

B 411

D 1080

Untersuchungen über die Strömungen der Ostsee. Die Dichtigkeitsfläche.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät der Christian-Albrecht-Universität in Kiel

vorgelegt von

Rudolf Engelhardt.



ALTONA, 1899.

Buchdruckerei von Hammerich & Lesser.

Nr. 15.

Rektoratsjahr 1899/1900.

Zum Druck genehmigt:

Prof. Dr. Hasbach,
z. Z. Dekan.

Untersuchungen über die Strömungen der Ostsee.

Die Dichtigkeitsfläche.

Von **R. Engelhardt.**

In seinem Werke „Nordhavets Dybder, Temperatur og Stromninger“ (Christiania 1887) hat Professor H. Mohn den Versuch gemacht die in diesem Meere herrschenden Strömungen aus ihren Ursachen herzuleiten und zu berechnen. Ein Auszug aus diesem Werke ist in deutscher Sprache in Peterm. Mitteilungen (Erg.-Heft No. 79: H. Mohn, „Die Strömungen des europäischen Nordmeeres“) erschienen.

Der Verfasser konstruirt zunächst aus den beiden Hauptursachen der Meeresströmungen, d. s. Wind und Dichtigkeitsunterschiede, zwei Stromsysteme, die ihren graphischen Ausdruck in den von ihm sogenannten Wind- und Dichtigkeitsflächen finden.

Um die Windrichtung zu ermitteln, hat Mohn aus langjährigen barometrischen Beobachtungen (besonders aus den Küstengegenden des Nordmeeres) eine Isobarenkarte hergestellt; diese ergiebt nach dem barischen Windgesetz mit Hülfe der barometrischen Gradienten die vorherrschende Windrichtung und Windstärke, aus welchen Daten er dann durch ein empirisches Verfahren die Richtung und Stärke der durch den Wind hervorgerufenen Meeresströmungen und der dadurch erzeugten Abweichungen der Meeresoberfläche von einer bestimmten Niveaufläche berechnet. Das ist seine Windfläche.

Im zweiten Falle (Dichtigkeitsfläche) berechnet er nach einer Methode, die weiterhin des näheren ausgeführt werden wird, nach dem Gesetze der kommunizirenden Röhren die aus der örtlich verschiedenen Dichtigkeit resultirenden Abweichungen der Meeresoberfläche von einer bestimmt festgelegten Niveaufläche.

Durch Superposition der beiden Flächen, der Wind- und der Dichtigkeitsfläche, erhält er dann die sogenannte Stromfläche und daraus weiterhin ein Stromsystem für den betreffenden Meerestheil, welches im gegebenen Falle (allerdings auch wohl infolge einiger aus der Erfahrung genomener Korrekturen) mit dem thatsächlichen Stromsystem, soweit dasselbe erforscht ist, sehr gut übereinstimmt.

Seit Mohn ist dies Verfahren nicht wiederholt, ja kaum kritisch durchgesehen worden, obwohl die wissenschaftliche Meereskunde in den letzten Jahrzehnten erheblich gefördert und namentlich unsere Kenntnisse sowohl von der Luftdruckvertheilung über den Meeresflächen, als auch von der Anordnung der Temperaturen und des Salzgehaltes in horizontaler und vertikaler Richtung im Meere selbst, beträchtlich vermehrt und vertieft worden sind.

Im folgenden soll Mohn's Versuch, wenigstens partiell, wiederholt werden, indem für den Bereich der gesamten Ostsee die Konstruktion einer Dichtigkeitsfläche vorgenommen wird, da in diesem Meeresgebiete die Temperatur- und besonders die Salzgehalts-Vertheilung sehr wechselvoll und für die resultirenden Stromvorgänge von besonderer Wichtigkeit ist.

I. Theil.

Allgemeine Ableitung einer Dichtigkeitsfläche.

Zur Bestimmung der Dichtigkeitsfläche geht Prof. Mohn von folgenden Erwägungen aus:*)

Er denkt sich einen vertikalen Meeresdurchschnitt, der Einfachheit halber und in erster Annäherung in parabolischer Form ABC (s. Fig. 1). Abgesehen von der Krümmung der Erdoberfläche, der ungleichen Vertheilung des Luftdruckes und der kontinentalen Attraktion würde AC die Oberfläche darstellen, wenn

das ganze Becken mit einer durchaus homothermen und homohalinen Wassermasse erfüllt wäre, oder wenn wenigstens Temperatur und Salzgehalt eine ganz bestimmte Funktion der Tiefe einer dem Becken angehörigen Wasserschicht wären. Diese beiden Annahmen werden indes kaum je zutreffen. Angenommen jedoch, es wäre der Fall; man kann sich dann von verschiedenen Punkten der Becken-Oberfläche Röhren nach dem tiefsten Punkt B gelegt denken, welche alle in B kommunizieren. Dann müsste in allen diesen Röhren das Wasser gleich hoch (bis zur Oberfläche AC) stehen. Da aber gewöhnlich in der Nähe der Küsten infolge der Aussüsung

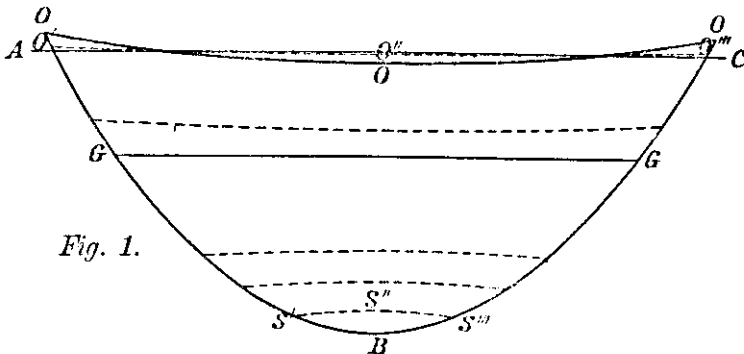


Fig. 1.

des Meeres durch Flusswasser sowie durch Temperaturerhöhung eine Dichtigkeitsabnahme stattfindet, so wird das Wasser in den der Küste nächsten Röhren höher stehen als in den entfernteren, und die obere Grenze des Querschnittes wird sich etwa in der Form OOO darstellen (wieder unter der Voraussetzung gleichen Luftdruckes etc.). OOO ist dann eine Linie gleichen Druckes. Alle anderen Linien gleichen Druckes innerhalb der Fläche OBO werden in demselben Sinne wie OOO gebogen erscheinen und nur im Punkte B in die Gerade übergehen. Dieser Zustand setzt aber ein System kommunizirender Röhren voraus. Sobald diese verschwinden, wird sofort von den Rändern aus ein Fließen nach der Mitte zu eintreten. Dadurch wird in B ein Ueberdruck gegen früher erzeugt, während an den Rändern der Druck sich vermindert hat. Die neue obere Grenze $O'O'O''$ ist noch immer konkav (nach oben) und, abgesehen von der ganz minimalen Luftdruckänderung in Folge der Höhenveränderungen innerhalb der Oberfläche, noch immer eine Linie gleichen Druckes. — In der Umgebung von B aber werden die Linien gleichen Druckes jetzt (in demselben Sinne genommen wie an der Oberfläche) konvex sein, da der Druck von der Mitte aus nach den Rändern abnimmt. $S'S'S''$ sei eine solche Linie, dann muss zwischen $S'S'S''$ und $O'O'O''$ aber einmal eine Linie gleichen Druckes liegen, die sich als Gerade darstellt und also mit einer Niveaulinie zusammenfällt. In Fig. 1 sei GG diese Linie und die Fläche, die in dem betrachteten Meerestheil durch GG dargestellt wird, die also mit einer Niveaulinie identisch sein würde, wird von Mohn die Grenzfläche genannt. Sie ist darnach gleichzeitig Niveaulinie und auch Fläche gleichen Druckes. Unter der Voraussetzung eines konstanten Luftdruckes ist aber die Oberfläche auch eine Fläche gleichen Druckes. Man kann also, wenn man den Salzgehalt und die Temperatur einer beliebigen, auf der Grenzfläche stehenden, vertikalen Wassersäule und die Lage der Grenzfläche selbst kennt, berechnen, wie weit die Oberfläche dieser Wassersäule von der Grenzfläche entfernt ist. Die graphische Darstellung dieser Entfernungen, bezogen auf die Grenzfläche oder eine beliebige andere Niveaulinie, giebt das Bild der Dichtigkeitsfläche.

Aber diese Fläche, die infolge des stetigen Fließens nach der Mitte sich ändern muss, würde sehr bald die Einsenkung in der Mitte überwunden haben und sich selbst als Niveaulinie darstellen. Indessen durch den über B herrschenden grösseren Druck wird am Grunde das Wasser nach den Rändern hin-

*) Ich habe mich hier ganz den Ausführungen Mohn's angeschlossen, obwohl in den erwähnten Abhandlungen der mathematische Beweis für das tatsächliche Vorhandensein einer Fläche von den Eigenschaften der Grenzfläche nicht erbracht ist. Da mir die mathematische Formulirung nach den hydrodynamischen Gesetzen sehr schwierig und zeitraubend erscheint, so habe ich nicht versucht, sie zu erbringen und kann für ihre Berechtigung nur die Autorität des Herrn Prof. Mohn hier anführen.

gedrängt, es findet von B aus ein Abfließen nach den Küsten zu statt. In der Mitte senken sich die Gewässer fortwährend und heben sich an den Rändern, hier das abfließende Wasser ersetzend, um dann selbst wieder nach der Mitte hin zu wandern. So entstehen zwei Stromzirkel, wie in Fig. 2.

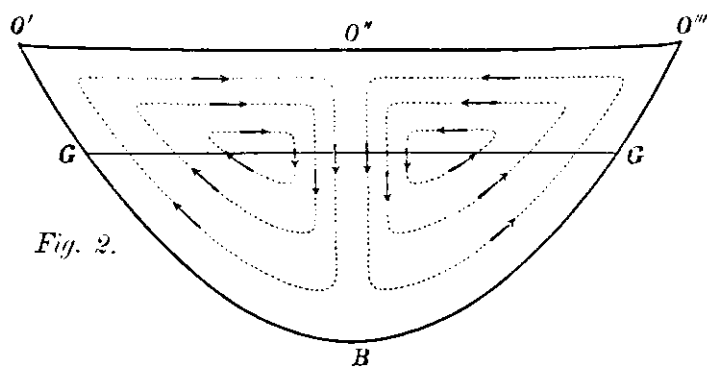


Fig. 2.

In der Niveaufläche GG findet nur auf- oder absteigende Bewegung statt (allerdings mit schwachen horizontalen Komponenten begabt), oder die anliegenden Wassertheilchen sind in Ruhe. Eine rein horizontale Bewegung ist dort nicht vorhanden.

Die Umwandlung der Dichtigkeitsfläche in eine Niveaufläche durch die nach der Mitte zu fließenden Küstengewässer ist also infolge dieser Zirkulation ausgeschlossen. Allein in dieser Zirkulation liegt eine neue Gefahr für das Bestehen der Dichtigkeitsfläche, denn durch Mischung der verschiedenen Salzgehalte und Temperaturen wird sich allmählich eine Uniformität herstellen und dadurch die Dichtig-

keitsfläche mehr und mehr der Niveaufläche angepasst werden. Aber einerseits strömt fortwährend frisches Wasser an den Küsten zu, andererseits steht die viel bedeutendere Wirkung der Windströmungen einem derartigen definitiven Ausgleich entgegen, und da man diese beiden Faktoren als zeitlich ziemlich konstant ansehen kann, so wird sich mit der Zeit eine allerdings nicht immer der idealen Form $O'O''O'''$ gleichende, aber doch eine Dichtigkeitsfläche im Sinne der Mohn'schen Theorie herausbilden.

Prof. Mohn beschäftigt sich dann des weiteren mit den Einwirkungen, die andere Kräfte, z. B. Erdrotation und Zentrifugalkraft, auf die horizontale Flussbewegung innerhalb der Flächen gleichen Druckes haben. Da diese Untersuchungen jedoch keinen direkten Einfluss auf die Berechnung der Dichtigkeitsfläche haben, so will ich sie hier übergangen und mich direkt zur Bestimmung der Grenzfläche wenden. Ich will auch hier den Mohn'schen Ausführungen im allgemeinen folgen, obwohl es gewagt erscheinen könnte, hier noch die parabolische Form des Querschnittes zu Grunde zu legen.

Wie schon angedeutet und leicht ersichtlich, ist die Horizontalbewegung an der Oberfläche am grössten, nimmt dann ab bis zur Grenzfläche, wo sie genähert Null ist, nimmt dann allmählich wieder zu, und am Grunde, wo mit Ausnahme der nächsten Umgebung von B ja nur aufsteigende Bewegung stattfindet, ist sie wieder Null. Das Maximum der Horizontalbewegung im Unterstrom liegt also wohl ungefähr in der Mitte zwischen Grenzfläche und Boden. Man sieht nun leicht ein, und die Erfahrung bestätigt dies vollauf, dass unterhalb der Grenzfläche die durchschnittliche Bewegung viel langsamer sein muss als in dem Theil über der Grenzfläche. Die bewegten Wassermassen müssen aber oben und unten gleich sein, da sie sich gewissermaassen um einen Punkt der Grenzfläche als Zentrum bewegen. Daraus folgt unmittelbar, dass die Flächenstücke eines Querschnittes über und unter der Grenzfläche im umgekehrten Verhältniss der in ihnen herrschenden Geschwindigkeiten stehen müssen.

Bei den immerhin geringen Abweichungen der Dichtigkeitsfläche von der Niveaufläche kann man ohne weiteres bei der Berechnung der Area eines solchen Querschnittes die beiden Flächen als zusammenfallend, d. h. $O'O''O'''$ als gerade Linie betrachten. Bezeichnet dann H die Entfernung der Dichtigkeitsfläche vom Punkte B , h diejenige der Grenzfläche von demselben Punkte, A und a die halben Breiten der beiden Flächen, so ergibt sich nach der bekannten Formel für die Quadratur ebener Kurven

$$\text{Inhalt} = J = \int_a^H y dx$$

der Flächeninhalt des Theiles über der Grenzfläche (gerechnet nur für einen Stromzirkel)

$$= \frac{2}{3} [xy]_h^H = \frac{2}{3} (AH - ah)$$

Die Area des Theiles unter der Grenzfläche

$$= \int_0^h y dx = \frac{2}{3} ah$$

Bezeichnet nun V die Geschwindigkeit der Oberströmung, v diejenige der Unterströmung, so ist nach dem oben Gesagten:

$$\frac{AH - ah}{ah} = \frac{v}{V} \dots \dots \dots (1)$$

Ferner folgt aus der Parabel-Scheitelgleichung

$$\frac{a^2}{A^2} = \frac{h}{H} \dots \dots \dots (2)$$

Dies in die Gleichung (1) eingesetzt giebt ohne weiteres

$$h = H \left(\frac{V}{V+v} \right)^2 \dots \dots \dots (3)$$

oder die Entfernung der Grenzfläche von der Dichtigkeitsfläche, d. h. von der Oberfläche:

$$E = H \left[1 - \left(\frac{V}{V+v} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (4)$$

Wie oben schon gezeigt wurde, ist V stets grösser als v , d. h. $V:v > 1$, und da für $V:v = 1$ die Grösse $E = 0.37 H$ wird, so muss die Niveaulfläche, welche die Grenzfläche darstellt, immer weniger als 0.37 der Gesamttiefe unter der Oberfläche liegen. Dies gilt freilich nur für parabelförmige Querschnitte, wie Mohn sie vorausgesetzt hat, aber keineswegs kann $E > 0.5 H$ werden, da dieser Werth ein vollständig senkrechtes Abfallen der Küsten und einen ganz ebenen Boden voraussetzte. Andererseits muss man bedenken, dass das Verhältniss $V:v$ schon wegen der grossen Reibung an der unebenen Bodenfläche stets viel grösser als 1 sein wird. Da ein genauer Werth für dasselbe nicht zu ermitteln ist, so setzt Mohn $V:v$ empirisch gleich 3.622, was bei dem Parabelschnitt einem Werthe $E = 0.15 H$ (wo H also die durch $O''B$ dargestellte Tiefe ist) gleichkommt. In der Praxis setzt Mohn H gleich der durchschnittlichen Gesamttiefe des betreffenden Meerestheils, und zwar für das Nordmeer: $H = 2000$ Faden. $E = 0.15 H$ wird dann 300 Faden. Er entnimmt diesen Werth 300 Faden (bezüglich $V:v = 3.622$) aus verschiedenen Indizien, so z. B. dem Zusammenrücken, wie es die Isothermen in dieser Tiefe an den verschiedensten Stellen (u. a. auf den norwegischen Küstenbänken) zeigen und schliesst daraus, dass dort die kalte Grundströmung und die wärmere Oberflächenströmung sich berühren. — In dieser Tiefe liegt also dort die Grenzfläche, und je nach der Dichte der darüberliegenden Wasserschichten würde die Oberfläche an einer Stelle höher oder niedriger liegen als eine mit einer bestimmten mittleren Dichte gerechnete Niveaulfläche über jener Grenzfläche liegt.

Es kommt also darauf an die Dichte einer bestimmten Wassersäule zu kennen oder zu finden. Diese ist in der Hauptsache von drei Elementen abhängig, erstens von der Temperatur, zweitens vom Salzgehalt und drittens vom Druck. Temperatur und Salzgehalt können durch Beobachtungen sehr genau bestimmt werden, und es lässt sich die Dichte eines Wasserquantums nach dieser Richtung leicht feststellen, indem wir, die Dichtigkeit des reinen Wassers bei 4° C. als Einheit gesetzt, das spezifische Gewicht einer Wasserprobe von der Temperatur t und dem Salzgehalt s , bezogen auf die obige Einheit von 4°, mit $S_{4^{\circ}}^{t^{\circ}}$ bezeichnen und nach einer bekannten Formel diesen Werth berechnen. Es ist:

$$S_{4^{\circ}}^{t^{\circ}} = S_{17.5}^{17.5} \cdot \frac{V_{4^{\circ}}^s}{V_{17.5}^s} \cdot \frac{V_{17.5}^s}{V_{t^{\circ}}^s}$$

wo $S_{17.5}^{17.5}$ des spez. Gewichts dieser Wasserprobe bei 17°5 C. bezogen auf frisches Wasser von 17°5 als Einheit bedeutet. $V_{t^{\circ}}^s$ ist das Volumen einer beliebigen, aber für den einzelnen Fall konstanten Gewichtseinheit Wasser vom Salzgehalt s und der Temperatur t , so dass also $V_{4^{\circ}}^s$ das Volumen der betreffenden Gewichtseinheit frischen Wassers ($s = 0$) bei einer Temperatur von 4° ist. Auf die Berechnung von $S_{17.5}^{17.5}$ wird später eingegangen werden.

Nicht so einfach ist es, den Druck in Rechnung zu ziehen, und es soll hier, um nicht später die ganze Betrachtung in ähnlicher Weise wiederholen zu müssen, direkt auf die vorliegende Aufgabe Bezug genommen werden, da natürlich in Anbetracht der ganz anderen Bedingungen, die für die Ostsee gegeben sind, auch die Mittel und Wege der Untersuchung andere sein müssen, als bei einer Untersuchung über das Nordmeer. Gleichzeitig soll bemerkt werden, dass ich mich im folgenden ausschliesslich des metrischen Maasssystems

bedient habe und als Druckeinheit eine Atmosphäre (Atm.) gleich 760 mm Quecksilberdruck bei 0° C. in 45° Breite an der Oberfläche der Erde gesetzt habe.

Der Druck von einer 1 m hohen Wassersäule vom spez. Gewicht S_{45}^t ist in 45° Breite an der Erdoberfläche, wenn wir das spez. Gew. des Quecksilbers bei 0° C. gleich 13.5956 ($\log = 1.1333984$) setzen, gleich

$$\frac{1}{0.760} \cdot \frac{S_{45}^t}{13.5956} = 0.096780 \cdot S_{45}^t \text{ Atm.} \quad (\log = 8.9857880)$$

und 1 Atmosphäre = $1.03327 \text{ kgr} = \frac{10.3327}{S_{45}^t} \text{ m Wasserdruck p. cm}^2$ in 45° Breite.

Der Druck also, den eine beliebige Wassersäule auf ihre Unterlage ausübt, ist von den verschiedensten Argumenten abhängig, zuerst wieder von der Dichte oder dem spezifischen Gewicht, d. h. von Salzgehalt und Temperatur. Es werde zunächst, der Einfachheit halber, angenommen, diese Faktoren seien in der zu betrachtenden Wassersäule konstant (ich werde später die Wirkungen dieser Voraussetzung eliminieren), und bezeichnen wir die (abgesehen vom Druck) konstante Dichte mit S_{45}^t . — Ferner wird die Veränderlichkeit der Gravitationskonstante mit der Breite und mit der Entfernung vom Erdmittelpunkt einen Einfluss auf den Druck haben, und die durch die Umdrehung der Erde hervorgerufene Zentrifugalkraft und ihre Aenderung mit der Tiefe wären eventuell in Rechnung zu ziehen. Vor allem aber kommt die Höhe der Wassersäule für den Druck in Betracht. Indessen damit liegt ein Zirkelschluss vor, denn mit der Höhe wird sich die oben konstant gesetzte Dichtigkeit stetig ändern und damit wiederum der Druck.

Es muss also zunächst untersucht werden: wie verhält sich Salzwasser gegen Druck? Prof. Mohn hat in seiner Abhandlung den Kompressibilitätsfaktor des Salzwassers als konstant gleich 45×10^{-6} angenommen. Der Verwendung dieses Werthes stehen aber im gegebenen Falle Bedenken entgegen.

Der Werth 45×10^{-6} bezieht sich auf einen Salzgehalt von ca. 35‰ und konnte bei den geringen Aenderungen innerhalb des Nordmeeres wohl als konstant gedacht werden. In der Ostsee und ihren Anhängeln sind die Salzgehalte durchschnittlich viel geringer und können nichts weniger als konstant gesetzt werden. Ausserdem soll nach Prof. Tait (s. Rep. of the Chall. Exp., Phys. a. Chem. Vol. II. Physical Properties of Water etc. S. 14 f.) die der Mohn'schen Arbeit zu Grunde liegende Druckformel aus den „Travaux et mémoires du bureau international des poids et mesures“ (tome II, D. 30) nicht ganz einwandfrei sein.

Der Salzgehalt wechselt in den verschiedenen Gegenden und verschiedenen Schichten der Ostsee ungleichmäßig rasch. Die in Betracht kommenden Tiefen sind aber verhältnissmässig gering und erreichen 200 m nur selten. Die tieferen Stellen sind alle kesselartig gestaltet und haben wegen ihres geringen Areals keinen merklichen Einfluss auf die Vertheilung von Temperatur und Salzgehalt und auf die Lage der Grenzfläche. Der Druck ist also sehr gering in den untersten Schichten, wenigstens im Vergleich zu den grossen ozeanischen Tiefen des Nordmeeres. Da auch, wie schon gesagt, für den weitaus grössten Theil der Ostsee die Salinität sehr gering ist, so habe ich als Grundformel für die Kompressibilität die von Tait im oben genannten Werke gegebene Druckformel für frisches Wasser und niedrigen Druck angenommen. Tait giebt ferner das Verhältniss der Kompressibilität von Salzwasser zu der von frischem Wasser als 920:1000, oder an anderer Stelle 925:1000. Dies bezieht sich auf Wasser von 30 bis 35‰. Tait giebt leider keine genaueren Daten über den Salzgehalt seiner Wasserproben. Der Kompressibilitätsfaktor für frisches Wasser und niedrigen Druck ist demnach:

$$\mu = (520 - 17p + p^2) \cdot 10^{-7} - 355t \cdot 10^{-9} + 3t^2 \cdot 10^{-9}.$$

Hierbei ist noch zu beachten, dass der Druck p nach englischem System in *tons* per Zoll ausgedrückt ist; um also diese Formel für Atmosphären-Druck umzugestalten, wäre p mit

$$\frac{1016.046}{13.5956 \cdot 0.76 \cdot 2.54^2} = 152.425$$

zu dividieren. (Ich habe 1 *ton* Gewicht = 1016.046 kgr gesetzt, Tait giebt 1 *ton* Druck = 152.3 Atm.)

In 100 m Tiefe, tiefer kann die Grenzfläche nicht liegen, herrscht ein Druck von ca. 10 Atm. Ich habe nun nach der oben gegebenen Formel, indem ich statt p den Werth $p:152.4$ eingesetzt habe, den Kompressibilitätsfaktor μ für einen Wasserdruck von 0, 5 und 10 Atm. berechnet, und zwar für die Temperaturen von 0, 5, 10, 15 und 20° C. und die folgenden Werthe erhalten:

Druck	$t = 0^{\circ} \text{ C.}$	$t = 5^{\circ} \text{ C.}$	$t = 10^{\circ} \text{ C.}$	$t = 15^{\circ} \text{ C.}$	$t = 20^{\circ} \text{ C.}$
0 Atm.	0.00005200	0.00005030	0.00004875	0.00004735	0.00004610
5 »	5194	5024	4869	4729	4604
10 »	5187	5017	4862	4722	4597

Wie man sieht, würde der Kompressibilitätsfaktor sich, abgesehen von der Temperatur, innerhalb der in Betracht kommenden Druckgrenzen kaum in nennenswerther Weise ändern. Sieht man nun in der That auch von der Temperatur ab und setzt μ innerhalb der obigen Grenzen gleich 0.0000490 für frisches Wasser, so würde man im schlimmsten Falle einen Fehler von ± 3 Einheiten der 6. Dezimale begehen, also

$$d\mu = \pm 0.000003. *)$$

Der Fehler erreicht aber thatsächlich diese Grösse nie, da einmal für Salzwasser μ sich noch im Verhältniss von ca. 92 : 100 verringert, und da andererseits die extremen Werthe von 0 und 20° nie vorkommen; wenigstens bei den hier in Betracht kommenden Rechnungen gehören Temperaturen von 5 und 15° schon zu den Seltenheiten.

Es kommt nun darauf an, eine Methode zu finden, um für die verschiedenen Salzgehalte den Kompressibilitäts-Koeffizienten zu interpoliren. Gegeben sind die beiden Grenzwerte

$$\begin{array}{l} 0.0000490 \quad \text{für} \quad 0\% \\ \text{und} \quad 0.0000453 \quad \text{»} \quad \text{ca. } 35\% \quad (= 0.925 \cdot 0.0000490). \end{array}$$

Es würde wahrscheinlich genügen, wenn man einfach für die verschiedenen Salzgehalte geradlinig interpolirte. Indessen da in der Tait'schen Arbeit eine Untersuchung angestellt ist, die einigermaassen als Kriterium dafür dienen könnte, ob es ohne weiteres erlaubt ist, die prozentuelle Abnahme des Kompressibilitätsfaktors als eine konstante zu betrachten, so will ich diese Kontrolle hier durchführen.

Prof. Tait hat nämlich Untersuchungen über die Kompressibilität von Salzlösungen angestellt und giebt dafür eine Formel, wonach dieselbe gleich ist

$$\nu = \frac{0.00186}{36 + p + s}$$

Dabei ist wieder p in *tons* ausgedrückt, also durch 152.4 zu dividiren, und s ist der prozentuelle Salzgehalt. Setzt man der Einfachheit halber $p = 0$ und (bei $p = s = 0$) $\nu = 1000$, so erhält man die folgende Tabelle für die verschiedenen Salzgehalte (das Argument s ist in 0.1%, also in ‰ ausgedrückt):

$s \text{ ‰}$	ν	$\Delta\nu \text{ p. ‰}$	$s \text{ ‰}$	ν	$\Delta\nu \text{ p. ‰}$
0	1000.0		15	960.0	
		2.80			2.52
1	997.2		20	947.4	
		2.70			2.46
2	994.5		25	935.1	
		2.75			2.40
4	989.0		30	923.1	
		2.70			2.34
6	983.6		35	911.4	
		2.65			
10	973.0		31.3	920.0	
		2.60			
15	960.0		29.2	925.0	
		2.52			

*) Gleichzeitig soll hier bemerkt werden, dass im folgenden, um einen Maassstab für den Werth der Methode zu geben, stets mit grössten Fehlern gerechnet wird. Nur zum Schluss habe ich vom Fehler des Druckes dp auch den mittleren und wahrscheinlichen Fehler gegeben, da ja im allgemeinen ein Zusammentreffen aller grössten Fehler ausgeschlossen ist.

Wie man sieht, ist die Reihe, wenigstens für Salzlösungen, doch nicht ganz gleichmässig abnehmend, sondern sie zeigt im Gegentheil eine ganz gesetzmässige Abnahme der Differenzen ($\Delta\nu$ pro ‰) bei steigenden Salzgehalten. Die erhaltenen Werthe von ν stimmen indessen, wie die beiden letzten Reihen zeigen, augenscheinlich nicht ganz mit denen von Salzwasser überein. Die Werthe für Salzwasser müssen grösser sein. Wie schon gesagt, Tait giebt leider in seiner Abhandlung keinen genauen Aufschluss über den Salzgehalt seiner Seewasserproben, er deutet nur an, dass seine späteren Proben weiter ausserhalb des Firth of Forth in der Nordsee geschöpft wurden als die ersten, welche dicht unter der Küste entnommen waren. Da er nun im Anfang stets von einem Verhältniss 924 bezügl. 925:1000, später aber immer von einem solchen von 920:1000 spricht, so kann man wohl annehmen, dass das Verhältniss 920:1000 sich auf das später geschöpfte Nordseewasser bezieht, und dass also 920 sich auf einen Salzgehalt von ca. 34 ‰ (wie er nach der von Prof. Krümmel in Pet. Mitt. veröffentlichten Karte in der Nähe der Insel May vorhanden ist) bezieht, während 925 dem salzärmeren Wasser an den Küsten des Firth entspricht.

In der Reihe für die Salzlösungen entspricht 920 einem Salzgehalt von 31.3 ‰. Der Unterschied ist also $34 - 31.3 = 2.7$ ‰. Die Durchschnittswerthe der Differenzen wären

$$\text{für Seewasser: } \frac{1000 - 920}{34} = 2.352$$

$$\text{für Salzlösungen: } \frac{1000 - 920}{31.3} = 2.555$$

der Unterschied der Durchschnittswerthe also 0.2, und wenn man sonst annimmt, dass das allgemeine Verhalten der Salzlösungen dem des Seewassers analog ist, so braucht man nur die Werthe der ν (von S. 6) je um die Grösse 0.2 s zu kürzen, um die für Seewasser geltenden Werthe für ν zu erhalten; sie mögen mit ν' bezeichnet werden:

s ‰	0 ‰	1 ‰	2 ‰	4 ‰	6 ‰	10 ‰	15 ‰	20 ‰	25 ‰	30 ‰	35 ‰
ν'	1000	997.4	994.9	989.8	984.8	975.0	963.0	951.4	940.1	929.1	918.4
μ_s	490.0	488.7	487.5	485.0	482.6	477.7	471.9	466.2	460.6	455.3	450.0

In der Reihe μ_s habe ich in Einheiten der 7. Dezimale die Werthe von μ für die betreffenden Salzgehalte im Verhältniss $\nu':1000$ gegeben. Darnach kann man μ_s leicht als eine einfache Funktion von s ausdrücken:

$$\mu_s = 0.0000490 - 0.00000012 s = (490 - 1.2 s) \cdot 10^{-7}$$

Der Fehler würde dann im Maximum bei 35 ‰ nur 2 Einheiten der 8. Stelle betragen, also prinzipiell zu vernachlässigen sein selbst gegenüber $d\mu$, dem aus Druck und Temperatur resultirenden Fehler des Kompressibilitätsfaktors. μ_s werde im ferneren stets wieder mit μ bezeichnet, und unter

$$\mu = (490 - 1.2 s) 10^{-7}$$

soll derjenige Werth von μ verstanden werden, der innerhalb der Grenzen $t = 0$ und $t = 20^\circ$ C. in Temperatur und innerhalb eines Wasserdruckes von 0 bis 10 Atm. für jeden Salzgehalt s von 0 bis 35 ‰ gilt, ohne dass der Fehler den Werth ± 0.000003 übersteigt.

Die Dichtigkeit einer gegebenen Wassersäule nimmt mit dem Druck zu, und zwar ist die Dichtigkeit unter einem gegebenen Druck von p Atm. nach einer bekannten Formel gleich

$$S_{(p)} = \frac{S_{\frac{t}{40}}}{1 - \mu p}$$

Denke man sich jetzt eine Wasserschicht von der Höhe h , innerhalb der sowohl Druck wie Temperatur sich innerhalb der oben gegebenen Grenzen halten und deren spez. Gew. durchaus $S_{\frac{t}{40}}$ ist (abgesehen vom Druck), so wird in den einzelnen Schichten dieser Säule von der Oberfläche an der Druck alle Werthe von 0 bis p durchlaufen, wenn p der Druck an der tiefsten Stelle ist. Nehmen wir die einzelnen Schichten jetzt so dünn, dass p innerhalb jeder derselben konstant gesetzt werden kann, so wird, da μ konstant ist, das Mittel der Dichtigkeit in allen diesen n Schichten gleich

$$S_{(n)} = \frac{S_{\frac{t}{40}}}{1 - \mu \left(\frac{0 + \dots + p}{n} \right)} = \frac{S_{\frac{t}{40}}}{1 - \frac{1}{2} \mu p}$$

sein (wobei allerdings, genau genommen, die Glieder mit μ^2 und höheren Potenzen von μ vernachlässigt sind). Die Dichtigkeit einer Wassersäule, welche die Eigenschaft hat, dass innerhalb derselben eine konstante Temperatur zwischen 0 und 20° C. und ein konstanter Salzgehalt zwischen 0 und 35 ‰ herrscht, ferner, dass der Wasserdruck an ihrem oberen Ende Null, an ihrem unteren Ende kleiner als 10 Atm. ist, — die Dichtigkeit einer solchen Wassersäule kann für die Berechnung des Druckes, den sie auf ihre Unterlage ausübt, unter vollständig genügender Berücksichtigung aller durch Druck in ihr hervorgerufenen Dichteunterschiede für die ganze Schicht konstant gesetzt werden als

$$S_{(m)} = \frac{S_{45^\circ}^t}{1 - \frac{1}{2} \mu p}$$

Wir können nun dazu übergehen, den Zusammenhang zwischen Tiefe und Druck zu untersuchen.

Auf Seite 5 wurde der Wasserdruck von 1 m Wasser in 45° Breite an der Erdoberfläche bei 760 mm Quecksilberdruck und 0° C. gefunden als

$$0.096780 \cdot S_{45^\circ}^t \text{ Atm.}$$

Der Werth 0.096780 soll im folgenden der Kürze halber mit a bezeichnet werden. — Der Druck, den ein bestimmter Körper auf seine Unterlage ausübt, ändert sich mit der Schwerkraft. Die Schwerkraft ist von der Breite abhängig. Prof. Mohn giebt diese Abhängigkeit (nach O. J. Broch, Accélération de la pesanteur) durch die Formel

$$g_{(\varphi)} = g_{45^\circ} (1 - 0.00259 \cos 2 \varphi)$$

wo φ die Breite des betreffenden Ortes bezeichnet. Ich will auch darin Mohn folgen, dass ich zur Abkürzung die Grösse $0.00259 = \beta$ setze. Für eine beliebige Breite sei dieser Werth an der Erdoberfläche g_0 . Die Dichte wird sich dann mit der Tiefe ändern, und zwar bei konstanter Salinität und Temperatur nur proportional der Schwerkraft, da innerhalb der gezogenen Grenzen wir den Mittelwerth $S_{(m)}$ für jede Wassersäule einführen dürfen.

Es soll dann angenommen werden, dass die Erde ganz und gar aus konzentrischen Kugelschichten bestehe, von welchen jede in sich von gleicher Dichte ist, deren Dichte im allgemeinen aber nach dem Erdmittelpunkt zu zunimmt. Setzen wir diese Dichtigkeit der obersten Schale bis zu einer Tiefe von 100 m konstant gleich K , so wird die Masse einer äussersten Kugelschale der Erde von h m Dicke

$$m = 4 \pi K (R^2 h - R h^2 + \frac{1}{3} h^3)$$

sein, wobei also vorausgesetzt wird, dass $h < 100$ m sei.

Die ganze Erdmasse ist, wenn die mittlere Dichtigkeit der ganzen Erde gleich D gesetzt wird,

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 D.$$

Die Anziehung, die ein Körper von seiten der Erde an ihrer Oberfläche erfährt, ist proportional der Schwerebeschleunigung an dem betreffenden Orte. Diese ist nach dem Newton'schen Gesetz gleich

$$g_0 = n \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 D}{R^2} = \frac{4}{3} n \pi R D$$

wo n ein nur von der gewählten Kräfteinheit abhängiger Proportionalitätsfaktor ist.

Die Anziehung, die ein Körper in der Tiefe h unter der Erdoberfläche erfährt, sei g_h , und diese ist, wenn m die Masse der äussersten Kugelschale von der Dicke h bedeutet,

$$g_h = n \frac{M - m}{(R - h)^2} = \frac{\frac{4}{3} n \pi}{(R - h)^2} [R^3 D - 3 K (R^2 h - R h^2 + \frac{1}{3} h^3)]$$

$$\text{und} \quad \frac{g_h}{g_0} = \frac{R^3 D - 3 K (R^2 h - R h^2 + \frac{1}{3} h^3)}{R D (R - h)^2}$$

Dividirt man und ordnet nach Potenzen von $\frac{h}{R}$, so erhält man

$$g_h = g_0 \left\{ 1 + \left(2 - 3 \frac{K}{D} \right) \frac{h}{R} + 3 \left(1 - \frac{K}{D} \right) \frac{h^2}{R^2} + \frac{h^3}{R^3} \left(\dots \dots \dots \right) \right\}$$

Es ist nun der Werth K zu bestimmen. Nach den neueren Berechnungen ist der Prozentsatz von Land und Wasser auf der Erdoberfläche ungefähr 72% Wasser und 28% Land. Unsere Ostsee ist eines der flachsten Meeresgebiete, und so darf man für die hier geltende Tiefe (= 100 m) wohl auch denselben Prozentsatz der Vertheilung von Land und Wasser beibehalten. Für 72% der betreffenden Kugelschale wäre also die Dichtigkeit des Meerwassers = 1.026 geltend. Setzt man ferner für die übrigen 28% die allgemein angenommene mittlere Dichte der Deckschicht unserer Erde, d. i. 2.7, so hätte man:

$$K = \frac{72 \cdot 1.026 + 28 \cdot 2.7}{100} = 1.49.$$

R für die mittlere Breite der Ostsee ($\varphi = 60^\circ$) nach der Formel $R_\varphi = \sqrt{\frac{a^4 + b^4 \tan^2 \varphi}{a^2 + b^2 \tan^2 \varphi}}$ bestimmt, giebt mit den Bessel'schen Konstanten:

$$R_{60^\circ} = 6361.40 \text{ km}$$

und mit dem Clarke'schen Werthe:

$$R_{60^\circ} = 6361.95 \text{ km.}$$

Ich habe das Mittel aus beiden Werthen genommen:

$$R_{60^\circ} = 6361675 \text{ m} \quad (\log = 6.8035715)$$

und $dR = \pm 275 \text{ m}$ angenommen.

D , die mittlere Dichte der Erde, ist gleich 5.6 gesetzt worden. Rechnet man mit diesen Werthen das mit R^2 dividirte Glied des Ausdruckes für g_h aus, so giebt sich der Werth

$$0.000000000000055 h^2 \quad (\log = 6.73668 - 20),$$

ein Werth, der für $h = 100$ ganz unmerkbar ist. In noch viel höherem Maasse würden die durch höhere Potenzen von R dividirten Glieder unmerkbar werden.

Es wäre dann der Faktor von h zu untersuchen. Setzen wir ihn zur Abkürzung f , so ist $f = \frac{1}{h} \left(2 - 3 \frac{K}{D} \right)$ und mit den oben gegebenen Werthen berechnet, wird

$$f = 0.00000015 \quad (\log f = 3.17819 - 10),$$

ein Werth, der nur durch Multiplikation mit einem grösseren h für uns von Bedeutung werden könnte.

Zum Zwecke einer genaueren Untersuchung über die Zuverlässigkeit dieses Ausdruckes werde er differenzirt.

$$df = - \frac{3(DdK - KdD)}{RD^2} - \frac{\left(2 - 3 \frac{K}{D} \right) dR}{R^2}$$

Den zweiten Theil dieses Ausdruckes, der durch R^2 dividirt ist, kann man ohne weiteres dem ersten Theil gegenüber vernachlässigen. Wird $dD = \pm 0.1$ und $dK = \pm 0.2$, so wird df im allerungünstigsten Falle = ± 0.00000002 , eine Grösse, die zwar kaum merkbar werden dürfte, die aber bei der Kleinheit von f eine Unsicherheit von ungefähr 13% darstellt; indessen dürfte ein so hoher Betrag, der ein Zusammenreffen der Maxima der beiden Fehlerquellen mit umgekehrten Vorzeichen voraussetzt, nur selten vorkommen. — Für $h = 100$ würde der Fehler 2 Einheiten der 6. Dezimale betragen, eine Grösse, die der Unsicherheit von g_0 gegenüber gar nicht ins Gewicht fällt. Vielleicht dürfte es hier am Platze sein, diese Unsicherheit von g_0 kurz zu erörtern. Helmert giebt in seinem „Lehrbuch der höheren Geodäsie“, Band II, S. 241, den Werth $g_{(45^\circ)} = 9.805966$ als allgemeine Schwere, d. h. die Resultante aus der Anziehung der Erde und der durch die Erdrotation hervorgerufenen Zentrifugalkraft. Nach ebendenselben Werke (II, S. 155) sind die besten Schwerkrafts-Bestimmungen nur bis auf Einheiten der 5. Stelle genau. Der Fehler df würde also selbst für $h = 100$ unmerkbar sein, während f in dieser Tiefe schon nicht mehr zu vernachlässigen wäre. — Im folgenden soll vorkommenden Falles $g_{(45^\circ, 0)} = 9.80597$ und $dg_{(45^\circ)} = \pm 0.00003$ gesetzt werden. Da dieser Werth die allgemeine Schwere darstellt, so ist darin der an der Erdoberfläche vorhandene Einfluss der Zentrifugalkraft schon berücksichtigt. Es bliebe nun noch übrig zu untersuchen, ob eine merkbare Aenderung der Schwerkraft durch die Aenderung der Zentrifugalkraft bei einer Annäherung an den Erdmittelpunkt erfolgt.

Nach einer bekannten Formel ist die Zentrifugalkraft gleich dem Quadrate der Geschwindigkeit, mit der sich ein Körper in seiner Bahn bewegt, dividirt durch die Entfernung vom Bewegungsmittelpunkt. Die Geschwindigkeit, mit der sich ein Punkt der Erdoberfläche in der Breite φ um die Erdaxe dreht, ist:

$$= \frac{2\pi R \cos \varphi}{T}$$

wo T die Zeit eines Sternentages = 86164 sec ist.

Die Komponente der Zentrifugalkraft in der Lothrichtung ist dann

$$C = \frac{4\pi^2 R^2 \cos^2 \varphi}{R T^2} = \frac{4\pi^2 R \cos^2 \varphi}{T^2}$$

Differenzirt man nach R , so wird:

$$dC = \frac{4\pi^2 \cos^2 \varphi}{T^2} dR,$$

und wenn dR gleich der Tiefe h wird, so ist

$$dC = \frac{4\pi^2 \cos^2 \varphi}{T^2} h$$

und für $\varphi = 60^\circ$ wird $dC = 0.0000000133 h$. Setzt man $h = 100$, dann ist $dC = 0.000000133$, also ohne Belang, und wir können, unter Einführung des oben definirten Werthes f , jetzt setzen:

$$g_h = g_0(1 + fh),$$

und wenn wir die Korrektur für Breite hinzufügen (s. S. 8), so ist:

$$g_{(\varphi, h)} = g_{(45^\circ, 0)} \cdot (1 + fh) (1 - \beta \cos 2\varphi).$$

Denke man sich nun irgendwo in der Ostsee eine vertikale Wassersäule von 1 cm^2 Querschnitt von der Oberfläche bis zur Tiefe h ($h < 100 \text{ m}$) reichend, und nehme man dann aus dieser Säule eine unendlich dünne Schicht von der Dicke dh , so wird diese Schicht, ganz abgesehen von den darüberliegenden Schichten, einen Druck auf ihre Unterlage ausüben. Dieser Druck (dp) wird abhängig sein von dem spez. Gewicht, welches wir schon früher als konstant angenommen haben, und welches wir unter voller Berücksichtigung der Druckunterschiede in der ganzen Wassersäule konstant gleich $S_{(m)}$ setzen konnten. Ferner ist der Druck abhängig von dem Quotienten $g_{(\varphi, h)} : g_{(45^\circ, 0)}$, wenn wir den Druck in 45° Breite an der Erdoberfläche als Normaldruck annehmen wollen. In Atmosphären ausgedrückt wird dann (s. S. 8) der gesuchte Druck:

$$dp = a S_{(m)} \frac{g_{(\varphi, h)}}{g_{(45^\circ, 0)}} dh = a S_{(m)} (1 + fh) \cdot dh (1 - \beta \cos 2\varphi).$$

Integriren wir jetzt diesen Ausdruck von der Oberfläche bis zur Tiefe h , so erhalten wir den Druck p (in Atm.), den eine Wassersäule von der Tiefe h und dem mittleren spez. Gewicht $S_{(m)}$ (worin schon die Aenderung des Druckes mit der Tiefe enthalten ist) auf ihre Unterlage ausübt:

$$p = a S_{(m)} (1 - \beta \cos 2\varphi) (1 + \frac{1}{2} fh) h,$$

oder, wenn für $S_{(m)}$ der Werth (Seite 8) eingeführt wird:

$$p = \frac{a S_{45^\circ}^t (1 - \beta \cos 2\varphi) (1 + \frac{1}{2} fh) h}{1 - \frac{1}{2} \mu p}$$

Indessen ist dabei eine Voraussetzung gemacht (Seite 5), die in Wirklichkeit durchaus nicht zutrifft. Es wurde angenommen, dass innerhalb der ganzen Wassersäule s und t konstant seien; davon müssen wir uns jetzt zu befreien versuchen.

Von allen Faktoren des obigen Ausdruckes ist nur $S_{(m)} = \frac{S_{45^\circ}^t}{1 - \frac{1}{2} \mu p}$ von dieser Voraussetzung abhängig. Es ist also nur nöthig diesen Ausdruck zu untersuchen.

Mit jeder und innerhalb jeder einzelnen Wassersäule ändern sich sowohl Temperatur wie Salzgehalt oft in bedeutendem Maasse. Mit dem Salzgehalte aber ändert sich zugleich μ , wie oben (Seite 7) gezeigt wurde. Es muss also μ eingesetzt werden. Dann wird

$$S_{(m)} = \frac{S_{45^\circ}^t}{1 - \frac{p}{2} (490 - 1.2 s) \cdot 10^{-7}}$$

Um diesen Ausdruck homogen zu gestalten, könnte man versuchen, $S_{45^\circ}^t$ durch s und t auszudrücken. Nach einer oben (Seite 4) gegebenen Formel ist

$$S_{45^\circ}^t = S_{17.5}^{17.5} \cdot \frac{V_{45^\circ}^0}{V_{17.5}^0} \cdot \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$$

Der Werth $V_{4^{\circ}}^{\circ} : V_{17.5}^{\circ}$ ist konstant und kann nach den neuesten Untersuchungen von Scheel $= 1 : 1.00128 = 0.998722$ gesetzt werden.

$S_{17.5}^{17.5}$ lässt sich nach der bekannten von Prof. Karsten gegebenen empirischen Formel

$$S_{17.5}^{17.5} = \left(1 + \frac{s}{1310}\right) = 0.00076336 (s + 1310)$$

wiedergeben. Also es wird

$$S_{4^{\circ}}^t = 0.00076238 (s + 1310) \cdot \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$$

Für den Werth $V_{17.5}^s : V_t^s$ existirt meines Wissens noch keine Formel oder Tafel. Wohl giebt es verschiedene Reduktionstafeln, um $S_{17.5}^{17.5}$ direkt in $S_{4^{\circ}}^t$ zu verwandeln. Da es sich hier aber vor allen Dingen darum handelt die Genauigkeit der Reduktion in Bezug auf s und t und ihre Verwendbarkeit im vorliegenden Falle festzustellen, so muss zunächst der Versuch gemacht werden, mit den Argumenten s und t für den Werth V_t^s , welcher ja den Werth $V_{17.5}^s$ einschliesst, eine Tafel herzustellen und dann entweder für den Werth V_t^s oder für den Quotienten $V_{17.5}^s : V_t^s$ eine passende Formel abzuleiten.

Also zuerst die Volumentafel! Gesucht werden für alle möglichen Salzgehalte von 0 bis 35 ‰ und bei Temperaturen von 0 bis 20° C. die Volumina einer bestimmten Gewichtseinheit Wasser, alle bezogen auf das Volumen dieser Gewichtseinheit bei 4° C., bei dem Salzgehalt Null und 760 mm Quecksilberdruck.

Für frisches Wasser habe ich die von Scheel und Thiesen berechneten Volumenwerthe aus den „Physikalischen und Chemischen Tabellen von Landolt und Börnstein“ (15. Tafel) entnommen. Für $t = 17.5$ habe ich für die verschiedenen Salzgehalte $S_{17.5}^{17.5}$ nach der Formel von Karsten berechnet, diesen Werth mit $V_{4^{\circ}}^{\circ} : V_{17.5}^{\circ}$ multipliziert ($= 0.998722$ s. oben) und dann das Volumen gleich dem reziproken Werthe des spezifischen Gewichts gesetzt. Die Werthe von V_0° habe ich nach den Untersuchungen von Rosetti an Meerwasser und Chlornatriumlösungen und von Lenz an künstlichem Meerwasser zu bestimmen versucht. Bei den Chlornatriumlösungen habe ich bei den höheren Salzgehalten eine Kürzung der Intervalle eintreten lassen müssen, da die einzelnen Werthe mit anderen gegebenen Werthen sonst durchaus nicht in Einklang zu bringen waren. Ich glaubte mich dazu um so mehr berechtigt, als auch Prof. Weber (s. Ber. d. Kieler Kommission, IV—VI, S. 1 bis 22) durch eingehende Untersuchungen die übrigens schon von Rosetti ausgesprochene Ansicht bewahrheitet fand, dass bei Salzlösungen die Temperatur der Maximaldichte schneller erreicht wird als bei gleichprozentigem Meerwasser, d. h. wenn man sonst Volumengleichheit annimmt, so muss bei Salzlösungen die der Temperatur entsprechende Volumenabnahme grösser sein als bei Meerwasser. Die übrigen Werthe habe ich aus dem so gegebenen Rahmen dann theilweise durch Inter- bzw. Extrapolation, theilweise durch Anwendung einer von v. Boguslawsky in seiner „Oceanographie“, S. 144, gegebenen Formel

$$V_t = 0.99756 + t(0.00004 + 0.000006 t),$$

die indessen nur sehr begrenzte Gültigkeit hat, gewonnen.

Die folgende Tabelle giebt in der Hauptsache die erhaltenen Resultate:

V_t^s für $s =$	0 ‰	5 ‰	10 ‰	15 ‰	20 ‰	25 ‰	30 ‰	35 ‰
$t = 0^{\circ} \text{ C.}$	1.000127	0.996120	0.992100	0.988180	0.984270	0.980410	0.976540	0.972700
$= 5^{\circ}$	1.000008	0.996076	0.992171	0.988299	0.984447	0.980628	0.976835	0.973080
$= 10^{\circ}$	1.000265	0.996386	0.992532	0.988707	0.984913	0.981150	0.977418	0.973719
$= 15^{\circ}$	1.000857	0.997034	0.993223	0.989454	0.985712	0.981996	0.978317	0.974658
$= 17.5^{\circ}$	1.001273	0.997473	0.993695	0.989944	0.986223	0.982529	0.978863	0.975224
$= 20^{\circ}$	1.001751	0.997973	0.994212	0.990479	0.986769	0.983086	0.979432	0.975810

Diese Tabelle kann einen Anspruch auf grosse Genauigkeit nicht machen, schon infolge der verschiedenen, ganz unvergleichbaren Quellen, aus denen das Material stammt. Indessen sie wird für unsere Zwecke ausreichend sein, denn: erstens wird nur ein Quotient aus je 2 Gliedern gebraucht, und da in Folge der vielfach angewendeten Interpolation die Fehler meist in demselben Sinne liegen, so heben sie sich dadurch theilweise auf; zweitens soll in der Hauptsache nur eine Näherungsformel gefunden werden, um die Einflüsse,

welche die Fehler der Temperatur- und Salzgehaltsbestimmungen auf unsere Untersuchungen haben, festzustellen. Für die praktische Berechnung ist es jedenfalls ebenso genau und, weil leichter, auch empfehlenswerther, eine der vorhandenen Korrekctionstafeln zu benutzen. Es wurde also aus der ersten Tafel eine zweite berechnet, welche direkt den Quotienten $V_{17.5}^s : V_t^s$ liefert und welche folgende Werthe ergibt:

$\frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$ für $s =$	0 ‰	5 ‰	10 ‰	15 ‰	20 ‰	25 ‰	30 ‰	35 ‰
für $t = 0^\circ \text{C.}$	1.001153	1.001368	1.001608	1.001785	1.001983	1.002162	1.002379	1.002595
5°	1.001267	1.001402	1.001536	1.001665	1.001804	1.001939	1.002076	1.002203
10°	1.001012	1.001090	1.001172	1.001252	1.001330	1.001406	1.001478	1.001546
15°	1.000417	1.000440	1.000475	1.000496	1.000519	1.000544	1.000558	1.000581
20°	0.999521	0.999502	0.999480	0.999460	0.999447	0.999434	0.999419	0.999400

Mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate wurde für diese Tafelwerthe die Formel gefunden:

$$\frac{V_{17.5}^s}{V_t^s} = 2s(20.598 - 1.369t + 0.002t^2 + 0.0005t^3) \cdot 10^{-6} + G,$$

wo G der Quotient aus $V_{17.5}^s : V_t^s$ entweder mit den Werthen von Scheel berechnet werden kann oder nach der Formel:

$$G = \frac{1.001279t + 67.346}{0.00000198t^3 + 0.0005445t^2 + 0.995549t + 67.269}$$

Diese letztere Formel ist aus einer Ausdehnungsformel für destillirtes Wasser gewonnen, welche (aus einer viel grösseren Anzahl von Werthen als die oben angeführten berechnet) in den Beiblättern zu den „Annalen der Physik und Chemie“ (1898) veröffentlicht ist. Es soll nun $\frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$ differenzirt werden. Zur Vereinfachung werde der Nenner von $G = A$, und die Klammer $(20.598 - 1.369 + \text{etc.}) = B$ gesetzt. Dann ist

$$d \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s} = \frac{1.001279 A dt - (1.001279t + 67.346) dA}{A^2} + 2(sdB + Bds) \cdot 10^{-6}$$

$$\text{wo } dA = (0.00000594t^2 + 0.001089t + 0.995549) dt$$

$$\text{und } dB = (0.0015t^2 + 0.004t - 1.369) dt \quad \text{ist.}$$

Damit kann man sich nun einen Einblick verschaffen, wie eine fehlerhafte Bestimmung von t und s auf unsere Rechnung wirkt. Es müssen aber ds und dt bekannt sein; dann wird zunächst ihr Einfluss auf die Bestimmung von $\frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$ untersucht werden können.

t und s und damit dt und ds sind indes in diesem Falle nicht so einfach zu bestimmen, da die Temperatur und namentlich der Salzgehalt in den einzelnen Wasserfäden in den verschiedenen Tiefen ganz bedeutenden Schwankungen ausgesetzt sind.

Ich habe da folgendes Verfahren eingeschlagen. Es wurde für eine beliebige Schicht, meist $2\frac{1}{2}$ oder 5 m, zuweilen auch 10 m, je nachdem die Beobachtungen vorlagen, aus den Grenzwerten der Salzgehalte der Mittelwerth genommen und mit der betreffenden Anzahl Meter als Gewicht multipliziert; diese Produkte wurden addirt und durch die Gesamttiefe der Wasserschicht dividirt. Ebenso wurde es bei der Temperatur gehandhabt. Die so erhaltenen Werthe wurden als Mittelwerth in Salzgehalt bzw. Temperatur für die betreffende Wassersäule genommen. Nimmt man dann an, dass die beobachteten Salzgehalte bis auf ± 0.03 ‰, d. h. die spez. Gew. auf ± 2.5 Einheiten der 5. Dezimale richtig bestimmt sind, so wird sich durch die Reduktion auf den Mittelwerth der Fehler wohl auf ca. ± 0.1 ‰ erhöhen. (Das wäre bei einem Gesamtunterschied von 7 ‰ in der Wassersäule, meist ist es bedeutend weniger und nur etwa in der Beltsee einige Male mehr, ein Fehler von ungefähr $1\frac{1}{2}$ ‰ des Gesamtunterschiedes!) — Bei der Temperatur sei der durchschnittliche Beobachtungsfehler ± 0.05 C. gesetzt und der Fehler des Mittels gleich 0.2 C. *) Wird dann

*) Ich möchte hier noch sagen, dass mir im Laufe der Rechnung Zweifel gekommen sind, ob meine Annahme, den Beobachtungsfehler in $t = 0.05$ C. zu setzen, auch genügend war, denn in einzelnen Fällen sind die Abweichungen in den gleichzeitigen Angaben zwischen dem Ekman'schen und dem Miller-Casella'schen Thermometer recht bedeutend. Die Fehler in den Salzbestimmungen scheinen indes im allgemeinen geringer zu sein als angenommen.

für eine Mitteltemperatur von 10° C. der Werth $d \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$ ausgerechnet, so erhält man für die verschiedenen Salinitäten die folgenden Werthe:

$$d \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s} = \begin{array}{cccccc} s = & \underline{3\text{‰}} & \underline{5\text{‰}} & \underline{10\text{‰}} & \underline{20\text{‰}} & \underline{30\text{‰}} \\ & -1.48 \times 10^{-6} & -1.96 \times 10^{-6} & -3.2 \times 10^{-6} & -5.6 \times 10^{-6} & -8.0 \times 10^{-6} \end{array}$$

Die Formel vereinfacht sich überhaupt sehr, denn der ganze Werth dG wird Null und es bleibt bloss $d \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s} = (-0.24s \pm 0.76) \cdot 10^{-6}$. Die gegebenen Werthe stellen den ungünstigeren Fall dar; 20‰ und 30‰ kommen aber als Mittelwerthe kaum oder nie vor, und so soll im folgenden der Fehler in $(V_{17.5}^s : V_t^s)$ konstant

$$d \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s} = \pm 0.000003$$

gesetzt werden.

$$\text{Seite 11 wurde gefunden } S_{\frac{t}{4^{\circ}}} = 0.00076238 (s+1310) \cdot \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$$

Differenzire man diesen Ausdruck:

$$dS_{\frac{t}{4^{\circ}}} = 0.00076238 \left[(s+1310) \left(d \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s} \right) + \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s} ds \right]$$

und setze den ungünstigen, thatsächlich hier nie vorkommenden Fall, dass $s = 20\text{‰}$, $t = 5^{\circ}$ C. sei und ds und $d \frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$ die früher bestimmten Werthe haben, so wird:

$$dS_{\frac{t}{4^{\circ}}} = \pm 0.0000794 = \pm 0.00008 \quad \text{allerhöchstens.}$$

$$S_{(m)} = \frac{S_{\frac{t}{4^{\circ}}}}{1 - \frac{p}{2} (490 - 1.2s) \cdot 10^{-7}} \quad (\text{s. Seite 10}).$$

Differenzirt, ergibt sich:

$$dS_{(m)} = \frac{\left[1 - \frac{p}{2} (490 - 1.2s) \cdot 10^{-7} \right] (dS_{\frac{t}{4^{\circ}}}) - S_{\frac{t}{4^{\circ}}} \cdot 0.6p \cdot 10^{-7} ds}{\left[1 - \frac{p}{2} (490 - 1.2s) \cdot 10^{-7} \right]^2}$$

Streng genommen müsste auch nach p differenzirt werden; da wir jedoch über den Fehler von p noch nichts wissen, so muss vorläufig p als konstant betrachtet werden, und es soll $p = 10$ Atm. gesetzt werden. Der Einfluss eines kleinen Fehlers in p ist übrigens völlig belanglos in Bezug auf $dS_{(m)}$. Setzt man $s = 20\text{‰}$, $ds = 0.1$ und (für $s = 20$ und $t = 5$) $S_{\frac{t}{4^{\circ}}} = 1.0156$, $dS_{\frac{t}{4^{\circ}}} = \pm 0.00008$, so erhält man, wiederum den ungünstigsten Fall gesetzt:

$$dS_{(m)} = \pm 0.00008.$$

Der Fehler ist, wie man sieht, bedeutend und in der Hauptsache von $dS_{\frac{t}{4^{\circ}}}$ abhängig. Im letzteren Werth ist besondes ds von Einfluss auf die Grösse des Fehlers. Man muss also Sorge tragen, besonders bei hohen Salzgehalten und niedrigen Temperaturen, ds klein zu halten, da mit wachsendem s der Faktor von ds , d. i. $\frac{V_{17.5}^s}{V_t^s}$ grösser wird.

Somit sind die Wirkungen unserer anfänglichen Voraussetzung, dass s und t in einer gegebenen Wassersäule konstant sein sollen, eliminirt und innerhalb der Temperaturgrenzen von 0 bis 20° C., der Salinität von 0 bis 20‰, der Tiefe von 0 bis 100 m und innerhalb der soeben berechneten Fehlergrenzen durch die Bedingung ersetzt, dass s und t die (durch die auf Seite 12 angegebene Methode bestimmten) Mittelwerthe der zu untersuchenden Wassersäule seien.

Wir kehren jetzt zu dem auf Seite 10 gefundenen Ausdruck zurück:

$$p = \frac{aS_{\frac{t}{4^{\circ}}} (1 - \beta \cos 2\varphi) (1 + \frac{1}{2}fh) h}{1 - \frac{1}{2}\mu p}$$

Diese an sich quadratische Gleichung würde im vorliegenden Falle wohl am besten durch Annäherung gelöst. Bei den geringen Tiefen der Ostsee würde wahrscheinlich immer eine zweimalige, sicher aber stets eine dreimalige Annäherung genügen.



Differenzirt man nach $S_{\frac{t}{40}}$, φ , f und μ , so wird

$$dp = \frac{a(1 + \frac{1}{2}fh)h(1 - \beta \cos 2\varphi)}{1 - \mu p} dS_{\frac{t}{40}} + \frac{2aS_{\frac{t}{40}}(1 + \frac{1}{2}fh)h \cdot \beta \cdot \sin 2\varphi}{1 - \mu p} d\varphi \\ + \frac{\frac{1}{2}aS_{\frac{t}{40}}(1 - \beta \cos 2\varphi)h^2}{1 - \mu p} df + \frac{\frac{1}{2}p^2 d\mu}{1 - \mu p}$$

p für $h = 100$ m berechnet und in erster Annäherung 10 gesetzt, giebt sofort in zweiter Annäherung genau $p = 9.847$ Atm. Setzt man ferner für $s = 20\text{‰}$, $t = 5^\circ$ C., also $\mu = 466 \times 10^{-7}$, $S_{\frac{t}{40}} = 1.0156$ und für a , f , $dS_{\frac{t}{40}}$, df , $d\mu$ die bereits bekannten Werthe, φ ein Mittel für die Ostsee gleich 60° und $d\varphi$, den Fehler einer Breitenbestimmung auf See, gleich $\pm 0.5 = 0.0008$, so erhält man im Maximum dp :

$$dp = \pm 0.000766 \pm 0.000350 \pm 0.0000098 \pm 0.000145.$$

Wie man sieht, ist der Fehler in f den anderen gegenüber vollständig zu vernachlässigen. Der mittlere Fehler einer Druckbestimmung in 100 m Tiefe wäre demnach gleich

$$\pm 10^{-6} \sqrt{776^2 + 350^2 + 145^2 + 9.8^2} = \pm 0.000864 \text{ Atm.}$$

oder in Wasserdruck ($S_{\frac{t}{40}} = 1.0156$) gleich

$$\pm \frac{10.3327}{1.0156} \cdot 0.000864 = \pm 0.0088 \text{ m} = \pm 8.8 \text{ mm}$$

oder in Quecksilberdruck gleich ± 0.647 mm.

Die entsprechenden wahrscheinlichen Fehler wären dann für 100 m Tiefe, $s = 20\text{‰}$ und $t = 5^\circ$ C.:

$$dp = \pm 0.000576 \text{ Atm.} \\ = \pm 5.9 \text{ mm Wasserdruck.} \\ = \pm 0.43 \text{ mm Quecksilberdruck.}$$

Ich habe mich im vorstehenden bemüht, die einzelnen Fehlergrößen so in Rechnung zu ziehen, wie sie am wahrscheinlichsten sind. Im Zweifelsfalle habe ich lieber den grösseren Fehlerwerth beibehalten. Daher erklärt es sich auch, dass meine Fehlerwerthe im Verhältniss zu den geringen Tiefen ungleich grösser sind als die von Prof. Mohr gefundenen.

Es bleibt nun nur noch übrig, den Fehler zu untersuchen, den eine fehlerhafte Bestimmung der Grenzfläche auf die Werthe der Dichtigkeitsfläche hat. Die Dichtigkeitsfläche und die Grenzfläche sind beide Flächen gleichen Druckes. Wenn man sich nun vergegenwärtigt, dass die Flächen gleichen Druckes alle ihre konvexe Seite der Grenzfläche zukehren (siehe Fig. 1, Seite 2), so erkennt man sofort, dass, wenn man eine höher gelegene Fläche gleichen Druckes als Grenzfläche annimmt, man zu kleine Werthe für die relative Lage der Dichtigkeitsfläche erhält, und zwar wird der Fehler grösser nach den Rändern zu, d. h. die Werthe werden verhältnissmässig noch kleiner. Bei einer zu niedrigen Festlegung der Grenzfläche wachsen umgekehrt die Werthe und zwar wiederum nach den Rändern zu in erhöhtem Maasse. Um also die die Dichtigkeitsfläche hervorbringenden Niveauunterschiede nicht zu überschätzen, ist es jedenfalls gerathen in zweifelhaften Fällen die Grenzfläche etwas höher zu legen.

Nach dieser theoretischen Grundlegung kann ich mich nun zur praktischen Ausführung meiner Aufgabe wenden. Es wird sich dabei herausstellen, dass bis auf eine einzige Ausnahme (die beobachteten Temperaturen, s. Anm. S. 12) die Fehler sich in meist viel engeren Grenzen halten als sie oben berechnet sind. Ich hielt es indessen, gewissermaassen als Prüfstein für die Brauchbarkeit der Methode, für nöthig, die theoretische Entwicklung unter Ansetzung möglichst ungünstiger Verhältnisse durchzuführen.

II. Theil.

Die Dichtigkeitsfläche der Ostsee.

Als Material für die Bearbeitung der Dichtigkeitsfläche der Ostsee haben mir zur Verfügung gestanden:

1) Die Ergebnisse der schwedischen Expeditionen vom Jahre 1877 unter Leitung von F. L. Ekman, welche in den „Abhandlungen der schwedischen Akademie der Wissenschaften“ (Band 25, No. 1) in Stockholm 1893 erschienen sind, und zwar nach Ekman's Tod weitergeführt und abgeschlossen von dem bekannten schwedischen Gelehrten Prof. O. Pettersson. Dieses Material erstreckt sich über die ganze Ostsee mit Ausnahme des finnischen Meerbusens.

2) Gust. Ekman und Otto Pettersson, De hydrografiska Förändringarne inom Nordsjöns och Östersjöns Område 1893—1897. (Stockholm, 1897.) Es wurden 2 Stationen im Skagerrak daraus entnommen.

3) Beretning fra Kommissionen for videnskabelig Undersogelse af de danske Farvande. (Kopenhagen, 1896, 1897 und 1899).

4) Für den finnischen Golf habe ich die Beobachtungen auf einigen Stationen des russischen Admirals Makaroff benutzt, welche er auf der Ausreise und Heimreise mit der „Vitiaz“ gemacht hat. Auch sonst sind einige seiner Stationen mit Vortheil verwendet worden. (Makaroff, „Le Vitiaz et l'Océan Pacifique.“ 2 vol. St. Petersburg, 1894.)

Ausserdem habe ich noch für einige Stationen die Untersuchungen von Prof. Krümmel benutzt, welche er in Peterm. Mitteil. 1895, Heft IV und V, unter dem Titel „Zur Physik der Ostsee“ veröffentlicht hat. Herr Prof. Krümmel, dem ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für die Ueberlassung des Materials grossen Dank schulde, hat mir auch einige handschriftliche Beobachtungen aus der Beltsee zukommen lassen.

In der Hauptsache habe ich mich jedoch an die schwedischen Beobachtungen gehalten, schon um möglichst die Einheitlichkeit zu wahren, denn wie auch Prof. Krümmel in seiner oben genannten Abhandlung andeutet: es kann nicht geleugnet werden, dass in Bezug auf Einzelheiten der Temperatur- und Salzvertheilung die Ostsee zu den verschiedenen Jahreszeiten und in den verschiedenen Jahren ein ganz verschiedenes Bild darbietet, wenn auch der Grundcharakter vielleicht derselbe bleibt; wenigstens fügen sich alle anderen Beobachtungen mit wenig Ausnahmen den schwedischen sehr gut ein. Aus diesem Grunde der Verschiedenheit zu den einzelnen Jahreszeiten habe ich es auch vermieden die Oberflächen-Temperaturen etwa als Jahresmittel darzustellen. Ich habe eben nur versucht ein Bild zu geben von dem Zustande der Ostsee, wie er etwa zur Zeit der schwedischen Expeditionen im Jahre 1877 sich darstellte. Dass sich die anderen Stationen den schwedischen so gut einfügen lassen, lässt allerdings, wie schon oben angedeutet, stark vermuthen, dass das Gesamtbild der Dichtigkeitsfläche stets mehr oder weniger dasselbe ist.

Es handelt sich nun darum die Grenzfläche festzulegen. Auf Seite 3 wurde der Weg angegeben, den Mohn genommen hat, und auch darauf hingewiesen, dass in dieser Grenzfläche hauptsächlich der schwache Punkt der ganzen Methode liegt; auch eine strenge Festlegung derselben ist, wenigstens nach unserem heutigen Wissen, unmöglich, und selbst eine nur genäherte ist leicht anfechtbar, da sie eben mehr oder weniger Hypothese bleiben muss. Indessen scheint mir das von Mohn gegebene Kriterium: die Grenzfläche dahin zu legen, wo die Häufung der Isothermen eine innige Berührung von Wasserschichten verschiedener Temperatur anzeigt, in vielen Fällen zutreffend zu sein, besonders wenn, wie dies öfter der Fall ist, eine auffällige Steigerung des Salzgehaltes nach unten damit verbunden ist. Ich habe nun das Material darauf hin geprüft, und ich glaube deutliche Zeichen einer solchen Grenzschicht wahrzunehmen, allerdings mit gelegentlichen Schwankungen nach unten, die sich aber sehr leicht durch Konvektion und andere, lokale Einflüsse erklären lassen. So z. B. haben bei der geringen Tiefe von 18 m schon die Windwellen eine Verschiebung nach unten zur Folge. Ich fand übrigens diese Beobachtung schon in der erwähnten Abhandlung von Prof. Krümmel „Zur Physik der Ostsee“ erwähnt, wo er sich des näheren über diese von ihm sogenannte „Sprungschicht“ auslässt. Dieselbe tritt auch ganz deutlich auf fast allen in der Ekman-Pettersson'schen Abhandlung (Mat.-Verz. No. 1) gegebenen Profilen hervor, wie die auf Tafel I gegebenen Beispiele (mit Ausnahme von Profil 6) deutlich zeigen.

Die Fehler, die durch eine gleichmässige Verschiebung (d. h. eine unrichtige Festlegung) der Grenzfläche entstehen, sind, abgesehen von kleinen relativen Schwankungen, wie sich dies bei der mathematischen Behandlung zeigen wird, in allen Werthen dieselben. Ich werde also nach dem auf Seite 14 gegebenen

Prinzip die Grenzfläche lieber ein wenig höher legen, als die meisten Profile sie zeigen (in ca. 20 m) und habe sie darum in einer Tiefe von 18 m fixirt. Bemerkenswerth ist hierbei, dass ebenso wie bei Mohn die Grenzfläche in einer Tiefe von ca. $0.15 H$ liegt, wo H jetzt die mittlere Gesamttiefe ist (bei Mohn 2000 Faden). Die durchschnittliche Tiefe der Ostsee, wenigstens des tieferen Haupttheiles, dürfte sich nicht weit von 120 m entfernen. Für einige Theile, z. B. die Beltsee, trifft dies freilich nicht zu, indessen machen sich da auch anderweitige Bedenken geltend, auf die ich im III. Theile noch näher eingehen werde.

Um später nicht mit den grossen Zahlen von 18000 mm rechnen zu müssen, will ich noch einen absoluten Nullpunkt für meine Dichtigkeitsfläche, d. h. eine Niveaufläche nahe der Oberfläche, festlegen, auf welche ich die Werthe der Dichtigkeitsfläche anstatt auf die Grenzfläche beziehe. Ich nehme dazu willkürlich diejenige Niveaufläche, welche von der Grenzfläche durch eine Wasserschicht getrennt ist, deren mittlerer Salzgehalt 15‰ , deren mittlere Temperatur $+10^\circ \text{C}$. ist, und die in einer bestimmten Breite, sagen wir 45° (dann ist $(1 - \beta \cos 2\varphi) = 1$), 18 m mächtig ist. Der Druck, den diese Wassersäule auf ihre Unterlage ausübt, ist

$$p = \frac{aS_{\frac{t}{45}}(1 + \frac{1}{2}fh)h}{1 - \frac{1}{2}\mu p}$$

Dort, wo in der Ostsee eine von der Oberfläche an gerechnete Wassersäule von 18 m denselben Druck p auf die unterliegenden Schichten ausübt, ist ein Nullpunkt der Dichtigkeitsfläche; dort schneidet die Dichtigkeitsfläche die festgelegte Niveaufläche. Berechne ich dann für einen anderen Punkt der Ostsee den Druck, den die Wassersäule der obersten 18 m auf die Unterlage ausübt, so wird im allgemeinen der erhaltene Werth p' nicht gleich p sein; da aber die Oberfläche ebenso wie die Grenzfläche eine Fläche gleichen Druckes sein muss, so muss, wenn p' verschieden von p ist, die Oberfläche eben höher oder niedriger liegen als die 18 m von der Grenzfläche entfernte Niveaufläche, je nachdem p' kleiner oder grösser als p ist, und zwar muss die Dichtigkeitsfläche um so viel verschoben werden, dass die hinzugefügte oder weggenommene Wassersäule den Druck $p - p'$ ausübt.

Es wäre nun p' zu bestimmen. — Man nehme für eine beliebige Station die beobachteten Temperatur- und Salzreihen bis zur Grenzfläche (18 m), suche daraus die Mittelwerthe, wie Seite 12 angegeben, berechne dann $S'_{\frac{t}{45}}$ und μ' und damit ($h = 18 \text{ m}$)

$$p' = \frac{aS'_{\frac{t}{45}}(1 + \frac{1}{2}fh)h(1 - \beta \cos 2\varphi)}{1 - \frac{1}{2}\mu' p'}$$

Dann ist $p - p' = \Delta p'$

$$\Delta p' = a(1 + \frac{1}{2}fh) \cdot h \left[\frac{S_{\frac{t}{45}}}{1 - \frac{1}{2}\mu p} - \frac{S'_{\frac{t}{45}}}{1 - \frac{1}{2}\mu' p'} (1 - 0.00259 \cos 2\varphi) \right]$$

$S_{\frac{t}{45}}$ und $S'_{\frac{t}{45}}$ unterscheiden sich höchstens um 16 Einheiten der 3. Dezimale, und setzt man $\mu = \mu'$, so ist der grösste mögliche Fehler gleich $\pm 18 \cdot 10^{-7}$, also $dS_{\frac{t}{45}} = \pm 0.016$, $d\mu = \pm 0.0000018$. Für $h = 18 \text{ m}$ ist $p \lesssim 2 \text{ Atm.}$

$$dp = \frac{a(1 + \frac{1}{2}fh)h(1 - \beta \cos 2\varphi)}{1 - \mu p} dS_{\frac{t}{45}} + \frac{1}{2} \frac{p^2}{1 - \mu p} d\mu$$

und, für die obigen Werthe berechnet, ist $dp = \pm (0.0278 + 0.0000 \dots) \text{ Atm.}$, wenn wir hier $p = p'$ setzen; also: $1 - \frac{1}{2}\mu p = 1 - \frac{1}{2}\mu' p'$ gesetzt, würde im schlimmsten Falle einen Fehler von $\mp \frac{1}{2} (0.000046 \cdot 0.028 + 2 \cdot 0.0000018)$ bewirken, denn

$$d(1 - \frac{1}{2}\mu p) = -\frac{1}{2}(\mu dp + p d\mu) = \pm 0.0000025.$$

Man kann darum ohne Bedenken setzen:

$$\Delta p' = \frac{a(1 + \frac{1}{2}fh)h}{1 - \mu' p'} (S_{\frac{t}{45}} - S'_{\frac{t}{45}} (1 - 0.00259 \cos 2\varphi))$$

Dieser Werth Δp soll, wie oben bemerkt wurde, durch eine Verlängerung oder Verkürzung der ursprünglich zu 18 m angenommenen Wassersäule ausgeglichen werden. Ist $\Delta p'$ ($= p - p'$) positiv, so ist der angenommene Normaldruck grösser als p' , d. h. die Dichtigkeitsfläche muss an der Stelle höher liegen, als die durch den Nullpunkt der Dichtigkeitsfläche gehende Niveaufläche, und umgekehrt.

Die Grösse, um welche man die Dichtigkeitsfläche von der festgelegten Niveaufläche zu verschieben hat, um Δp zu kompensiren, kann man leicht berechnen, wenn man p' nach h differenzirt:

$$\Delta p' = \frac{aS'_{40}^t (1 - 0.00259 \cos 2\varphi) (1 + fh)}{1 - \mu' p'} \Delta h$$

Damit haben wir auch zugleich eine Bedingung erfüllt, die zwar im gegebenen Falle kaum ins Gewicht fällt, jedoch im allgemeinen nicht ausser Acht gelassen werden darf, nämlich, dass die Dichte von Δh als derjenigen gleich angenommen werden muss, welche in der Tiefe (h) der Grenzfläche unter Berücksichtigung des dort herrschenden Druckes zu nehmen ist.

Setzen wir jetzt die beiden für $\Delta p'$ gefundenen Werthe einander gleich, so erhalten wir die Formel:

$$\Delta h = u = \frac{(1 + \frac{1}{2}fh)h}{1 + fh} \left(\frac{S_{40}^t}{S'_{40}^t (1 - 0.00259 \cos 2\varphi)} - 1 \right)$$

Hier ist für Δh der Kürze halber die Bezeichnung u eingeführt. Der Faktor $(1 + \frac{1}{2}fh) : (1 + fh)$ wird für $h = 18$ gleich 0.9999991 ($\log = 9.9999996 - 10$). Da u nur auf die 4. Dezimale berechnet werden soll, so kann dieser Faktor gleich 1 gesetzt werden, also

$$u = h \left(\frac{S_{40}^t}{S'_{40}^t (1 - 0.00259 \cos 2\varphi)} - 1 \right)$$

h ist die Tiefe der Grenzfläche. Differenzirt man u nach h , so kann man den eventuellen Einfluss einer fehlerhaften Bestimmung der Grenzfläche mathematisch bestimmen.

$$du = dh \left(\frac{S_{40}^t}{S'_{40}^t (1 - 0.00259 \cos 2\varphi)} - 1 \right)$$

also, wie man sieht, ist der Fehler in u durchaus veränderlich und von einem grösseren konstanten Theile, von dem oben Seite 15 gesprochen wurde, ist scheinbar nichts zu merken; da ist indessen zu bedenken, dass wir diesen konstanten Theil bereits eliminirt haben, indem wir die Niveaufläche, auf die wir die Dichtigkeitsfläche beziehen, um ebensoviel zu hoch oder zu niedrig bestimmt haben, als wir vorher die Grenzfläche zu niedrig oder zu hoch gelegt hatten. Das Glied, welches hier auftritt, ist nur der veränderliche Theil. Derselbe ist Null, wenn die Dichtigkeitsfläche mit der festgelegten Niveaufläche zusammenfällt, d. h. wenn S_{40}^t gleich $S'_{40}^t (1 - \beta \cos 2\varphi)$ ist, und er wächst mit dem Unterschiede der beiden Werthe. Da dieser Unterschied im grossen und ganzen stetig und von Punkt zu Punkt nur unmerklich wächst, so wird auch der Fehler ebenso wachsen. In unserem Falle aber, wo S'_{40}^t alle Werthe von 1.00056 bis 1.02429 durchläuft, können bei einem grösseren Fehler von dh diese Fehler auch wohl merkbar werden. S'_{40}^t kann (abgesehen von den kleinen Aenderungen mit der Breite) von S_{40}^t um ± 0.012 abweichen, d. h. $(S_{40}^t : S'_{40}^t) - 1$ kann selbst ungefähr ± 0.01 werden, und in den extremsten Werthen kann also $du = \pm 0.01 dh$ werden, ein ganz beträchtlicher Fehler.

Da aber keine Möglichkeit vorhanden ist, die Grenzfläche genauer festzulegen, so muss man sich eben mit den vorhandenen Werthen begnügen. Uebrigens dürfte gerade in der Ostsee die Bedeutung absolut genauer Werthe von geringem Belang sein; denn wenn auch, nach den erhaltenen Resultaten zu urtheilen, der allgemeine Charakter der Dichtigkeitsfläche als ein ziemlich konstanter erscheint, so lassen die Daten der verschiedenen Beobachter doch ohne Zweifel erkennen, dass zwar die relativen Werthe der einzelnen Stationen immer zu einander in ähnlichen Verhältnissen stehen, dass ihre absoluten Werthe jedoch zu den verschiedenen Zeiten verschieden sind. So z. B. zeigen sowohl die Makaroff'schen wie die Ekman'schen Beobachtungen ein starkes Gefälle von Süden nach Norden im grossen Belt, aber die absoluten Werthe sind ganz verschiedene. Die nördlichen Endstationen, deren Werthe wegen der grossen Nähe (kaum 2 Seemeilen) wohl vergleichbar sind, haben nach Makaroff (1886) eine um 54 mm niedrigere Lage als nach Ekman (1877).

Differenzirt man u für einen konstanten Werth von h noch nach S'_{40}^t und φ , so wird

$$du = -h \frac{S_{40}^t [2 \cdot S'_{40}^t \cdot 0.00259 \sin 2\varphi d\varphi + (1 - 0.00259 \cos 2\varphi) dS'_{40}^t]}{[S'_{40}^t (1 - 0.00259 \cos 2\varphi)]^2}$$

Für die schon früher verwendeten Werthe ($h = 18$ m) wird dann du im Mittel gleich:

$$du = \pm 0.00164 \text{ m,}$$

ein Fehler von fast 2 mm. Also auch hier ist die genaue Bestimmung von S'_{40}^t (früher Seite 11 ff. S_{40}^t genannt) die Hauptsache. Der Fehler von $d\varphi$ ist fast unmerkbar.

S_{40}^t , der Normalwerth, wurde zuerst bestimmt nach den auf S. 11 f. gefundenen Formeln. Zunächst $V_{17.5}^s : V_7^s = 1.001012 + 0.000229 = 1.001241$. Die Tafel Seite 12 giebt 1.001252, daraus:

$$S_{40}^t = 0.0007624 (s + 1310) \frac{V_{17.5}^s}{V_7^s} = 1.011412 \quad (\log 0.004928)$$

Zur Kontrolle kann der Werth 1.011429 dienen, der, nachdem $S_{17.5}^{17.5}$ (nach der Karsten'schen Formel) berechnet war, mit Hilfe einer vom Admiral Makaroff in dem erwähnten Buche „Le Vitiaz etc.“, Band I, Seite 123—128, gegebenen Korrektions-tafel gefunden wurde. Die Tafel, welche bei der Berechnung von S'_{40}^t angewendet wurde, giebt für die Argumente $S_{17.5}^{17.5}$ und t die zu $S_{17.5}^{17.5}$ zuzufügende Korrektion, um S_{40}^t zu erhalten.

Im folgenden gebe ich eine Tabelle der berechneten Stationen. In der ersten Kolonne ist der Beobachter und die Station gegeben, und zwar unter folgenden Abkürzungen (die Nummern beziehen sich mit Ausnahme der Krümmel'schen Stationen auf die oben angeführten Quellenwerke):

P_{10} die schwedische (Pettersson'sche) Station No. 10.

E_{10} » » (Ekman'sche) » No. 10.

M_{240} » Makaroff'sche Station No. 240.

$D_{X,3}$ eine dänische Station, und zwar aus einem beliebigen Jahre, jedoch aus den Monaten Mai oder August. Die römische Zahl bedeutet die Sektion, die arabische die Station derselben oder das Beobachtungsjahr. Maassgebend für die Aufnahme einer Station war nur die geographische Lage, um möglichst die anderen zu ergänzen.

K sind die Stationen von Prof. Krümmel.

C_I und S_{III} in der Nähe von Skagen sind aus dem G. Ekman und O. Pettersson'schen Werke (No. 2 des Material-Verz.) entnommen.

In der 2., 3. und 4. Kolonne sind Breite, Länge und Tiefe der Station angegeben, in der 5. Kolonne der Werth S'_{40}^t und in der letzten das Resultat u in Millimetern, und zwar bedeutet kein Vorzeichen oder +, dass die Dichtigkeitsfläche höher liegt, das Vorzeichen — aber, dass sie niedriger liegt als eine Niveaufläche, die von der die Grenzfläche bildenden Niveaufläche durch eine homogene Wasserschicht von 10° C. Temperatur und 15 ‰ Salzgehalt getrennt ist, deren Mächtigkeit in 45° Breite 18 m beträgt.

Als Rechenschema habe ich das folgende benutzt:

Stat.	s_m	$\log s_m$	$S_{17.5}^{17.5}$	t_m	Korr.	S'_{40}^t	Breite	$\log \sec 2\varphi$	$\log(1-\beta \cos 2\varphi)$	$\log S'_{40}^t$	$\log [S'_{40}^t (1-\beta \cos 2\varphi)]$	$\log(18+u)$	u
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Zuerst habe ich den mittleren Salzgehalt und die mittlere Temperatur für die einzelnen Stationen bis zur Grenzfläche in der auf Seite 12 angegebenen Weise berechnet und nebst der Breite in die Rubriken 2, 5 und 8 eingetragen. In den schwedischen Angaben habe ich meist nur die Angabe „Salt p. mille“ berücksichtigt und die Chlorbestimmung nur in einem Falle, wo die Angabe „Salt p. liter“ mit der ersteren „Salt p. mille“ nicht zu stimmen schien, umgerechnet.

Bei Makaroff sind die Werthe S'_{40}^t direkt gegeben, und ich habe das Mittel daraus auf ähnliche Weise wie s_m bezüglich t_m bestimmt.

In Kolonne 2 wurde der $\log s_m$ eingetragen, dazu der $\text{colog } 1310$ addirt und der Numerus aufgeschlagen. Dieser zu 1 addirt gab $S_{17.5}^{17.5}$ nach der Formel von Prof. Karsten: $(S_{17.5}^{17.5} - 1) 1310 = s$. Mit $S_{17.5}^{17.5}$ und t_m

wurde aus den Makaroff'schen Tabellen die Korrektion entnommen und so $S'_{4\sigma}^t$ (in Kolonne 7) gefunden. Der Logarithmus dieses Werthes wurde in 11 eingetragen.

$\log(1 - \beta \cos 2\varphi)$ wurde gefunden, indem zuerst $\log \sec 2\varphi$ in Kolonne 9 eingetragen wurde. Dazu $\text{colog } \beta$ addirt gab mir ohne weiteres das Argument um aus einer Additionstafel ($\cos 2\varphi$ ist stets negativ) den $\log(1 - \beta \cos 2\varphi)$ zu entnehmen und in 10 einzutragen. Kolonne 10 und 11 addirt gaben 12, und diese, vom konstanten Werth $\log S'_{4\sigma}^t$ subtrahirt, den $\log(u+h)$. Von dessen Numerus 18 subtrahirt, erhält man u , wie ich es im folgenden für ca. 180 Stationen der ganzen Ostsee und ihrer Anhängsel mit Einschluss des östlichen Theiles des Skagerrak berechnet habe.

Station	Breite N.	Lg. O. v. Gr.	Tiefe m	$S'_{4\sigma}^t$	u mm	Bemerkungen	
P_3	65° 27.9	22° 16'	21	1.001994	139.0	Die Stationen 3—25 sind vielleicht etwas zu gross erhalten. Siehe darüber S. 24 f. Auch sind gerade hier die Temperaturen je nach dem Thermometer (siehe Anm. S. 12) sehr verschieden.	
4	27.9	22 28	30	1574	146.0		
5	22.9	22 43	60	1600	145.8		
6	25.5	22 59	85	1663	144.4		
7	27.7	23 12	92	1704	143.7		
8	31.3	23 31	35	1439	148.5		
9	21.3	23 39	57	1884	140.4		
10	11.5	23 47	22	1942	139.9		
11	65 1.6	23 54	24	2536	129.5		
12	64 52.2	24 2	31	2558	129.1		
13	42.6	24 9	29	2319	133.4		
14	46.9	23 36	90	2622	128.0		
15	51.0	23 2	75	2597	128.4		
16	55.1	22 27	85	2592	128.4		
17	64 58.8	22 0	40	2210	135.4		
18	65 1.4	21 37	45	2283	133.7		
19	64 26.8	21 39	21	2779	125.9		
23	10.0	22 53	36	2729	126.8		
24	7.0	23 6	40	2639	124.2		
25	64 3.2	23 15	36	2521	131.0		
26	63 43.5	20 37	9	3104	120.5		Ergänzt, siehe Bem. bei E_{55} auf Seite 21.
27	37.2	20 35	27	3459	114.1		
28	33.8	20 44	20	2968	123.3		
29	30.7	20 54	25	3636	111.2		
30	27.8	21 1	20	3708	110.2		
32	63 4.6	20 38	57	4079	103.5		
33	6.5	20 12	90	3845	108.0		
34	7.8	19 51	95	3591	112.5		
35	9.2	19 28	185	3748	109.7		
37	62 57.5	18 46	150	3526	114.1		
40	62 40.1	18 10	90	3341	117.4		
52	61 33.1	17 31	58	4025	107.2		
53	32.7	18 8	60	3907	109.2		
54	32.0	18 46	50	4048	106.8		
55	31.1	19 22	80	4204	104.0		
56	30.6	20 0	117	4207	104.0		
58	61 29.0	21 16	22	4090	106.0		
59	60 53.8	20 49	50	4232	103.3		
60	50.9	20 14	65	4183	105.2		
67	6.8	18 53	45	3990	109.5		
68	7.4	19 1	133	4203	105.6		
69	7.8	19 9	170	4430	101.5		
70	8.3	19 18	250	4242	104.9		
71	60 8.8	19 24	66	4175	106.1		
72	59 41.0	18 59	36	3694	115.7		

Station	Breite N.	Lg. O. v. Gr.	Tiefe m	$S' \frac{t}{40}$	u mm	Bemerkungen
<i>P</i> ₇₃	59° 43.8	19° 10'	36	1.003797	113.8	
74	46.9	19 26	59	3982	110.1	
75	44.4	19 46	82	4120	108.0	
76	42.0	20 27	44	4320	104.4	
77	39.9	21 3	60	4471	101.7	
78	38.2	21 38	64	4552	100.2	
<i>P</i> ₇₉	59 37.5	22 10	50	4754	96.5	
<i>M</i> ₁	60 5.0	28 50	37	056	171.5	
247	60 8.0	28 11	46	266	133.5	
248	59 58.0	27 0	71	235	139.5	
249	46.0	25 20	91	296	128.9	
<i>M</i> ₂₅₀	38.0	24 44	86	421	106.4	
<i>P</i> ₅₀	40.6	23 3	48	4457	101.9	
51	29.2	23 11	90	4659	98.2	
<i>P</i> ₅₂	19.0	23 17	93	4546	100.6	
<i>M</i> ₄	19.0	22 29	91	388	112.7	
<i>M</i> ₂₄₄	11.0	22 7	97	492	94.4	
<i>P</i> ₅₃	14.9	22 56	35	4573	100.7	
84	59 10.2	22 30	86	4694	98.4	
85	58 57.0	21 53	55	4699	98.9	
94	41.5	18 25	386	4498	102.4	
95	38.4	19 1	142	4541	102.1	
96	35.5	19 37	90	4808	97.2	
97	32.4	20 13	88	4783	97.7	
98	29.5	20 50	87	4595	101.1	
99	26.8	21 26	78	4499	102.8	
100	58 4.9	21 29	40	4245	107.8	
101	57 52.5	21 31	45	4956	95.4	Die Tiefe soll wohl 55 heissen; Druckfehler [in den Beobachtungen?
102	39.1	21 33	25	4591	102.0	
103	40.4	21 3	30	4758	99.0	
104	41.8	20 38	115	4518	103.2	
105	42.9	20 13	120	4630	101.3	
106	44.3	19 46	100	4771	98.8	
107	45.5	19 21	55	4748	99.1	
108	57.5	18 57	90	4369	106.0	Abnorme Temperatur.
109	57 59.6	18 27	73	4886	96.2	
110	58 2.1	17 57	175	4649	100.5	
<i>P</i> ₁₁₁	58 4.5	17 30	87	4573	103.8	Zwischen <i>P</i> ₁₁₁ und <i>E</i> ₈₁ sind später 9 Sta- tionen nachgetragen worden, d. i. <i>E</i> _{32.6} und <i>E</i> _{30.3} , s. am Schluss der Tabelle.
<i>E</i> ₈₁	55 44.9	20 54	32	4378	109.2	
80	35.1	20 14	70	4789	101.8	
<i>E</i> ₇₉	55 22.2	19 28	95	4814	101.7	
<i>K</i> ₁	54 36.0	19 4	105	4666	105.6	
<i>E</i> ₇₈	55 12.9	18 56	82	5043	97.6	
77	2.6	18 20	65	4764	103.1	
76	10.4	18 2	59	4712	104.0	
75	22.0	17 40	75	4892	103.8	
74	35.0	17 15	ca. 20	4835	100.9	
73	47.9	16 51	40	5096	96.2	
72	55 57.6	16 34	57	5390	90.5	
71	56 8.5	16 13	35	5570	87.3	
70	56 1.4	15 52	18	5805	82.6	
69	55 54.4	16 4	47	5696	85.0	
68	55 39.0	16 3	75	4995	98.0	
63	54 18.0	15 35	18	4634	106.7	
62	29.2	15 24	46	4825	102.7	

Station	Breite N.	Lg. O. v. Gr.	Tiefe m	$S' \frac{t}{40}$	u mm	Bemerkungen
<i>E</i> ₆₁	54° 40'6	15° 17'	ca. 63	1.004998	99.6	
60	54 55.5	15 8	56	5090	97.5	
<i>E</i> ₅₉	55 11.0	15 13	64	4988	99.0	
<i>M</i> ₂₄₁	25.0	14 45	73	575	84.5	
<i>E</i> ₅₉	20.2	14 44	49	5060	97.1	
57	22.6	14 32	59	5088	96.8	
<i>E</i> ₅₆	24.8	14 20	33	5746	85.0	
<i>M</i> ₆	11.0	14 21	46	447	107.9	
<i>M</i> ₂₄₀	13.0	13 48	44	576	84.7	
<i>E</i> ₅₄	16.4	13 20	31	5396	91.2	
53	8.6	13 24	ca. 42	5114	96.8	
52	55 0.7	13 24	45	5241	94.4	
51	54 52.5	13 25	45	5132	96.9	
50	44.7	13 26	36	5260	94.5	
49	38.3	13 1	15	6175	78.5	Ergänzt, s. Bemerkung bei <i>E</i> ₅₅ .
48	43.3	12 53	21	5348	92.9	
47	48.0	12 46	20	5671	87.2	
<i>E</i> ₄₆	54 52.8	12 39	18	5244	94.8	
<i>D</i> _{X2}	55 10	12 42	32	5367	92.2	
<i>M</i> ₂₃₉	ca. 55 25	ca. 12 45	11	700	62.2	Diese vier Stationen sind (wegen der geringen Tiefe) nach unten in Salzgehalt und Temperatur nach Maassgabe benachbarter Stationen ergänzt.
<i>E</i> ₅₅	55 27.6	12 43	ca. 10	5294	+ 90.9	
<i>M</i> ₂₃₇	55 49.0	12 41	ca. 15	1668	- 00.5	
<i>D</i> _{X3}	54 35.0	12 21	ca. 13	08273	+ 40.0	
<i>E</i> ₄₅	30.8	12 17	18	11432	- 16.0	
44	26.1	11 51	23	06818	+ 66.9	
<i>E</i> ₄₃	35.5	11 20	20	07953	+ 46.0	
<i>K</i> ₅	36.0	11 15.1	31	12103	- 28.0	
2	31.4	10 2	27	13671	- 55.0	27.VII 93.
3	53.7	9 47	ca. 24	16281	-102.0	14.IX 93 stürmischer NW-Wind.
<i>K</i> ₄	55.0	10 6	ca. 35	18482	-141.0	15.IX 93 stürmischer NW-Wind.
<i>E</i> ₄₂	49.6	10 50	42	11848	- 23.3	
<i>M</i> ₉	54 52.0	10 51	25	1135	- 14.4	
<i>E</i> ₄₁	55 17.4	11 2	23	12802	- 41.0	
<i>M</i> ₁₀	42.0	10 50	ca. 20	1898	-150.3	
<i>E</i> ₄₀	43.4	10 50	22	15868	- 95.7	
<i>D</i> _{V(1898)}	55 56.0	11 0	50	17212	-120.0	
<i>E</i> ₃₉	56 6.7	11 9	40	19240	-155.7	
38	9.8	11 0	24	20045	-169.4	
<i>E</i> ₃₇	13.0	10 51	18	19696	-163.7	
<i>D</i> _{IV(1897)}	39.9	12 12	45	13034	- 47.0	Mai 1897.
<i>E</i> ₃₆	28.6	11 1	17	18338	-140.3	Ergänzt, s. Bemerkung bei <i>E</i> ₅₅ .
35	32.3	11 13	16	15707	- 94.0	
34	37.1	11 26	15	16698	-111.5	
33	44.8	11 55	44	16487	-107.8	
32	49.8	12 8	45	15984	- 99.4	
<i>E</i> ₃₁	56 52.2	12 14	25	13240	- 50.9	
<i>D</i> _{III(1898)}	57 8.8	11 27	80	17273	-122.0	Mai 1898. Temperatur sehr niedrig.
<i>E</i> ₂₈	19.9	11 48	44	21109	-190.0	
26	24.2	11 19	41	22168	-209.0	Ergänzt, s. Bem. <i>E</i> ₅₅ . Oberste Schicht salzreicher als die darunterl., viell. Antrieb?
24	25.4	10 50	30	23653	-235.0	
22	35.9	11 39	33	19794	-168.0	
20	44.3	10 58	40	23549	-234.0	
<i>E</i> ₁₉	47.3	10 42	ca. 50	22974	-224.0	
<i>C</i> ₁	57.5	10 15	?	22249	-212.0	
<i>E</i> ₃	53.8	10 55	115	22575	-217.0	

Station	Breite N.	Lg. O. v. Gr.	Tiefe m	S_{40}^t	σ mm	Bemerkungen
<i>E</i> ₄	57° 57.4	10° 53'	155	1.023520	-233.0	Bei stark südl. Oberflächenstrom genommen.
<i>S</i> _{III}	58 11.0	10 31	?	24292	-247.0	
<i>E</i> ₁₅	14.0	9 19	430	22801	-221.0	
17	22.6	8 53	135	20994	-190.0	
11	20.4	11 8	ca. 36	22083	-209.0	
12	27.2	10 41	175	21838	-205.0	
13	34.2	10 11	440	21996	-208.0	
14	42.2	9 37	295	21374	-196.0	
5	54.2	10 35	165	21969	-207.0	
<i>E</i> ₁₀	58.8	10 7	120	20829	-187.0	
<i>E</i> ₆	58 56.0	11 1	ca. 30	17712	-133.0	

Nachtrag.

<i>E</i> ₉₃	56° 53.1	19° 19'	ca. 170	1.005002	96.2	} Die Tiefenbestimmungen sind wegen hohen Seeganges ungenau.
92	51.5	18 42	49	5005	96.2	
91	56 54.2	17 59	56	5065	95.1	
90	57 6.3	17 37	ca. 108	4599	103.1	
86	56 4.1	17 17	35	4964	97.6	
85	2.2	17 52	ca. 59	4849	99.8	
84	56 0.3	18 25	ca. 100	4818	100.4	
83	55 58.5	19 1	ca. 120	4627	104.2	
<i>E</i> ₅₂	55 51.0	19 52	67	5129	95.2	

Die gefundenen σ Werthe habe ich dann ohne jeden Versuch der Ausgleichung in die Karte eingetragen und für den baltischen und finnischen Meerbusen und die eigentliche Ostsee die Linien gleicher Niveauhöhe von 5 zu 5 mm (bezüglich 10 zu 10 mm) aus freier Hand entworfen. In der Beltsee habe ich nur einige solche Linien gezeichnet, und zwar, wo es anging, von 50 zu 50 mm. Nicht eingetragen ist die Station 55 (Ekman) im Sund, da der Werth, wenigstens nach der von mir angenommenen Ergänzung, unbrauchbar ist, und ich eine zweite empirische Ergänzung lieber nicht machen wollte.*) Ebenso habe ich die Station *M*₆ weggelassen, und ich glaube mich dazu umso mehr berechtigt, als Makaroff in der Anmerkung selbst einen leisen Zweifel an der Richtigkeit dieser Beobachtung äussert, allerdings nur für die Grundschicht, die ihm im Vergleich zu den anderen Schichten spezifisch sehr schwer vorkommt. Vom Standpunkte der Dichtigkeitsfläche betrachtet sind die oberen Schichten spezifisch zu leicht.

Alle anderen Werthe sind in die Karte eingetragen.

*) Die Ergänzungen sind nach dem Muster von Prof. Mohn vorgenommen worden, doch könnte man bei den rasch wechselnden Verhältnissen in diesen Gewässern im Zweifel sein, ob sie berechtigt sind. Prof. Mohn hat sie bis in das Skagerrak und Kattegat durchgeführt.

III. Theil.

Ergebnisse.

Es soll zunächst die Dichtigkeitsfläche der Ostsee im Einzelnen kritisch untersucht und dann ein Ueberblick über die daraus resultirenden Strömungen gegeben werden.

Wenn man die gegebene Karte betrachtet, so kann man nicht leugnen, dass manches für die Wahrscheinlichkeit spricht, dass diese Dichtigkeitsfläche mehr als ein momentanes Gebilde sei, und dass sie, wenigstens in ihren Grundzügen, nicht nur für den Sommer 1877 Geltung besitzt. Schwierigkeiten bereitet jedoch in dieser Hinsicht ein Umstand, der auch die Konstruktion der Niveaulinien auf der Karte unvollständig bleiben liess, nämlich die auffällige Unregelmässigkeit der Niveaunummern an dem Uebergange aus der eigentlichen Ostsee in die Beltsee, was bereits Anlass zu den auf Seite 16 ausgesprochenen Bedenken gegeben hat. Die Dichtigkeitsfläche erscheint an dieser Stelle, die merkwürdig genau mit der Tiefengrenze von 40 m zusammenfällt, nicht nur sehr komplizirt, sondern in ihrem zahlenmässigen Ausdruck fast widersinnig; denn mitten in dem stetigen Absteigen, welches auf beiden Seiten der 40 m-Linie herrscht, folgt hier ein merkbares Ansteigen der Oberfläche, um gleich darauf wieder in das Gegentheil überzugehen.

Ich habe nun versucht eine Erklärung dafür zu finden und ging von dem merkwürdigen Zusammenfall dieser Zone der Unregelmässigkeit mit der schnellen Tiefenabnahme auf der Linie von Rügen nach dem Sund aus. Sieht man daraufhin die Ekman'schen Profile noch einmal aufmerksam an, so hat es den Anschein, als ob die Grenzfläche durchaus nicht so regelmässig verlaufen kann, wie es von Prof. Mohn und auch in dieser Abhandlung angenommen wurde. Im Gegentheil, es scheint (und die Theorie der Grenzfläche bestätigt dies), dass in gewissem Grade die Grenzfläche von der Tiefe abhängig ist; ferner, dass in genügend tiefem Wasser die Lage derselben ziemlich konstant ist, dagegen, wenn die Grundfläche der Grenzfläche sich nähert und eine gewisse Entfernung von ihr erreicht hat, die Grenzfläche anfängt, sich, wenn auch in geringerem Maasse, dieser Erhebung anzuschliessen. Ich sagte, es folgt dies auch aus der Theorie der Grenzfläche. Die Grenzfläche des Nordmeeres soll in 300 Faden liegen, diejenige der Ostsee in 18 m. Im Skagerrak treffen sich beide; wie soll sich da der Uebergang vollziehen? Man erinnere sich nun an den ersten Theil dieser Arbeit und an Fig. 2 (Seite 3). Würde sich an irgend einer Stelle eine Bank bis an oder über die Grenzfläche erheben, so würde, wie im Anfangsstadium des Seite 2 u. ff. besprochenen Stromkreislaufes, der Oberflächenstrom trotz der Bank nach der Mitte zu laufen; der Unterstrom würde, wenn er die Bank erreicht, sich genau so verhalten, wie wenn er die Küste erreicht hätte und seine aufsteigende Bewegung beginnen, ohne jedoch ganz die Tendenz des Abfliessens nach aussen (wobei auch die Erdrotation eine Rolle spielt) aufzugeben, und wenn er die Bankhöhe erreicht hat, so wird er, wenn irgend möglich, die Bewegung nach der Küste wieder aufnehmen, und diese Möglichkeit wird ihm durch eine Verschiebung der Grenzfläche verschafft; denn einmal ist in dem Verhältniss $\frac{V}{v}$ (s. S. 4, wo V und v die Geschwindigkeiten des Ober- bezügl. Unterstromes sind), welches nach Mohn die Lage der Grenzfläche bedingt, das v ein anderes geworden. Infolge des langsameren Nachfliessens des Unterstromes wird aber auch der Oberstrom langsamer fließen müssen und infolgedessen auch V sich ändern. Der neue Quotient $\frac{V}{v}$ wird die Grenzfläche so lange verschieben, bis auch über der Bank Ab- und Zufluss sich genau geregelt haben. In der Natur giebt es viele Beispiele für dieses geringere Abfliessen des Oberflächenstromes über eine Bank, so z. B. theilt sich der Golfstrom vor den Bänken zwischen Island und England, und nur ein Theil geht darüber hinweg. Diese Aenderung der Grenzfläche lässt sich auch im gegebenen Falle an den Ekman'schen Profilen der Tafel I nachweisen, d. h. vorausgesetzt, dass die Grenzfläche in der sogenannten Sprungschicht liegt, denn bei abnehmender Wassertiefe macht sich sowohl in Temperatur wie in Salzgehalt ein Aufsteigen der Sprungschicht bemerkbar. Im allgemeinen ist es natürlich in der eigentlichen Ostsee die Temperatur, die als Kriterium dienen muss. Die Profile der Ekman'schen Sektionen 35, 17 und der Einzelstation E_{59} lassen deutlich die Grenzschicht in 20 m Tiefe erkennen, obwohl sie stellenweise durch lokale Einflüsse verschoben ist (wie oben schon erwähnt wurde). Die Sektion 39 im bottnischen Meerbusen dagegen zeigt eine höhere Lage der Sprungschicht, da die anliegenden Gewässer ziemlich flach sind. In der Beltsee lässt sich der Wechsel auch im Salzgehalt nachweisen. Ein sehr charakteristisches Beispiel geben die Sektionen 9 und 10. In

Station 40 (ca. 20 m Tiefe) liegt die Grenzschicht sowohl in Temperatur wie in Salzgehalt deutlich in ca. 12.5 m, in Station 42 (42 m) wieder mit Temperatur und Salzgehalt in ca. 15 m. In Station 43 (20 m) wird der Unterstrom und damit die Grenzschicht in ihrer absteigenden Bahn gehemmt. Die Grenzfläche ist un- deutlich nahe am Grund, denn der Salzgehalt von 16.86‰ deutet schon auf Einwirkungen des Unter- stromes. Wahrscheinlich drängt sich der Unterstrom in die benachbarte tiefe Rinne. In Station 44 (23 m) macht sich ein Aufsteigen bemerkbar; die Sprungschicht in Temperatur liegt zwischen 15 und 17.5, in Salz- gehalt zwischen 17.5 und 20 m. In Station 45 (18 m) ist sie in Temperatur und Salzgehalt in der Gegend von 15 bzw. 10 m zu finden.

Zum Vergleich folgen hier die betr. Daten aus den schwedischen Beobachtungen.

Station	40		42		43		44		45	
	Tiefe	s ‰	t ° C.	s ‰	t ° C.	s ‰	t ° C.	s ‰	t ° C.	s ‰
5 m	16.74	16.9	12.15	16.9	10.69	17.6	8.80	16.5	8.64	15.0
10 „	19.35	15.4	13.84	17.3	11.32	17.2	9.56	16.2	16.98	15.3
12.5 „	23.77	12.8	—	—	—	—	—	—	—	—
15 „	30.22	9.2	22.19	11.4	12.97	15.7	10.35	15.5	—	11.2
17.5 „	—	—	—	—	—	—	13.66	8.6	—	—
20 „	31.80	8.1	28.64	9.1	16.86	12.4	20.85	7.1	20.35	8.6
etc.										in 10 m Tiefe

Die Profile, wie sie Pettersson giebt, und welche auf Tafel I reproduziert sind, lassen alles das deut- lich erkennen, auch selbst das Unbestimmte in der Grenzfläche der Station 43. Die für die Beltsee mit einer Grenzfläche von 18 m berechneten Werthe für u sind also nicht ganz richtig, sie sind alle mehr oder weniger zu gross und lassen sich nicht gut mit den anderen vergleichen; aber die Fehler sind im Verhält- niss zu dem grossen Gefälle so klein, dass sie wenigstens das Gesamtbild nicht beeinträchtigen. Ich habe aber in Rücksicht darauf nur die wenigen Hauptlinien gezogen. Die Resultate, die gerade hier den ver- schiedensten Quellen und Zeiten entstammen, weisen eine sehr gute Uebereinstimmung auf. Die schwedischen Werthe sowohl wie die dänischen und die von Krümmel und Makaroff, sie alle zeigen auch selbst da, wo die verschiedenen Systeme nicht absolut übereinstimmen, ein Ansteigen der Dichtigkeitsfläche von West nach Ost, wobei die tiefste Depression der Dichtigkeitsfläche sich augenscheinlich an der dänischen und deutschen Ostküste der jütischen Halbinsel hinzieht, obwohl die Werthe ganz nahe der Küste wieder ein schwaches Ansteigen zeigen, z. B. K_3 und K_4 , ferner E_{37} und E_{38} , sowie E_{19} und E_{20} etc.

Auf der Karte ist in der Nähe von Skagen, im Skagerrak nach Norden gehend, und später in der Nähe der norwegischen Küste nach Westen umbiegend, eine strich-punktirte Linie gezeichnet. Diese Linie stellt die von Mohn als +0.60 m gegebene Niveaulinie dar. Vergleicht man damit die von uns gefundene [−200 mm] Linie (gestrichelt), so wird man (abgesehen von der ins Kattegat reichenden Zunge, die Mohn infolge mangel- der Beobachtungen seinerzeit nicht erkennen konnte) sofort eine angenäherte Uebereinstimmung finden. Sogar die Station 19 stimmt dann mit dem von Mohn für Skagen gegebenen Werth ziemlich überein (d. h. in Bezug auf diese Linie). Mohn findet für Skagen +0.57 m (Differenz −0.03 m), hier ist Station 19 = −0.224 m (Differenz −0.024).

Ich habe dann andeutungsweise die Niveaulinien −230, −150, −100 und die stärker gestrichelte Null- linie gezeichnet. Die Werthe, z. B. Station 45, 49, K_2 , K_3 , K_4 etc., erscheinen einzeln, im Vergleich mit anderen nahegelegenen Punkten betrachtet, fast absurd, indessen im System der gegebenen Zeichnung lässt sich ihnen eine gewisse Wahrscheinlichkeit nicht absprechen. Auch die Zahlen für den grossen Belt und den Sund lassen trotz der Abweichungen, die die einzelnen Werthsysteme zeigen, keinen Zweifel an dem starken Niveaufälle zwischen der eigentlichen Ostsee und dem Kattegat. Man vergleiche E_{42} , E_{41} und E_{40} , oder M_9 und M_{10} im grossen Belt, oder im Sund die dänischen Beobachtungen, oder M_{237} und M_{239} . Im Kattegat und Skagerrak geht es ebenso. Nur ist im Kattegat eine Station, die infolge ihres ungewöhnlich

geringen Salzgehaltes sich nicht in die übrigen (ca. 50) Stationen einfügen will. Es ist Station E_{35} . Sie ist allerdings ergänzt, aber die benachbarten Stationen sind es auch und stimmen recht gut. Einen stichhaltigen Grund für die Erscheinung könnte ich nicht angeben.

Für die Lage der tiefsten Depression in der Beltsee, namentlich für die Annäherung dieser tiefen Rinne an die dänische und deutsche Küste, ist wohl der Einfluss der Erdrotation auf die Strombewegungen zur Erklärung heranzuziehen. Die aus der Nordsee hereindringenden salzigen Gewässer werden durch die Erdrotation nach rechts abgelenkt, d. h. nach der jütischen Halbinsel, während an der schwedischen Küste das weniger salzhaltige und im Sommer warme, ausfliessende Ostseewasser, ebenfalls rechts gedrängt, die Niveauerhöhung hervorbringt. Dazu kommt noch der viel grössere Reichthum an frischem Wasser, den die schwedischen Flüsse spenden, gegenüber der flussarmen Ostküste Jütlands.

Man hat also hier die seltsame Erscheinung, dass zwei Ströme von ganz verschiedenem Salzgehalt nebeneinander, aber in entgegengesetzter Richtung laufen, und dass jeder an seiner rechten Seite den grösseren Antheil an der Gesamttiefe in Anspruch nimmt, obwohl überall an der Oberfläche das salzärmere, in der Tiefe das salzreichere Wasser allein herrscht. Das Ekman'sche Profil 6 giebt ein deutliches Bild dieses Zustandes. Daher erklärt sich auch das kräftige Vordringen der tiefen Niveaurinne mit salzreicherem Wasser weiterhin an der holsteinischen und mecklenburgischen Küste. Der salzige Strom hat dort durchweg an der rechten Seite seiner Bahn die grösste Kraft, wie man schon länger aus den Untersuchungen der Kieler Ministerialkommission weiss.

Im baltischen Meerbusen scheinen die Dinge ähnlich zu liegen, wenigstens nach Ekman's Profil 39 zu urtheilen, welches die Sprungschicht deutlich in ungefähr 10 m Tiefe zeigt, ebenso einige der anderen von Pettersson aus dem baltischen Meerbusen gegebenen Profile. Dort scheint indessen noch ein anderer Grund maassgebend zu sein für die namentlich im Norden stark hervortretenden Unregelmässigkeiten im Verlauf der Niveaulinien: nämlich Auftriebserscheinungen. So ist z. B. in Station P_{12} der Salzgehalt an der Oberfläche 3.23‰ und in 2.5 m Tiefe nur 3.036‰. Indessen eine Station kann nicht maassgebend sein, und besonders, da auch an Stationen anderer Gebiete ähnliche Erscheinungen zu beobachten waren. Ueberhaupt lässt sich bei dem vorhandenen, spärlichen Material nichts Genaueres über eine so komplizierte Materie, wie die Dichtigkeitsfläche dort ohne Zweifel ist, sagen.

Sehr charakteristisch und jedenfalls das zuverlässigste Ergebniss der vorliegenden Arbeit sind die Niveaulinien des übrigen Theiles der Ostsee, und es ist sehr bedauerlich, dass die an und für sich charakteristischen Ergebnisse der Beltsee nicht angeschlossen werden konnten.

Zunächst fällt besonders im finnischen Meerbusen und in der eigentlichen Ostsee das Rechtsdrängen der sonst mehr in der Mitte unserer Dichtigkeitsfläche liegenden tiefen Mulde in die Augen. Trotz der wenigen, aber ganz zufällig für diesen Fall sehr glücklich gewählten Beobachtungsstationen Makaroff's im finnischen Golf, lässt sich dies ganz deutlich erkennen. So hat z. B. M_{247} , obwohl weiter nach Osten gelegen, eine niedrigere Niveaulinie als die südwestlich davon gelegene Station M_{248} . Die relativen Lagen von M_{248} , M_{249} , M_{250} und ihre bezüglichen Niveauhöhen 139, 129, 106 wären kaum in ein einfacheres System zu bringen als das bezeichnete. Die tiefste Niveaulinie geht dann westlich von Gotland, sich immer mehr und mehr nach rechts (westlich) drängend, hart an die Südspitze von Öland heran, um dann in der Makaroff'schen Station 240 und bei Udängen-Feuer, dicht unter der schwedischen Küste (Station E_{70}), mit +84 bezüglich +83 mm Niveauhöhe ihr vorläufiges Minimum zu erreichen.

Ein anderer, hervortretender Zug ist das geringe Gefälle an den Punkten, wo mehrere zufließende Strömungen bestrebt sind, die Niveauunterschiede auszugleichen, wie es am besten in der Gegend zwischen Gotland und dem finnischen Golf hervortritt, wo drei, man kann sagen vier Strömungen von weniger salzigem Wasser sich treffen. Erstens der Strom von Norden, der zwischen Åland und der schwedischen Küste hindurchkommt; zweitens der Strom aus dem finnischen Meerbusen, und drittens und viertens die beiden Strömungen aus dem Meerbusen von Riga, die sich deutlich an den zungenförmigen Ausbuchtungen der Niveaulinien erkennen lassen, wie sie die Stationen M_4 und P_{33} für den einen Ausfluss zwischen Dagö und Worms und die Stationen P_{98} , P_{99} und P_{100} für den Ausfluss zwischen Ösel und Dagö andeuten. Man könnte vielleicht fünftens noch die vorgeschobene Zunge erwähnen, welche durch die Gewässer des Stockholmer Fjordes hervorgebracht wird. Bei dem südlich gelegenen dritten Eingang des Meerbusens von Riga deuten die eingeschobenen Zungen auf das Einlaufen des an seiner rechten Seite sich haltenden, salzigen, schwereren Wassers.

Bei der Vereinigung der Weichselgewässer mit denen der Ostsee ist sowohl diese Rechtsdrehung der Rinne als das geringe Gefälle deutlich sichtbar. Die Wirkungen der Weichselgewässer, zu denen sich die Gewässer aus dem Kurischen Haff gesellen, sind vielleicht die Ursache der grossen Zunge der +100 mm-Linie, welche sich bis dicht an die Ostküste von Gotland drängt; und in der Zunge über E_{33} und E_{34} hätte man die Wirkungen der zuerst nach rechts an der Küste entlang gelaufenen Odergewässer und der pommerschen Flüsse zu suchen. In den Stationen E_{32} und E_{73} käme dann wieder die schwerere Unterströmung zum Vorschein, die unter den allmählich sich westlich wendenden Odergewässern sich wieder hervordrängt, um gleich darauf von den Weichselgewässern überfluthet zu werden. Die Krümmel'sche Beobachtung K_1 schliesst sich merkwürdig gut und ergänzend an E_{32} und E_{73} an.

Zwei Stationen sind es, die sich dem Rahmen der Zeichnung nicht ohne weiteres einfügen lassen. Die Station P_{108} unweit der Nordspitze Gotlands und P_{32} an der schwedischen Küste. Bei Station 108 ist es eine verhältnissmässig hohe Temperatur und ein verhältnissmässig niedriger und sehr unregelmässiger Salzgehalt, der die ungewöhnliche Höhe hervorbringt. Da die Station so nahe der Küste liegt, so liesse sich vielleicht ein Einfluss von Land her nachweisen. Leider steht mir eine genauere Karte von Gotland nicht zur Verfügung, um dies aufklären zu können. Auf einer mir von der Kaiserl. Werft durch Herrn Korv.-Kapt. Ferber freundlichst zur Verfügung gestellten schwedischen Seekarte (die Insel Gotland) ist fast genau südlich von der Station die Mündung eines sehr ausgedehnten Sumpfes (träsk) angegeben. Vielleicht liegt in den sommerlich erwärmten Abflussgewässern dieses Sumpfes der Grund der Niveauerhöhung. — Die Abweichung der Station 52 ist schwerer erklärlich, doch so gering, dass man wohl einen Beobachtungsfehler annehmen kann. — Eine scheinbare Ausnahme, die sehr bemerkenswerth ist, soll noch erwähnt werden. In der Bottensee, d. h. zwischen Åland und den Quarken, scheint es, als ob die Rinne sich nicht an die rechte Seite, die schwedische Küste dränge, sondern im Gegentheil der finnischen Küste näher liege. Es ist nicht unwahrscheinlich, dass dies in der That der Fall ist, und ein Blick auf eine physikalische Karte der anliegenden Küstenstriche würde die Sache auch erklärlich machen. Die Zuflüsse nämlich, welche die Ostsee von der finnischen Seenplatte erhält, sind ganz verschwindend im Gegensatz zu denen von der schwedischen Seite; und diese vielen, wasserreichen und schnellfliessenden schwedischen Flüsse bewirken durch ihre Aussüssung der Küstengewässer ein Abdrängen der Rinne von der schwedischen Seite. Das geringe Gefälle giebt Zeugniß von einer durch Aussüssung weithin nach Osten sich erstreckenden Niveauerhebung. — Die Station P_{28} erscheint hier nicht ganz einwandfrei, indessen ist der hohe Niveaustand wohl erklärlich, wenn man ähnlich wie bei Station 34 eine durch die Gewässer des Ume-Elf hervorgerufene, zungenartig verlaufende Niveauerhöhung annimmt, und die relative Lage von $P_{27, 28}$ und $P_{35, 34}$ begünstigt diese Annahme sehr. Ganz deutlich tritt dieser Einfluss frischen Wassers vor Stockholm hervor.

Erwähnenswerth ist noch die Ausbuchtung nördlich von Bornholm (gegen Sandhammar hin), die ich nicht zu erklären imstande bin.

Wenn man die gegebenen Erläuterungen genau verfolgt, so scheint es, als bestände zwischen der Deutung der Dinge für die Beltsee und für die Ostsee ein gewisser Widerspruch. Im ersten Falle habe ich die Lage der tiefen Rinne an der deutschen Küste, also der linken Seite des ausfliessenden Stromes, durch die Erdrotation erklärt. Im zweiten Falle habe ich dieselbe Erklärung für das Rechtsdrängen der Mulde angeführt. Dieser Widerspruch löst sich jedoch auf folgende Weise. Während in der Ostsee infolge der gleichmässigeren Vertheilung des Salzgehaltes in den einzelnen Schichten eines Querschnittes die tiefe Rinne wirklich eine Flussrinne ist, d. h. die einzelnen Niveaulinien der Karte gewissermassen Isohypsen sind, auf denen die Gradienten der Stromrichtung, abgesehen von der Erdrotation, senkrecht stehen, ist dies in der Beltsee durchaus nicht der Fall, wenigstens nicht in dem Maasse wie in der Ostsee; denn man hat dort nicht eine homogene Wassermasse vor sich, sondern zwei Gewässer ganz verschiedener Art und Herkunft, von welchen jedes seinen Lauf für sich verfolgt. Die Niveaulinien der Beltsee sind daher ein Mischprodukt aus den Niveaulinien, die jedes der Gewässer für sich bedingen würde, aber die des Ostseewassers herrschen an der schwedischen, die des Nordseewassers an der jütischen Küste vor, und da die letzteren ein niedrigeres Niveau bedingen, so läuft die tiefe Mulde der Dichtigkeitsfläche an der dänisch-deutschen Küste südlich, ohne jedoch den nordwärts fliessenden Ostseestrom direkt westlich zu ziehen. Je weiter nach Norden allerdings, desto mehr tritt seine westliche Komponente hervor. Ich werde noch darauf zurückkommen.

Im Anschluss an die vorerwähnte Linie $+0.60$ m der Mohn'schen Arbeit würde also die Linie $+100$ mm in unserer Karte der Mohn'schen Linie $+0.9$ m entsprechen. Bei Kronstadt würde die Niveaufläche um ca. 1 m, bei Haparanda um ca. 95 cm infolge der Dichtigkeitsunterschiede höher liegen als an der Mohn'schen Nulllinie mitten im Nordmeere. Zwischen der Ostsee östlich von Bornholm und dem Ausgange des Skagerrak ergäbe sich darnach ein Gefälle von ungefähr 33 cm, was für die Theorie der Strassenströme von Bedeutung sein dürfte.

Fragt man überhaupt nach den Stromverhältnissen, die durch diese Dichtigkeitsfläche bestimmt werden, so müsste man, um sie genau zu erhalten, die Gradienten der einzelnen Niveaulinien suchen und mit deren Hilfe (wie nach dem barischen Gesetz für Luftströmungen) die Stromrichtung und Stromstärke bestimmen. Es erfordert dies eine sehr umständliche und mühsame Rechnung, die, ebenso wie die nähere Untersuchung der Tiefenströme, einer späteren Gelegenheit vorbehalten bleiben soll. Auch Untersuchungen über eine etwaige Aenderung der Dichtigkeitsfläche mit den Jahreszeiten bieten sich als künftig noch zu lösendes Problem, das bei der vorliegenden Arbeit kaum gestreift werden konnte. — Einfacher, aber weniger genau könnte man auch die Stromstärke für das Gefälle senkrecht zu den Niveaulinien berechnen; man addirt dann zu der Richtung der Gradienten noch eine Winkelkorrektion für die Ablenkung durch Erdrotation, um auch die Stromrichtung zu erhalten. Diese letztere Art würde indessen nicht einmal das theoretische Interesse haben, welches der ersteren nicht abgesprochen werden kann. Eine praktische Bedeutung haben, wegen der schnell wechselnden Verhältnisse in den Gefällen und des grossen Einflusses der Windströmungen, beide nicht.

Man kann übrigens den ungefähren Verlauf des Stromes aus den Niveaulinien ablesen, wenn man beachtet, dass bei den Gefälleströmungen die Rechtsablenkung durch Erdrotation sehr merklich zu sein pflegt. Darnach zu urtheilen, würde der Strom in der ganzen baltischen See, allerdings sehr schwach, südlich setzen. Im finnischen Meerbusen, in der Nähe von Kronstadt, müsste er stärker südwestlich laufen, später mehr nach Westen umbiegen und langsamer werden. Der Hauptstrom in der eigentlichen Ostsee ist, im Süden von Ösel stärker und an der übrigen russischen Küste schwächer, westlich und südwestlich, an der schwedischen Ostküste schwach südöstlich, und in der Mitte, d. h. mehr nach der schwedischen Seite zu schwach, südlich.

Von der preussischen Küste setzt er, wie überhaupt von der ostdeutschen Küste (bis Rügen) ab. Dort am frischen und kurischen Hafl, d. h. bei letzterem von der nächsten Nähe der Küste abgesehen, hat er vielleicht eine schwach östliche Komponente infolge der längs der Küste setzenden Oder- und Weichselgewässer, welche allmählich in die schon erwähnten beiden grossen Zungen der $+100$ mm-Linie auslaufen. Je weiter nach Westen und Norden, desto mehr geht die östliche Komponente in eine westliche über. Westlich von Rügen ändert sich das Bild. Die Strombetten werden enger, das Gefälle grösser und infolgedessen der Strom stärker. An der deutschen Küste müsste ein ganz flacher Oberflächenstrom westlich setzen (nach unserer Karte). Dagegen in der Tiefe, je weiter westlich, desto stärker müsste ein Unterstrom nach Osten laufen. Ebenso sind die Verhältnisse im kleinen Belt in nord-südlicher Richtung. Im grossen Belt müsste der Oberflächenstrom schon stärker sein (natürlich nördlich laufend) und am kräftigsten im Sund, was auch zutrifft. Meines Wissens ist der nördlich setzende Strom im Belt nie so stark wie er im Sund sein kann, und leichter macht sich im Belt ein von Norden kommender, mit dem Wind gehender Strom bemerkbar. Im Kattegat müsste der Niveauabfall nach Westen und die Kraft der schwedischen Ströme eine westliche Komponente, je weiter nach Norden, desto stärker hervorbringen, umso mehr, da der rechtsdrängende, einflussende Strom mit seiner Niveaudpression dazu hilft. Weiter nördlich kommen dann die südlich laufenden Strömungen aus den Fjorden Norwegens in Betracht und helfen dazu das Umbiegen des Ostseestromes nach Westen zu begünstigen. Daher dort das geringe Gefälle, innerhalb dessen die Stationen $E_{11, 12, 13}$ und $E_{17, 18}$ liegen. Indes die Resultate werden infolge der Senkung der Grenzfläche, die in diesen Gegenden stattfinden muss, immer ungenauer, doch lässt die Mulde der Niveauflächen sich noch deutlich erkennen. Der Strom müsste demnach dort südsüdwestlich setzen.

Diese kurzen Bemerkungen können natürlich kein abschliessendes Bild der Strombewegungen in der Ostsee geben. Dazu muss nothwendigerweise die Windfläche berücksichtigt werden, und diese Aufgabe muss einer späteren Gelegenheit vorbehalten bleiben.

Vita.

Ich, Joh. Chr. Rudolf Engelhardt, bin geboren zu Auerbach i. Vogtl. als Sohn des Fabrikanten Chr. Engelhardt und seiner Ehefrau Karoline, geb. Thunig, am 26. Mai 1870. Ich wurde evangelisch-lutherisch erzogen, zuerst in den Schulen der Stadt Auerbach, später, nach dem Tode meines Vaters, in der Realschule zu Zwickau. Nach dem Tode meiner Mutter ging ich nach Dresden an das Realgymnasium zu Dresden-N., wo ich Ostern 1890 mein Maturitätsexamen bestand. Ich widmete mich zunächst der praktischen Seefahrt, fing Michaelis 1894 infolge eines Kniescheibenbruches an in Kiel zu studiren, machte im selben Jahre mein Steuer-mannsexamen, wurde Ostern 1896 exmatrikulirt, machte verschiedene Reisen als Steuermann und kehrte im November 1897 nach Kiel zurück. In den grossen Ferien 1898 bestand ich das Schiffer-examen für grosse Fahrt in Hamburg und meldete mich Ostern 1899 zum Doktorexamen.

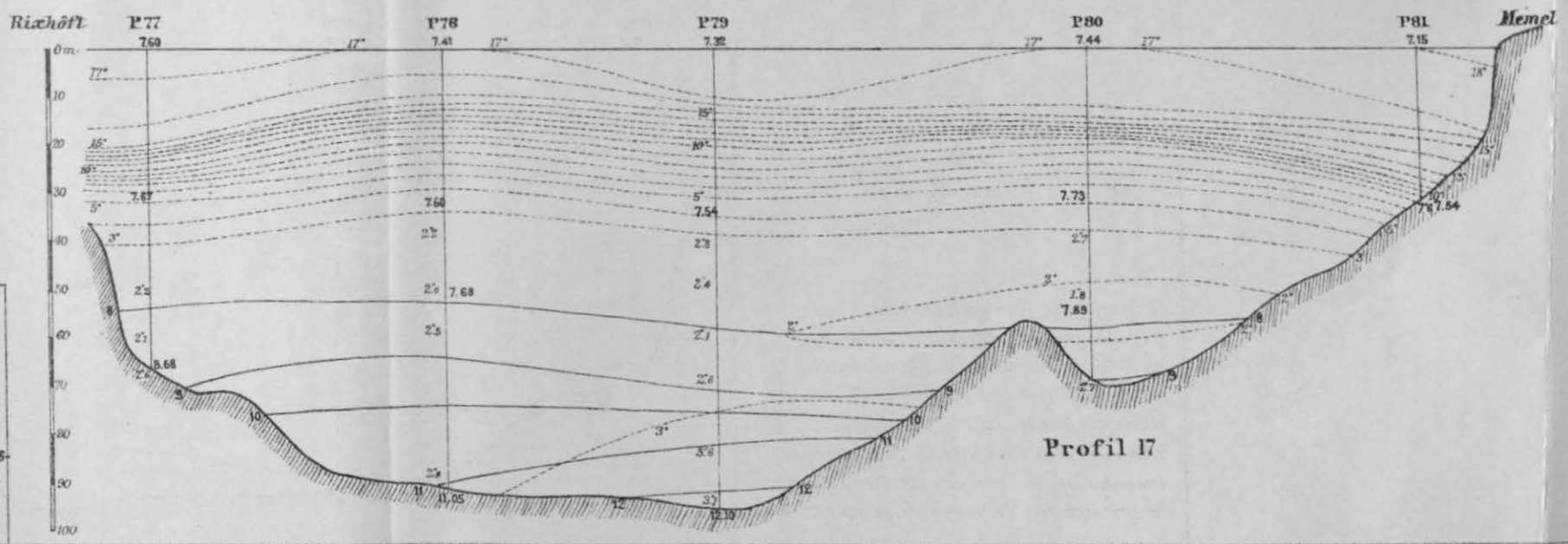
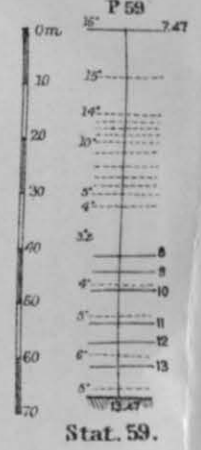
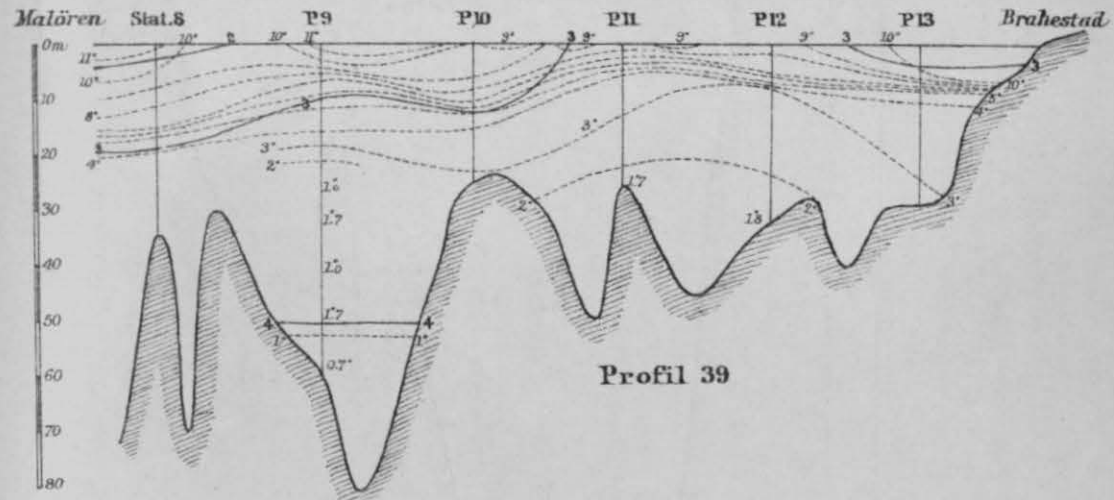
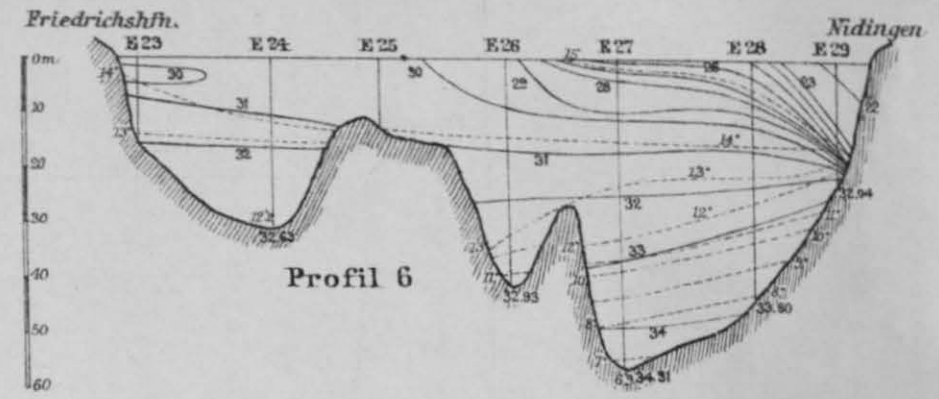
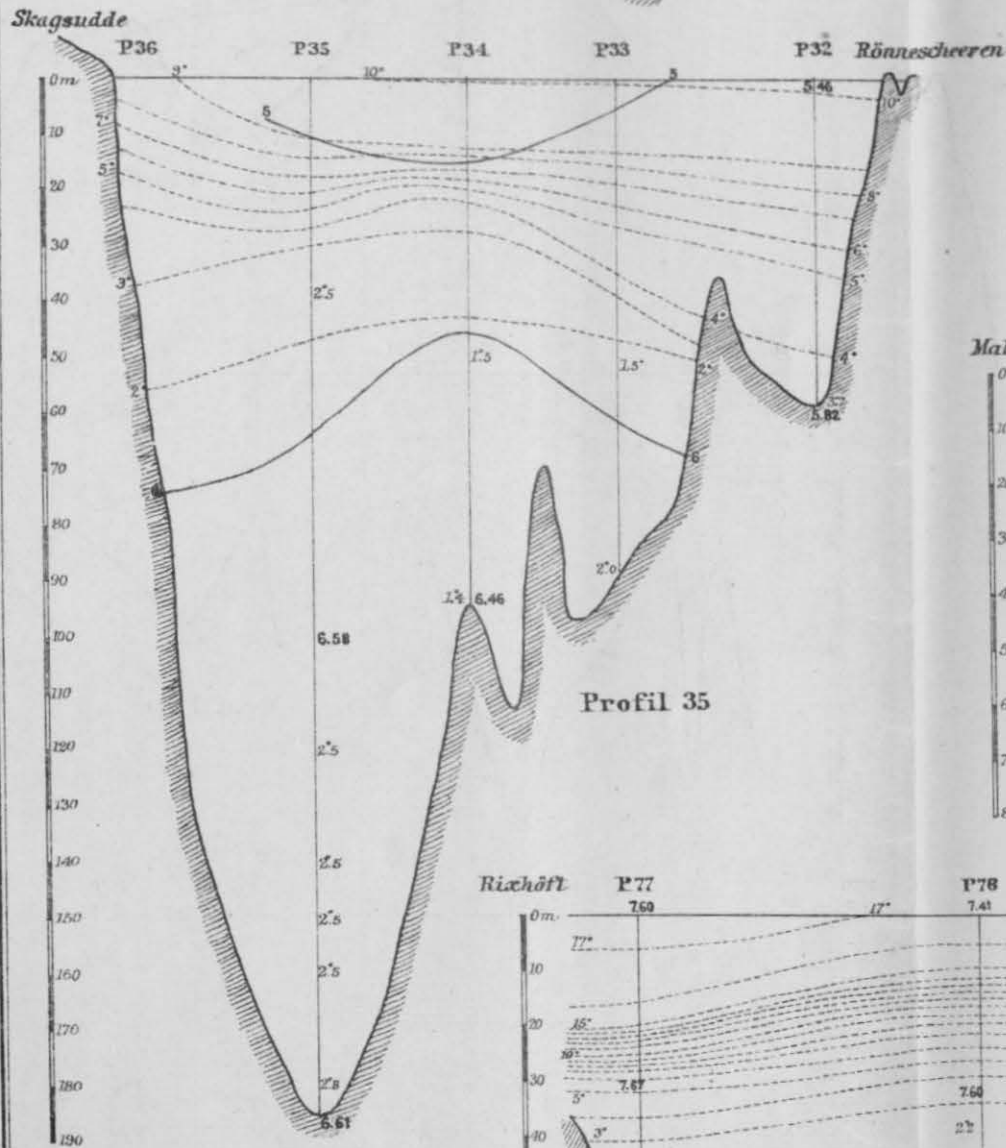
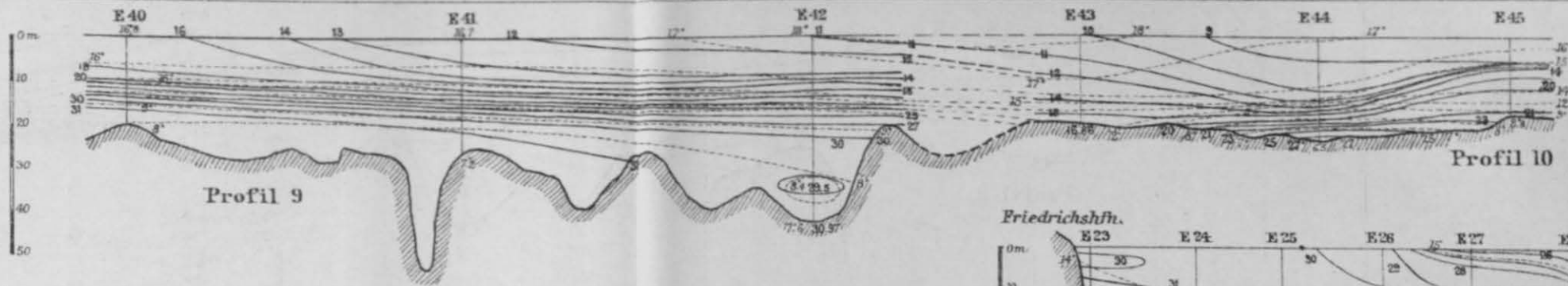
Meine Lehrer waren ausser den verstorbenen Herren Geheimrath Weyer und Krüger die Herren Professoren:

Krümmel, Harzer, Kreutz, Pochhammer, Stäckel, Weber, Lenard, Hasbach,
Deussen, Martius und Haas,

welchen Herren allen ich zu grossem Danke verpflichtet bin, nicht nur für die Förderung in den Wissenschaften, die sie mir in ihren Kollegien zu theil werden liessen, sondern besonders auch für die Freundlichkeit, mit der sie meine Studien ausserhalb derselben unterstützten.

Insbesondere hat mich Herr Professor Krümmel durch die Anregung zu dieser Arbeit und durch Unterstützungen aus seiner grossen Materialsammlung in hohem Grade gefördert, wofür ich ihm hier noch besonders danken möchte.

Durch die Güte des Herrn Geh. Adm.-Rath Prof. Dr. Neumayer ist diese Arbeit im Archiv der Deutschen Seewarte bereits erschienen; auch ihm meinen herzlichsten Dank dafür.

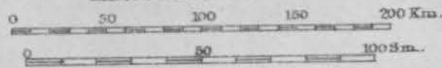


Anmerkung. Die gestrichelten Linien und die schräg stehenden Zahlen (16) sind Temperaturangaben. Die ausgezogenen Linien sind Isohalinen und die dabei stehenden Zahlen (12) die ‰ Salzgehalt. P 10 oder E 10 sind (wie im Text) Stationsbezeichnungen. – In den Profilen ist das Verhältniss der Tiefe zur Länge wie 700:1

Dichtigkeits-Fläche der OST- und BELTSEE

berechnet u. gezeichnet v. Rud. Engelhardt

Maßstab 1: 4000000.



Anmerkung: Die aufrechtstehenden Zahlen sind Nummern der Stationen die schrägstehenden die Niveaualen.

