welcher Bedingungsgleichung man die Vertikalgeschwindigkeit bestimmt, oder anders ausgedrückt, wie man die einzelnen Gleichungen untereinander gewichtet. Die Untersuchungen haben gezeigt, daß die aus der Vorticitybalance bestimmte Vertikalgeschwindigkeit wesentlich weniger Rauschen enthält als die mit Hilfe der Tracerbalance berechnete. Die in Abb. 4.8 dargestellten Ergebnisse zeigen auch hier eine recht einfache Struktur in den obersten Schichten. Dabei sind die oberflächennahen Bereiche von der Ekman-Vertikalgeschwindigkeit beherrscht, was durch die Einarbeitung des Ekmantransportes in die Horizontalgeschwindigkeiten bei der Korrektur mit bedingt wird. Mit der Tiefe nehmen die Werte ab, wobei sich mindestens ein Vorzeichenwechsel in den obersten 1000m ergibt. In den untersten Schichten bedingt der Einfluß der Bodentopographie wieder eine leichte Zunahme der Vertikalgeschwindigkeit, wobei die horizontale Verteilung in kleinskalige Strukturen zerfällt. Auch die Vertikalgeschwindigkeit entspricht somit den klassischen Vorstellungen.

Es zeigt sich, daß auch nach der Korrektur das Geschwindigkeitsfeld in weiten Teilen des Nordatlantik den dynamischen Annahmen der  $\beta$ -Spiralen Methode genügt. Die Ausnahme davon bilden die obersten Schichten im Bereich des Golfstroms und des

Nordatlantischen Stroms. Während die nichtlinearen Terme keine Rolle spielen, liefern sowohl der vertikale als auch der horizontale Austauschterm in diesen Bereichen zum Teil eine Erklärung für die Abweichungen von den gemachten Annahmen. Durch die Entwicklung der Theorien von Rhines & Young (1982) sowie von Luyten u.a. (1983), die versuchen, die windgetriebene Zirkulation auf der Basis der Erhaltung von potentieller Vorticity zu erklären, bekommt die Frage nach der Vermischung von relativer Vorticity  $\zeta$  neue Bedeutung. Die vertikale Vermischung von  $\zeta$  ist gleichbedeutend mit der horizontalen Vermischung potentieller Vorticity ( $= A_v \frac{N^2}{f^2} v^2 (f \rho_z)$ ), während die horizontale Vermischung von  $\zeta$  in der Balance der potentiellen Vorticity einem Quellterm gleichkommt ( $= A_h \frac{N^2}{f} \int v^2 \sigma dz$ ). Die Theorien basieren auf niedriger bzw. verschwindender Vermischung potentieller Vorticity. Aus den hier gemachten Untersuchungen ergibt sich, daß den beiden Austauschtermen die gleiche Bedeutung zukommt. Dabei sind die Terme so groß (etwa ein Drittel der Advektion planetarischer Vorticity), daß sie innerhalb der Balance nicht mehr ohne weiteres zu vernachlässigen sind. Dies gilt insbesondere im Bereich starker Strömungen, wo sie einen entscheidenden Betrag zur Reduktion des Residuums der Vorticitybalance liefern. In der Balance der potentiellen Vorticity sind die entsprechenden Terme allerdings eine Größenordnung kleiner als z.B. der vertikale Austauschterm ( $= A_c (f \rho_z)_{zz}$ ). In den Bereichen mit starken Strömungen ergeben sich hier vertikale Austauschkoeffizienten  $A_v$  in der Größenordnung  $10^2$  cm<sup>2</sup>/s; in den Gebieten mit geringen Strömungen liegen sie etwa eine Größenordnung niedriger. Bringt man sie in Verbindung mit dem vertikalen Impulstransport, so liegen sie an der oberen Grenze der Werte, wie sie üblicherweise z.B. in numerischen Modellen verwendet werden. Dagegen bewegt sich die Größenordnung der horizontalen Austauschkoeffizienten ( $= 10^8$  cm<sup>2</sup>/s) durchaus im bekannten Rahmen, wobei zu bedenken ist, daß die hier bestimmten Austauschkoeffizienten bedingt durch die klimatologische Mittelung der hydrographischen Daten eher als zu groß angesehen werden müssen.

Als ein weiterer Punkt der Arbeit wurden die Diffusionskoeffizienten für Temperatur und Salz bestimmt. Die Methoden, die zur Bestimmung des vertikalen Diffusionskoeffizienten bisher verwendet wurden, reichen von Untersuchungen der kleinskaligen Turbulenz bis hin zu ozeanweiten Balancen der chemischen

Tracer. Folglich umfassen die bisher bestimmten Werte einen weiten Bereich von  $10^{-2}$   $\text{cm}^2/\text{s}$  aus Messungen der Feinstruktur (Gargett, 1984) bis hin zu den aus großräumigen Balancen in der Tiefsee resultierenden  $1 \text{ cm}^2/\text{s}$  von Munk (1966). Die hier vorgelegten Werte kann man durch folgende Aussagen charakterisieren: In den Regionen mit schwachen Strömungen liegen die Diffusionskoeffizienten generell niedriger als die klassischen, in numerischen Modellen verwendeten Werte. Der diapiknische Diffusionskoeffizient liegt im subtropischen Wirbel bei  $0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$ , der isopyknische bei  $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ . In den umgebenden Bereichen mit starken Strömungen sind sie um etwa den Faktor 10 größer. Damit geben die Diffusionskoeffizienten im wesentlichen das Feld der ozeanischen Wirbelaktivität (Abb. 5.4) wieder. Insgesamt erweist sich die Diffusion hier als schwacher Prozeß, der in den numerischen Modellen zu sehr betont wird, insbesondere da die hier bestimmten Werte nur als eine obere Grenze anzusehen ist.

Neben den Diffusionskoeffizienten wurden die Flüsse von Wärme und Salz durch die Oberfläche aus den Erhaltungsgleichungen bestimmt: Der geostrophische Anteil des aus der Balance der potentiellen Temperatur berechneten Wärmeeintrags in den Nordatlantik gibt in groben Zügen das von Bunker & Worthington (1976) bekannte Bild wieder; im Detail ergeben sich jedoch zum Teil gravierende Unterschiede. So findet hier im Gegensatz zu Bunker & Worthington (1976) die maximale Wärmeaufnahme nicht in den subtropischen und tropischen Bereichen des Nordatlantik statt sondern im Bereich der Grand Banks, wo Werte über  $100 \text{ W/m}^2$  erreicht werden. Dieses Bild wird vor allem in den Bereichen südlich  $30^\circ\text{N}$  durch den Einfluß des Windes modifiziert, der hier einen Wärmeverlust bedingt, was die Wärmeaufnahme soweit reduziert, daß sich das Vorzeichen teilweise umkehrt. Dieses Ergebnis stimmt gut mit den Resultaten von Behringer & Stommel (1981) überein. Weiterhin ergibt sich, daß die Bereiche mit den stärksten Wärmeverlusten im Bereich des Golfstroms wesentlich schmaler sind als die aus den meteorologischen Daten berechneten. Außerdem sind sie zum Teil durch kleine Bereiche mit starker Wärmeaufnahme unterbrochen, so daß die Bilanz eines Zonalschnittes im Gegensatz zu den hohen Extremwerten verschwindend gering ist. Dies hat dann auch einen entscheidenden Einfluß auf den aus diesen Wärmeflüssen berech-



neten Wärmetransport, der sich im Vergleich zu früheren Berechnungen (z.B. Bryden & Hall, 1980; Wunsch, 1980; Hasthenrath, 1982; Lamb & Bunker, 1982) als um den Faktor zwei bis drei zu niedrig ergibt. Dieses Ergebnis ist zwar konsistent mit dem direkt aus dem hier vorliegenden Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld berechneten Wärmetransport; wenn man den aus den Oberflächenenergiebilanzen berechneten Transporten Glauben schenkt (wogegen nichts spricht), kommt man aber insgesamt zu dem Schluß, daß die Kombination der klimatologisch gemittelten hydrographischen Daten mit dem aus ihnen berechneten Geschwindigkeiten für die Berechnung des Wärmetransports ungeeignet ist.

Analog zu den Wärmeflüssen wurde aus der Balance des Salzgehaltes der Salzfluß durch die Meeresoberfläche bestimmt, oder was dem äquivalent ist die Frischwasserzufuhr. Dabei ergibt sich ein Gewinn an Frischwasser im wesentlichen im Golfstrombereich, nördlich von  $55^{\circ}\text{N}$  sowie vor der Amazonas­mündung, während in den übrigen Regionen des Nordatlantik die Verdunstung überwiegt. Vorallem südlich von  $25^{\circ}\text{N}$  ist dies auf den Windeinfluß zurückzuführen, der nahezu im gesamten Nordatlantik eine erhöhte Verdunstungsrate verursacht, die südlich von  $25^{\circ}\text{N}$  die durch den geostrophischen Anteil bedingte Frischwasserzufuhr übersteigt.

Zusammenfassend muß man die Ergebnisse dieser Arbeit unterschiedlich beurteilen: Das hier abgeleitete Geschwindigkeitsfeld paßt sich mit seiner Dynamik und seinem Erscheinungsbild gut in den gegenwärtigen Stand der Kenntnisse der großräumigen Zirkulation ein. Dabei ergeben sich in den Bereichen mit starken Strömungen Abweichungen von den einfachen, der  $\beta$ -Spiralen Methode zugrunde liegenden dynamischen Annahmen, die jedoch zum Teil als Austausch­terme identifiziert werden können, während die nichtlinearen Terme keine Rolle spielen. Betrachtet man jedoch die mit Hilfe dieses Geschwindigkeitsfeldes aus den hydrographischen Daten abgeleiteten Größen wie Diffusionskoeffizienten, Wärmeeintrag bzw. Frischwasserzufuhr in den Ozean und Wärmetransport, so ergeben sich immer größere Abweichungen von den allgemein akzeptierten Kenntnissen, die in den wesentlich zu niedrigen Wärmetransporten ihren Höhepunkt finden.

7 Literaturverzeichnis

- Bauer J., J.D. Woods, 1984  
Isopycnic Atlas of the North Atlantic Ocean - monthly  
mean maps and sections  
Ber. Inst. Meereskunde Kiel, Nr. 132, 173pp.
- Behringer D.W., 1979  
On computing the absolute geostrophic velocity spiral  
J. Mar. Res., 37, 459-470
- Behringer D.W., H. Stommel, 1980  
The beta spiral in the North Atlantic subtropical gyre  
Deep Sea Res., 27A, 225-238
- Behringer D.W., H. Stommel, 1981  
Annual heat gain of the tropical Atlantic computed from  
subsurface ocean data  
J. Phys. Oceanogr., 11, 1393-1398
- Bryan K., 1982  
Seasonal variation in meridional overturning and pole-  
ward heat transport in the Atlantic and Pacific Oceans:  
a model study  
J. Mar. Res., 40 suppl., 39-53
- Bryan K., M.D. Cox, 1968a  
A nonlinear model of an ocean driven by wind and diffe-  
rential heating: Part I. Description of the three-dimen-  
sional velocity and density fields  
J. Atmos. Sciences, 25, 945-967
- Bryan K., M.D. Cox, 1968b  
A nonlinear model of an ocean driven by wind and diffe-  
rential heating: Part II. An analysis of the heat, vor-  
ticity and energy balance  
J. Atmos. Sciences, 25, 968-978
- Bryan K., L.J. Lewis, 1979  
A water mass model of the world ocean  
J. Geophys. Res., 84, 2503-2517

- Bryden H.L., 1973  
New polynomials for thermal expansion, adiabatic temperature gradient and potential temperature of sea water  
Deep Sea Res., 20, 401-408
- Bryden H.L., 1980  
Geostrophic vorticity balance in mid ocean  
J. Geophys. Res., 85, 2825-2828
- Bryden H.L., M.M. Hall, 1980  
Heat transports by currents across 25°N in the Atlantic Ocean  
Science, 207, 884-886
- Bunker A.F., L.V. Worthington, 1976  
Energy exchange charts of the North Atlantic Ocean  
Bull. Amer. Met. Soc., 57, 670-678
- Courant R., D. Hilbert, 1968  
Methoden der mathematischen Physik I  
3. Aufl., 469pp., Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York
- Dantzler H.L., 1977  
Potential energy maxima in the tropical and subtropical North Atlantic  
J. Phys. Oceanogr., 7, 512-519
- Defant A., 1941  
Quantitative Untersuchungen zu Statik und Dynamik des Atlantischen Ozeans: Die absolute Topographie des physikalischen Meeresniveaus und der Druckflächen sowie die Wasserbewegungen im Raum des Atlantischen Ozeans  
Wiss. Ergeb. Dtsch. Atl. Exped. Meteor 1925-1927, 6, Teil 2, 191-260
- Dietrich G., K. Kalle, W. Krauß, G. Siedler, 1975  
Allgemeine Meereskunde  
3. Aufl., 593pp., Gebr. Bornträger Berlin, Stuttgart
- Emery W.J., J.S. Dewar, 1982  
Mean temperature-salinity, salinity-depth and temperature-depth curves for the North Atlantic and the North Pacific  
Prog. Oceanogr., 11, 219-305
- Eriksen C.C., 1978  
Measurements and models of the fine structure, internal gravity waves and wave breaking in the deep ocean  
J. Geophys. Res., 83, 2989-3009

- Fofonoff N.P., S. Tabata, 1958  
Program for oceanographic computations and data processing on the electronic digital computer ALWAC III-E, DP-1  
Oceanogr. Stat. Data Program  
Fish. Res. Board Can. Ser. No. 25
- Fuglister F.C., 1960  
Atlantic Ocean atlas of temperature and salinity profiles and data from the International Geophysical Year of 1957-1958  
Woods Hole Oceanogr. Inst. Atlas Ser., I, 209pp.
- Gargett A.E., 1984  
Vertical eddy diffusivity in the ocean interior  
J. Mar. Res., 42, 359-393
- Garrett C., W.H. Munk, 1975  
Space-time scales of internal waves: A progress report  
J. Geophys. Res., 80, 291-297
- Hastenrath S., 1980  
Heat budget of tropical ocean and atmosphere  
J. Phys. Oceanogr., 10, 159-170
- Hastenrath S., 1982  
On the meridional heat transport in the world ocean  
J. Phys. Oceanogr., 12, 922-927
- Helland-Hansen B., F. Nansen, 1909  
The Norwegian Sea: Its physical oceanography based upon the Norwegian researches 1900-1904  
Rep. Norw. Fish. Mar. Invest., 2, 1.390 and suppl.
- Holland W.R., A.D. Hirschman, 1972  
A numerical calculation of the circulation of the North Atlantic Ocean  
J. Phys. Oceanogr., 2, 336-354
- Holland W.R., T. Keffer, P.B. Rhines, 1984  
Dynamic of the ocean general circulation: The potential vorticity field  
Nature, 308, 698-705
- Holloway G., 1983  
A conjecture relating oceanic internal waves and small scale processes  
Atmos. Oceans, 21, 107-122

- Isemer H.-J., L. Hasse, 1986  
The BUNKER climatic atlas of the North Atlantic Ocean,  
Vol. 2: Air-sea interactions  
Springer Verlag Heidelberg, New York, Tokyo (im Druck)
- Kirwan A.D., 1983  
On "Oceanic isopycnal mixing by coordinate rotation"  
J. Phys. Oceanogr., 13, 1318-1319
- Lamb P.J., 1981  
Estimate of annual variation of Atlantic Ocean heat  
transport  
Nature, 290, 766-768
- Lamb P.J., A.F. Bunker, 1982  
The annual march of heat budget of the North and Tropical  
Atlantic Oceans  
J. Phys. Oceanogr., 12, 1388-1410
- Lawson C.L., R.J. Hanson, 1974  
Solving least square problems  
Prentice-Hall, Englewood Cliffs N.J., 340pp.
- Leetma A., F. Bunker, 1978  
Updated charts of the mean annual wind stress, conver-  
gences in the Ekman layers, and Sverdrup transports in  
the North Atlantic  
J. Mar. Res., 36, 311-322
- Lenz E., 1845  
Bemerkungen über die Temperatur des Weltmeeres in ver-  
schiedenen Tiefen  
Bull. de la Classe Physic-Mathématique de l'Académie  
Impériale des Sciences de Saint-Petersbourg, 5, 67-74
- Levitus S., 1982  
Climatological atlas of the world ocean  
NOOA Tech. Pap., 3., 173pp.
- Levitus S., A.H. Oort, 1977  
Global analysis of oceanographic data  
Bull. Am. Meteorol.Soc., 58, 1270-1284
- Luyten J.R., H. Stommel, 1982  
Recirculation reconsidered  
J. Mar. Res., 40 suppl., 407-426
- Luyten J.R., J. Pedlosky, H. Stommel, 1983  
The ventilated thermocline  
J. Phys. Oceanogr., 13, 292-309

- Marsal D., 1976  
Die numerische Lösung partieller Differentialgleichungen  
in Wissenschaft und Technik  
BI-Wissenschaftsverlag Mannheim, Wien, Zürich, 574pp.
- McDowell S., P. Rhines, T. Keffer, 1982  
North Atlantic potential vorticity and its relation to  
the general circulation  
J. Phys. Oceanogr., 12, 1417-1436
- McWilliams J.C., 1982  
On the mean dynamical balances of the Gulf Stream recir-  
culation zone  
J. Mar. Res., 40
- Mellor G.L., C.R. Mechoso, E. Keto, 1982  
A diagnostic calculation of the Atlantic Ocean  
Deep Sea Res., 29, 1171-1192
- Müller P., D. Olbers, J. Willebrand, 1978  
The IWEX spectrum  
J. Geophys. Res., 83, 479-500
- Munk W.H., 1966  
Abyssal recipes  
Deep Sea Res., 13, 707-730
- Needler G.T., R.A. Heath, 1975  
Diffusion coefficients calculated from the Mediterranean  
salinity anomaly in the North Atlantic Ocean  
J. Phys. Oceanogr., 5, 173-182
- Olbers D.J., 1983  
Models of oceanic internal wave fields  
Rev. Geophys., 21, 1567-1606
- Olbers D.J., J. Willebrand, 1984  
The level of no motion in an ideal fluid  
J. Phys. Oceanogr., 14, 203-212
- Olbers D.J., M. Wenzel, J. Willebrand, 1985  
The inference of North Atlantic circulation patterns  
from climatological hydrographic data  
Rev. Geophys., 23, 313-356
- Reid J.L., 1981  
On the mid-depth circulation of the world ocean  
in: Evolution in physical oceanography, ed. B. Warren  
und C. Wunsch, 70-111, MIT Press, Cambridge, Mass.

- Rhines P.B., W.R. Young, 1982  
Homogenisation of potential vorticity in planetary gyres  
J. Fluid Mech., 122, 347-367
- Robinson M.K., R.A. Bauer, E.H. Schroeder, 1979  
Atlas of North Atlantic-Indian Ocean monthly mean temperature and mean salinities of the surface layer  
Ref. Publ. 18, U.S. Naval Oceanogr. Office, Washington D.C.
- Roemmich D., 1980  
Estimation of meridional heat flux in the North Atlantic Ocean by inverse methods  
J. Phys. Oceanogr., 10, 1972-1983
- Sarkisyan A.S., V.P. Keonjiyan, 1975  
Review of numerical ocean circulation models using the observed density field  
in: Numerical Models of Ocean Circulation, 76-93  
National Academy of Science, Washington D.C.
- Schott F., H. Stommel, 1978  
Beta spirals and absolute velocities in different oceans  
Deep Sea Res., 25, 961-1010
- Schott F., R. Zantopp, 1980  
On the effect of vertical mixing on the determination of the absolute currents by the beta spiral method  
Deep Sea Res., 27A, 173-180
- Semtner A.J., Y. Mintz, 1977  
Numerical simulation of the Gulf Stream and mid-ocean eddies  
J. Phys. Oceanogr., 7, 208-230
- Stommel H., F. Schott, 1977  
The beta spiral and the determination of the absolute velocity field from hydrographic station data  
Deep Sea Res., 24, 325-329
- Stramma L., 1984  
Wasserausbreitung in der Warmwasserspäre des subtropischen Nordatlantiks  
Ber. Inst. Meereskunde Kiel, Nr. 125, 108pp.
- Stramma L., H.-J. Isemer, 1985  
Meridional temperature fluxes in the subtropical eastern North Atlantic  
Deep Sea Res., (im Druck)

- Veronis G., 1972  
On properties of seawater defined by temperature, salinity and pressure  
J. Mar. Res., 30, 227-255
- Veronis G., 1981  
Dynamics of large-scale ocean circulation  
in: Evolution of physical oceanography, ed. B. Warren und C. Wunsch, 140-183, MIT Press, Cambridge, Mass.
- Warren B.A., 1981  
Deep circulation of the world ocean  
in: Evolution of physical oceanography, ed. B. Warren und C. Wunsch, 6-41, MIT Press, Cambridge, Mass.
- Worthington L.V., 1970  
The Norwegian Sea as a mediterranean basin  
Deep Sea Res., 17, 77-84
- Worthington L.V., 1976  
On the North Atlantic circulation  
Oceanogr. Studies, Vol. 6, 110pp.  
John Hopkins University Press, Baltimore, Md.
- Woods J.D., 1968  
Wave-induced shear instability in the summer thermocline  
J. Fluid Mech., 32, 791-800
- Wüst G., 1935  
Schichtung und Zirkulation des Atlantischen Ozeans: Das Bodenwasser und die Stratosphäre  
Wiss. Ergeb. Dtsch. Atl. Exped. Meteor 1925-1927, 6, Teil 1, 288pp.
- Wunsch C., 1977  
Determining the general circulation of the oceans: A preliminary discussion  
Science, 196, 871-875
- Wunsch C., 1978  
The general circulation of the North Atlantic west of 50°W determined from inverse methods  
Rev. Geophys., 16, 583-620
- Wunsch C., 1980  
Meridional heat flux of the North Atlantic Ocean  
Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 77, 5043-5047



Wunsch C., B. Grant, 1982

Towards the general circulation of the North Atlantic  
Ocean

Progr. Oceanogr., 11, 1-59

Wunsch C., S. Webb, 1979

The climatology of deep ocean internal waves

J. Phys. Oceanogr., 9, 235-243

Wyrcki K., L. Magaard, J. Hager, 1976

Eddy energy in the ocean

J. Geophys. Res., 81, 2641-2646

Zimmermann P.H., 1984

The projective separation of three dimensional velocity  
fields and its application to a global wind dataset

(unveröffentlicht)