

14.1.91  
D1910

# Diplomarbeit

im Fach  
Meteorologie  
an der  
Christian-Albrechts-Universität  
zu Kiel



## Thema

**Dynamische Parameter zur Bestimmung  
von Fronten und Frontogenese**

vorgelegt von  
Cornelius Stollenwerk  
Eckernförder Str. 83  
2300 Kiel 1

im Januar 1991

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	5
2.	Formen zur Berechnung des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes und der Frontogenese	8
2.1	Grundgleichungen und die konventionelle Form der $\omega$ -Gleichung	8
2.2	Probleme bei Verwendung der konventionellen $\omega$ -Gleichung	13
2.3	Herleitung der $\omega$ -Gleichung mit einem neuen Antriebssterm	14
2.4	Die Vektor-Frontogenese-Funktion	18
2.5	Die Kinematik der Frontogenese	22
3.	Ausgangsdaten, Interpolationen und Untersuchungsmethoden	29
3.1	Die Ausgangsdaten	29
3.2	Die Interpolation	29
3.3	Die Untersuchungsmethoden	33

4.	Ergebnisse	34
4.1	Durchzug einer Zyklone vom 8.11.1986 12 <sup>00</sup> h bis 9.11.1986 12 <sup>00</sup> h	35
4.1.1	Wetterlage und Entwicklung	35
4.1.2	Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes aus der Divergenz des Q-Vektors	35
4.1.3	Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes aus der konventionellen $\omega$ -Gleichung	37
4.1.4	Q-Vektor und Vektorform des konventionellen Antriebsterms der $\omega$ -Gleichung	39
4.1.5	Vertikalprofile der Temperatur, der potentiellen Temperatur und der pseudopotiellen Temperatur	40
4.1.6	Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes unter Verwendung von Advektionskarten	44
4.1.7	Zeitliche Entwicklung von Frontensystemen der mittleren Breiten bei Betrachtung einer Vektor-Frontogenese-Funktion	47
4.1.8	Darstellung des Q-Vektors auf anderen Hauptdruckniveaus	49
4.2	Zusammenfassung der Ergebnisse der weiteren Termine	50
5.	Zusammenfassende Schlußbetrachtungen	74

Anhang A	77
Anhang B	80
Anhang C	82
Literaturverzeichnis	84

## 1. Einleitung

Luftbewegung in der Atmosphäre oder ganz allgemein die Bewegung von Fluiden werden, - bei Annahme der dem Problem angemessenen Randbedingung - , durch die Navier-Stokes'sche Gleichung beschrieben.

Während die horizontalen Komponenten des Geschwindigkeitsvektors in der Atmosphäre Bestandteil regelmäßiger meteorologischer Beobachtungen sind und unmittelbar gemessen werden können, ist die Bestimmung des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes, dessen Struktur im Rahmen synoptischer Prozesse von entscheidender Bedeutung ist, nur mittelbar möglich.

Genau wie bei einem Rohrströmungsversuch wird die horizontale, atmosphärische Bewegung durch die Druckdifferenz in Strömungsrichtung aufrechterhalten: ändert sich die Druckdifferenz, so wird mit ihr auch die atmosphärische Bewegung modifiziert. Daraus wiederum resultiert eine Änderung des Quellterms der potentiellen Energie ( $= -\vec{g}\rho\vec{v}$ ).

In der Differentialgleichung, die die zeitliche und räumliche Entwicklung dieses Geopotentialfeldes beschreiben soll, tritt auch explizit die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit  $\omega$  ( $= dp/dt$ ) auf. Ziel von Berechnungen im synoptischen Scalebereich ist es, einem Geopotentialfeld und einem Vorticityfeld das entsprechende Vertikalgeschwindigkeitsfeld zuzuordnen. Dieser Zusammenhang wird durch die sogenannte  $\omega$ -Gleichung hergestellt.

Im Rahmen der quasi-geostrophischen Theorie wird unter Verwendung einschränkender Voraussetzungen (Adiabasie, Geostrophie advehierender Terme) die Möglichkeit gegeben, für synoptische Systeme eine prognostische Gleichung für das Geopotentialfeld (Tendenz-Gleichung) und eine analytische Gleichung für das Vertikalgeschwindigkeitsfeld ( $\omega$ -Gleichung) zu berechnen. Mit Hilfe der Vorticity- und Temperaturadvektionskarten im 500 hPa-Niveau wird die Tendenz des Geopotentialfeldes analysiert.

In den Jahren 1978 bis 1980 haben sich Hoskins et al. (1978) und Hoskins und Pedder (1980) bemüht, eine Form der  $\omega$ -Gleichung zu finden, mit deren Hilfe man, mit den im Rahmen der Synoptik gebräuchlichen Karten, Aussagen über das Vertikalgeschwindigkeitsfeld machen kann. Hierbei zeigte sich die Notwendigkeit einer neuen Darstellung eines Teils der  $\omega$ -Gleichung. Die gefundene Darstellungsform der  $\omega$ -Gleichung beinhaltet einen Antriebsterm, der durch die Divergenz eines Vektors (Q-Vektor) gebildet wird und steht in engem Zusammenhang mit einer generalisierten Vektor-Frontogenese-Funktion (Keyser et al., 1988) durch Terme der lokalen Advektion potentieller Temperatur.

In den folgenden Jahren wurde der Q-Vektor auf seine Eignung als Indikator für das Vertikalgeschwindigkeitsfeld untersucht (z.B. Barnes, 1985) und wird in den letzten Jahren zunehmend als Vertikalgeschwindigkeitsantrieb benutzt (Kurz, 1989). Schließlich hat der Deutsche Wetterdienst (DWD) ab dem 27.8.1990 eine Umgestaltung der Vorticity- und Temperaturadvektionskarten vorgenommen und die Divergenz des Q-Vektors und eine skalare Frontogenese-Funktion in die Darstellung aufgenommen (Deutscher Wetterdienst, Zentralamt, 1990).

In dieser Arbeit wird ein direkter Vergleich des konventionellen Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung mit dem neuen Antriebsterm (der Divergenz des Q-Vektors) durchgeführt und die Aussagen, die zur Ableitung des Q-Vektors führten überprüft. Dies geschieht anhand von Radiosondendaten, die während der Durchzüge von Frontensystemen durch Mitteleuropa aufgenommen wurden.

Zunächst wird unter Verwendung einer speziellen Vertikalkoordinate (Hoskins und Bretherton, 1972) die konventionelle Form der  $\omega$ -Gleichung hergeleitet und diskutiert. Die Betrachtungen von Hoskins et al. (1978) führen dann zu einem neuen Antriebsterm, der durch die Divergenz eines Vektors dargestellt werden kann. Dieser Q-Vektor steht in Verbindung zu einer Vektor-Frontogenese-Funktion (Keyser et al., 1988).

In Kapitel 3 wird die Interpolation der Daten zur Berechnung der

im  $Q$ -Vektor benötigten horizontalen Gradienten erörtert. Die Ergebnisse der Vergleiche werden anhand eines Beispiels (Kapitel 4) ausführlich dargestellt, wobei sowohl die skalaren Antriebsterme der  $\omega$ -Gleichung als auch die Vektorformen Verwendung finden. Die Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes auf der Basis der Advektionskarten wird versucht und es wird eine Frontogenese-Funktion betrachtet. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse der weiteren Daten führt zu einer Gesamtbeurteilung der verschiedenen Parameter, die Prozesse an Fronten beschreiben.

## 2. Formen zur Berechnung des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes und der Frontogenese

### 2.1 Grundgleichungen und die konventionelle Form der $\omega$ -Gleichung

Im Rahmen der folgenden Betrachtungen wird mit einer speziellen Vertikalkoordinate gearbeitet:

$$z = \left( \frac{R}{g} \frac{\theta_0}{\kappa} \right) \left( 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^\kappa \right) \quad \kappa = \frac{R}{c_p} \quad (\text{siehe Anhang A.1}) \quad (1)$$

mit der Gaskonstanten für trockene Luft  $R$ , einer potentiellen Referenztemperatur  $\theta_0$ , der Gravitationsbeschleunigung der Erde  $g$ , der spezifischen Wärme für trockene Luft  $c_p$ , dem Luftdruck im Referenzniveau (Boden)  $p_0$  und dem Druck in einer variablen Höhe  $p$  (Werte für die Konstanten sind in Anhang C angegeben) (Hoskins, Bretherton, 1972; Hoskins, Draghici, Davies, 1978).

In dieser Form entspricht  $z$  in einer trockenadiabatisch geschichteten Atmosphäre der geometrischen Höhe  $h$ :

$$\theta dz = \theta_0 dh \quad . \quad (2)$$

Folglich sind Differenzen zwischen  $h$  und  $z$  auf Abweichungen der tatsächlichen Schichtungskurve<sup>1</sup> von einer trockenadiabatischen Schichtung zurückzuführen. Die Obergrenze der Atmosphäre wird für  $p \rightarrow 0$  in (1) durch

$$z_s = \frac{R\theta_0}{g \kappa} = \frac{\gamma}{\gamma-1} H_s \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad H_s = \frac{p_0}{\rho_0 g} \quad H_s: \text{Skalenhöhe}$$

in Abhängigkeit von  $\theta_0$  ca. 28 km.

Durch die Wahl der Vertikalkoordinate bleibt die horizontale, reibungsfreie Bewegungsgleichung

---

1 Einen Vergleich zwischen einer isothermen, einer ICAO Standardatmosphäre und einer trockenadiabatisch geschichteten Atmosphäre findet man bei Hoskins und Bretherton, 1972. Gravierende Differenzen der Schichtungskurven kommen erst oberhalb 400 hPa zum tragen.



$$\frac{d\vec{v}}{dt} + f \cdot (\vec{k} \times \vec{v}) + \nabla_h \Phi = 0 \quad \text{mit} \quad \Phi = gh \quad (3)$$

gegenüber einem kartesischen Koordinatensystem unverändert. Die Näherung der dritten Bewegungsgleichung unter Annahme quasistatischer Bedingungen führt zur hydrostatischen Grundgleichung

$$\frac{dp}{dh} = -g \rho(h) \quad \text{bzw.} \quad \frac{dp}{dz} = -g r(z) \quad (4)$$

unter Verwendung der 'Pseudodichte'  $r(z)$  im neuen Koordinatensystem. Mit

$$r(z) dz = -dp/g = \rho(h) dh$$

folgt dann für  $r(z)$

$$r(z) = \rho_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{1/\gamma} = \rho_0 \left( 1 - \frac{z}{z_0} \right)^{1/\gamma-1} \quad (5)$$

Im stationären Fall eines kompressiblen Mediums folgt für die Kontinuitätsgleichung mit den Annahmen  $\partial\rho/\partial t=0$  bzw.  $\partial r/\partial t=0$

$$\nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad \text{bzw.} \quad \text{für das neue Koordinatensystem} \quad \nabla \cdot (rv) = 0 \quad .$$

Eine Skalenanalyse der Kontinuitätsgleichung (Pichler, 1984) unter Annahme von  $D=10^4$  m als Skalenlänge für die vertikale Erstreckung der Atmosphäre,  $W=10^{-1}$  m/s als Größenordnung der vertikalen Windgeschwindigkeit und  $\Delta\rho/\rho=1$  als charakteristische Dichteschwankung liefert eine approximierete Kontinuitätsgleichung für die Troposphäre

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial h} = -w' \frac{\partial \ln \rho}{\partial h} \quad \text{mit} \quad w' = \frac{dh}{dt}$$

und im neuen Koordinatensystem

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -w \frac{\partial \ln r}{\partial z} \quad \text{mit} \quad w = \frac{dz}{dt} \quad (6)$$

Durch Bildung der vertikalen Ableitung der Pseudodichte  $r$  aus (5) und Einsetzen in (6) folgt

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{w}{\gamma H_s (1-z/z_a)} \quad (7)$$

Eine Abschätzung ergibt, daß für  $p > 100$  hPa die rechte Seite von (7) vernachlässigt werden kann und man erhält eine, der Richardson-Gleichung (Pichler, 1984) für isobare Koordinaten entsprechende, Gleichung für das hier eingeführte Koordinatensystem als Approximation der Kontinuitätsgleichung, mit deren Hilfe die Horizontaldivergenz des Windes durch die Scherung des Vertikalwindes ersetzt werden kann:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

Gewöhnlich wäre diese Form der Kontinuitätsgleichung auf die Grenzschicht beschränkt (Inkompressibilität), kann aber mit der hier gemachten Wahl des Koordinatensystems auf die gesamte Troposphäre angewendet werden.

Als Randbedingungen für das Koordinatensystem ergibt sich (Hoskins und Bretherton, 1972)

$$w = 0 \text{ für } z = z_a \quad \text{und} \quad w = 0 \text{ für } z = 0 \quad .$$

Mit (2) folgt mit der Definition des Geopotentials

$$\frac{d\Phi}{dh} = g$$

eine Gleichung für die vertikale Änderung des Geopotentials im neuen Koordinatensystem

$$\frac{d\Phi}{dz} = \frac{g}{\theta_0} \theta \quad (9)$$

Bei Beschränkung auf adiabatische Vorgänge gilt nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad , \quad (10)$$

womit die potentielle Temperatur eines Luftpakets längs seiner Trajektorie erhalten bleibt.

Mit Hilfe dieses Systems von Grundgleichungen und der Definition der relativen Vorticity als Vertikalkomponente der Rotation der Geschwindigkeit

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (11)$$

können die quasi-geostrophische Vorticitygleichung (Holton, 1979)

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\vec{v}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) + f_0 \frac{\partial w}{\partial z} = -\vec{v}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) - f_0 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (12)^1$$

und die quasi-geostrophisch genäherte Adiabatangleichung

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\vec{v}_g \cdot \nabla(\theta) - w \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (13)$$

hergeleitet werden. 'Quasi-geostrophisch' heißt, daß in den Advektionstermen das tatsächliche horizontale Windfeld durch das geostrophische Windfeld genähert wird ( $\vec{v}_h \cdot \nabla \rightarrow \vec{v}_g \cdot \nabla$ ) und diabatische Prozesse ausgeschlossen werden. Die in (12) auftretende Konstante  $f_0$  folgt aus einer Taylor-Entwicklung des Coriolis-Parameters um eine geographische Breite ( $45^\circ$ ).

Die Anwendung des Operators  $\partial/\partial z$  auf (12) und des horizontalen Laplace-Operators auf (13) führt zu

---

1 In der quasi-geostrophisch genäherten Vorticity-Gleichung werden

- der 'Twisting-Term',
- der 'Solenoid-Term',
- die vertikale Vorticityadvektion und
- $\zeta$  gegenüber  $f$  im Divergenzterm

durch eine Skalenanalyse für synoptische Systeme vernachlässigt. Eine Verwendung dieser Gleichung beschränkt die hier gemachten Betrachtungen auf synoptische Größenordnungen. Damit sind starke zyкло- und frontogentische Prozesse, die sich in einem kleineren Scale abspielen, ausgenommen, da starke Baroklinität den Solenoidterm - die einzige richtige Quelle für Vorticity - größer machen, als für synoptische Systeme angenommen (Holton, 1979; Pichler, 1984). Das stellt auch die Verwendung der  $\omega$ -Gleichung zur Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes an Fronten in Frage.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \zeta_{\varepsilon}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( -\vec{v}_{\varepsilon} \cdot \nabla (\zeta_{\varepsilon} + f) + f_0 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (14)$$

$$\nabla_h^2 \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) = \nabla_h^2 \left( -\vec{v}_{\varepsilon} \cdot \nabla (\theta) - w \frac{d\theta}{dz} \right) \quad (15)$$

Unter Verwendung der Relation

$$f \frac{\partial \zeta_{\varepsilon}}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \nabla_h^2 (\theta) \quad (\text{siehe Anhang A.2})$$

können nach Addition von (14) und (15) die Terme auf der linken Seite der beiden Gleichungen eliminiert werden. Damit erhält man die  $\omega$ -Gleichung

$$N^2 \nabla_h^2 w + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = f \frac{\partial}{\partial z} (\vec{v}_{\varepsilon} \cdot \nabla \zeta_{\varepsilon}) - \frac{g}{\theta_0} \nabla_h^2 (\vec{v}_{\varepsilon} \cdot \nabla \theta) \quad (16)$$

mit der Definition der Brunt-Vaisala-Frequenz<sup>1</sup>

$$N^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

Unter Annahme einer dreidimensional sinusförmigen Gestalt des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes (Holton, 1979) kann die zweifache räumliche Änderung des Feldes (linke Seite von (16)) als proportional<sup>2</sup> zu  $-w$  angesehen und das Vertikalgeschwindigkeitsfeld in Abhängigkeit von der vertikalen Scherung der Vorticityadvektion (differentielle Vorticityadvektion genannt) und vom Laplace der Temperaturadvektion dargestellt werden. Der Laplace der Temperaturadvektion wird ebenfalls unter Annahme einer dreidimensional sinusförmigen Verteilung der Temperaturadvektion - unter Vorzeichenwechsel - durch die Temperaturadvektion genähert. Aufgrund dieser Näherungen ist es nur noch möglich qualitative Betrachtungen des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes zu machen.<sup>3</sup>

1 In einer stabil geschichteten Atmosphäre schwingt ein vertikal ausgelenktes Teilchen mit der Brunt-Vaisala-Frequenz um das Ausgangsniveau.

2 Die Proportionalitätsfaktoren hängen von den Wellenzahlen der trigonometrischen Funktionen des Feldes ab.

3 Interpretation der  $\omega$ -Gleichung bei Holton (1979) und Pichler (1984).

## 2.2 Probleme bei Verwendung der konventionellen $\omega$ -Gleichung

In der Synoptik werden Karten der Vorticity- und Temperaturadvektion benutzt, um im Rahmen der quasi-geostrophischen Theorie mit Hilfe der Tendenzgleichung Aussagen über die Entwicklung von wellenförmigen Störungen der mittleren Breiten zu machen. Es stellt sich die Frage, ob unter Verwendung dieser Advektionskarten die Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes erfaßt werden kann.

Dies setzt voraus, daß man die differentielle Vorticityadvektion durch die Vorticityadvektion in 500 hPa beschreiben kann. Das ist nur möglich, wenn die Vorticityadvektion am Boden verschwindet und eine lineare Änderung mit der Höhe vorliegt. Hoskins et al. (1978) haben gezeigt, daß in einzelnen Fällen eklatante Fehler bei dieser Vorgehensweise auftreten und somit keine Möglichkeit gegeben ist, die Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes aus den Advektionskarten abzuleiten.

Ein weiteres Problem liegt darin, daß die beiden Advektionskarten nicht unabhängig voneinander interpretiert werden können, so daß der Vertikalgeschwindigkeitsantrieb aus einer kombinierten Interpretation beider Advektionskarten gewonnen werden muß, da die Advektionsterme sich sowohl addieren als auch subtrahieren können. Hoskins führt das auf den sogenannten 'Cancellation-Term'

$$f \vec{v}_E \cdot \nabla \left( \frac{\partial \zeta_E}{\partial z} \right) \quad (\text{siehe Anhang A.3}) \quad (17)$$

zurück, der analytisch aus der differentiellen Vorticityadvektion und dem Laplace der Temperaturadvektion in (16) separiert werden kann. Dabei ist der 'Cancellation-Term' mit entgegengesetztem Vorzeichen in beiden Advektionstermen enthalten, wodurch die größenordnungsmäßige Abschätzung mit Hilfe der Advektionskarten erschwert wird. Selbst die Bestimmung des Vorzeichens des Vertikalgeschwindigkeitsantriebs ist kaum möglich. Allerdings bleibt das Problem bei Elimination des 'Cancellation-Terms' erhalten, da die um den 'Cancellation-Term' bereinigten Terme sich

immer noch gegenseitig addieren oder subtrahieren können.<sup>1</sup>

### 2.3 Herleitung der $\omega$ -Gleichung mit einem neuen Antriebsterm

Um eine neue Form des Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung zu finden haben Hoskins et al. (1978) die zeitliche Entwicklung des thermischen Windes

$$f \frac{\partial u_E}{\partial z} = - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial y} \qquad f \frac{\partial v_E}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x} \qquad (18)$$

untersucht. Einerseits kann man den Operator der totalen zeitlichen Ableitung für quasi-geostrophische Prozesse

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_E \cdot \nabla \right]$$

auf die Gleichungen anwenden, um somit die zeitliche Entwicklung des thermischen Windes zu erhalten. Hoskins hat allerdings die vertikale Scherung einer horizontalen Komponente der Bewegungsgleichung (3) und die horizontale Änderung der Adiabaten-gleichung (13) benutzt, um die zwei Terme der thermischen Windrelation zu berechnen.

Explizit gilt für die quasi-geostrophische Approximation der y-Komponente der Bewegungsgleichung

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_E \cdot \nabla \right] v_E + fu + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_E \cdot \nabla \right] v_E + f u_{aE} = 0 \quad (19)^2$$

mit  $u = u_E + u_{aE} \qquad u_E = - \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial y}$

betrachtet. Durch Anwendung des Operators  $\partial/\partial z$  auf (19) wird die zeitliche Entwicklung der linken Seite der zweiten Gleichung in (18) gebildet.

1 Berechnungen im Rahmen dieser Diplomarbeit (Kapitel 4.1.6) ergeben, daß der 'Cancellation-Term' gegenüber dem Vertikalgeschwindigkeitsantrieb vernachlässigt werden kann.

2 Der Coriolis-Parameter wird mit Hilfe einer Taylor-Entwicklung um eine geographische Breite entwickelt, die nach dem ersten Glied  $f_0$  abgebrochen wird. Hier wird  $f_0$  weiter mit  $f$  bezeichnet.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_E \cdot \nabla\right) \left(\frac{\partial v_E}{\partial z}\right) = - \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial z} \cdot \nabla(v_E) - f \frac{\partial u_{aE}}{\partial z} \quad (20)$$

Weiter betrachtet man eine quasi-geostrophische Näherung von (13), bzw. deren Scherung in x-Richtung

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_E \cdot \nabla\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) = - \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial x} \cdot \nabla(\theta) - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (21)^1$$

Durch Multiplikation mit den konstanten Faktoren  $f$  und  $g/\theta_0$  und anschließender Addition der beiden Gleichungen (20) und (21) ergibt sich

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_E \cdot \nabla\right) \left(\frac{\partial v_E}{\partial z}\right) f = \quad (22)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_E \cdot \nabla\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) \frac{g}{\theta_0} - f \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial z} \cdot \nabla(v_E) + \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial x} \cdot \nabla(\theta) - f^2 \frac{\partial u_{aE}}{\partial z} + \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

Nach Anwendung des Operators  $(\partial/\partial t + \vec{v}_E \cdot \nabla)$  auf die thermische Windrelation (zweite Gleichung in (18)) und Subtrahieren des Ergebnisses von (22) folgt

$$- f \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial z} \cdot \nabla(v_E) + \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial x} \cdot \nabla(\theta) - f^2 \frac{\partial u_{aE}}{\partial z} + \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (23)$$

Mit der Identität

$$- f \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial z} \cdot \nabla(v_E) = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial x} \cdot \nabla(\theta) = - \frac{g}{\theta_0} Q_1 \quad (\text{s. Anhang A.4}) \quad (24)$$

ergibt sich für (23)

$$N^2 \frac{\partial w}{\partial x} - f^2 \frac{\partial u_{aE}}{\partial z} = 2 \frac{g}{\theta_0} Q_1 \quad .$$

Diese Betrachtungen können ebenfalls für die x-Komponente der Bewegungsgleichung (3) und die horizontale Änderung der Adiabatagleichung in y-Richtung gemacht werden. Es ergeben sich somit die zwei Gleichungen

$$N^2 \frac{\partial w}{\partial x} - f^2 \frac{\partial u_{aE}}{\partial z} = 2 \frac{g}{\theta_0} Q_1 \quad \text{mit} \quad Q_1 = - \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial x} \cdot \nabla(\theta) \quad (25)$$

<sup>1</sup> Der Term zweiter Ordnung  $w \cdot (\partial^2 \theta / \partial x \partial z)$  wird vernachlässigt.

$$N^2 \frac{\partial w}{\partial y} - f^2 \frac{\partial v_{aE}}{\partial z} = 2 \frac{g}{\theta_0} Q_2 \quad \text{mit} \quad Q_2 = - \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial y} \cdot \nabla(\theta) \quad (26).$$

Berechnet man die Scherung von (25) in x-Richtung und die Scherung von (26) in y-Richtung, so ergibt sich

$$N^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - f^2 \frac{\partial^2 u_{aE}}{\partial x \partial z} = 2 \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial Q_1}{\partial x} \quad \text{und} \quad N^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - f^2 \frac{\partial^2 v_{aE}}{\partial y \partial z} = 2 \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial Q_1}{\partial y} \quad (27)$$

Aus der Kontinuitätsgleichung folgt wegen der Divergenzfreiheit des geostrophischen Windes ( $\partial u_E / \partial x = - \partial v_E / \partial y$ ) aus (8) eine Kontinuitätsgleichung für die ageostrophischen Komponenten

$$\frac{\partial u_{aE}}{\partial x} + \frac{\partial v_{aE}}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (28)$$

Wegen der linearen Unabhängigkeit der x- und z-, bzw. der y- und z-Koordinaten kann nach Addition der in (27) erhaltenen Gleichungen mit (28) geschrieben werden

$$N^2 \nabla_h^2(w) + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 2 \frac{g}{\theta_0} \nabla \cdot \vec{Q} \quad (29),$$

womit die  $\omega$ -Gleichung mit einem neuen Antriebsterm hergeleitet wurde. Der von Hoskins et al. (1978) eingeführte Q-Vektor hat dabei die Komponenten ( $Q_1, Q_2$ ). Der besondere Vorteil dieser neuen Form liegt vor allem darin, daß nur horizontale Gradienten der Geschwindigkeit und Temperatur erforderlich sind und somit die Frage der vertikalen Approximation der differentiellen Vorticityadvektion nicht gestellt werden muß. Da die linken Seiten in (16) und (29) gleich sind, gilt wieder, daß dieser Term proportional zur Vertikalgeschwindigkeit  $-w$  ist. Somit ist die Interpretation dieses Antriebsterms relativ einfach: ein konvergenter Q-Vektor impliziert aufsteigende Luftbewegung, während ein divergenter Q-Vektor auf absinkende Luftbewegung hindeutet. Hoskins et al. (1978) haben in ihren Aufsätzen angeregt, die Q-Vektoren als Zusatzinformation in die 700 hPa-Karte (Isohypsen und Stationsmeldungen mit Wind, Temperatur und Feuchte) einzufügen. Für die Synoptik brächte das den Vorteil, daß keine weitere Karte erstellt und interpretiert werden müßte. Da der Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung ein Skalar ist, der als Isolinienfeld



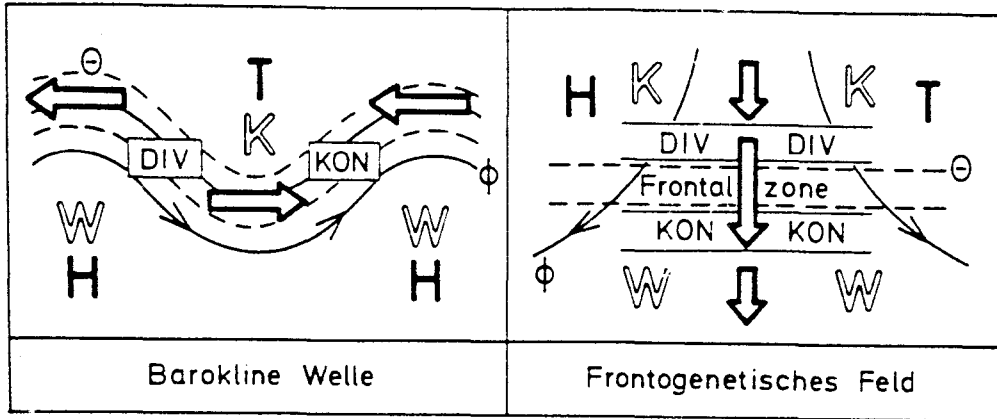


Abb. 2.1 Verteilung des Q-Vektors und resultierende Konvergenzen und Divergenzen für eine barokline Wellenstörung und ein frontogenetisches Feld der mittleren Breiten (Kurz, 1989).

dargestellt werden muß, kommt eine kombinierte Karte mit Isohypsen und Isolinien des Vertikalgeschwindigkeitsantriebs nicht in Frage, weil die ineinanderlaufenden Isolinien eine Interpretation der dann enthaltenen Informationen unmöglich machen.

Wie bereits erwähnt, sind in der  $\omega$ -Gleichung für Aufsteigen oder Absinken von Luftmassen die Konvergenz und Divergenz des Q-Vektors entscheidend. In Abb. 2.1 sieht man zwei mögliche Konstellationen in denen Konvergenz und Divergenz auftreten können.

Im Fall einer baroklinen Welle sind die Konvergenzen und Divergenzen parallel zu den Isothermen angeordnet. Hierdurch wird das Aufsteigen vor und das Absinken hinter den Trögen verdeutlicht. Mit Blick auf (25) und (26) kann in den Trögen und Rücken der Welle  $\partial\theta/\partial x$  gegenüber  $\partial\theta/\partial y$  vernachlässigt werden (bei einer achsensymmetrischen Anordnung ist  $\partial\theta/\partial x$  Null) und  $\partial v_g/\partial y$  verschwindet, so daß der Q-Vektor nur eine positive x-Komponente im Trog und eine negative x-Komponente im Rücken besitzt.

Im Fall eines frontogenetischen (Deformations-) Feldes ist Divergenz 'vor' und Konvergenz 'hinter' einer Frontalzone dargestellt. In diesem Fall ist  $\partial\theta/\partial x$  und  $\partial v_g/\partial x$  (nur  $u_g$  ändert sich parallel zu den Isothermen) zu vernachlässigen und es ergibt

sich nur eine negative y-Komponente des Q-Vektors. Zusammen mit den ageostrophischen Zusatzbewegungen hat das Vertikalgeschwindigkeitsfeld die Struktur einer sekundären Zirkulation.

## 2.4 Die Vektor-Frontogenese-Funktion

Um Aussagen über die zeitliche Entwicklung von Fronten machen zu können, wird als Instrument oder Maß die Frontogenese-Funktion eingeführt (Petterssen, 1936, 1956; Keyser, Reeder, Reed, 1988, Kurz, 1989). Sie stellt die zeitliche Entwicklung des Betrags des horizontalen potentiellen Temperaturgradienten dar (dessen Änderung offensichtlich mit frontogenetischen Prozessen zusammenhängt). Petterssen's Frontogenese-Funktion wird in Relation gesetzt zu kinematischen Größen des horizontalen Geschwindigkeitsfeldes durch

$$\frac{d}{dt} |\nabla\theta| = - \frac{1}{2} |\nabla\theta| (D - E \cos(2\beta)) \quad (30)$$

$$\text{mit } D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad E = (E_{st}^2 + E_{sh}^2)^{1/2},$$

wobei D die Horizontaldivergenz, E die horizontale Deformation und  $\beta$  den Winkel zwischen den Isothermen und der Dehnungsachse darstellt. Die horizontale Deformation setzt sich aus der Scherungsdeformation ( $E_{sh} = \partial v/\partial x + \partial u/\partial y$ ) und der Dehnungsdeformation ( $E_{st} = \partial u/\partial x - \partial v/\partial y$ ) zusammen. Aus (30) erhält man als Resultat, daß horizontale Deformation frontogenetisch in Abhängigkeit vom Winkel zwischen Isothermen und der Dehnungsachse wirkt. Ist  $\beta$  kleiner als  $45^\circ$ , so liegt ein frontogenetischer Prozess vor, während ein größerer Winkel einen frontolytischen Vorgang beschreibt. Dagegen ist Frontogenese bei horizontaler Konvergenz unabhängig von der Orientierung der Isothermen und verstärkt den Gradienten in jedem Fall. Analog wirkt ein divergentes Stromfeld immer frontolytisch (Saucier, 1955).

Diese Form einer Frontogenese-Funktion wurde zur Untersuchung frontogenetischer Prozesse herangezogen (Koch et al., 1984; Sanders and Bosart, 1985; Wolfsberg et al., 1986; Sanders, 1986)

und es scheint somit sinnvoll, auf dieser Arbeit aufzubauen. Hoskins und Pedder (1980) haben den Q-Vektor (25), (26) dargestellt als

$$Q = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_E \cdot \nabla \right) \nabla_h \theta \quad , \quad (31)$$

wobei die Ähnlichkeit zu (30) auffällt, die von Keyser et al. (1988) zum Anlaß genommen wurde, die Generalisierung von Pettersson's Frontogenese-Funktion in eine Vektorform vorzunehmen. Die Vektor-Frontogenese-Funktion

$$F = \frac{d}{dt} \nabla \theta \quad (32)$$

hat die Komponenten  $F_n$  (parallel zum Temperaturgradienten) und  $F_s$  (senkrecht zum Temperaturgradienten). Diese Komponenten, in die mit Hilfe einer Koordinatentransformation die Vektor-Frontogenese-Funktion zerlegt werden kann, stellen im Rahmen frontogenetischer Effekte zwei verschiedene Vorgänge dar, die in Abb. 2.2 dargestellt sind.

Die zum Gradienten der potentiellen Temperatur parallel orientierte Komponente  $F_n$  deutet die Intensivierung oder Abschwächung des Temperaturgradienten an (Intensivierung bei Übereinstimmen der Richtung des Frontogenese-Vektors und des Temperaturgradienten; Abschwächung, wenn die Vektoren entgegengesetzt sind). Die senkrecht zum Gradienten stehende Komponente  $F_s$  deutet auf eine Drehung des Temperaturgradienten in Richtung des Vektors  $F$  hin.

Nach Umformung folgt für die Vektor-Frontogenese-Funktion

$$F = - \left[ \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot \nabla_h(\theta)}_A, \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot \nabla_h(\theta)}_B \right] - \nabla_h(w) \left[ \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \nabla_h(q) \quad . \quad C$$

Die drei enthaltenen Terme, die die Vektor-Frontogenese-Funktion steuern, sind horizontal unterschiedliche horizontale (A) und vertikale (B) Temperaturadvektionen und (C) horizontal unterschiedliche diabatische Erwärmung. Im folgenden beschränken wir

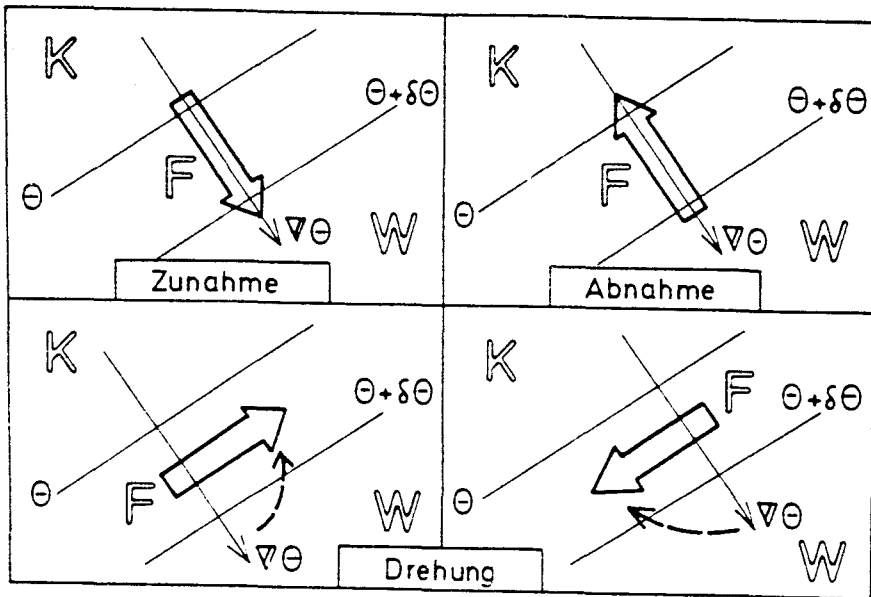


Abb. 2.2 Zur Wirkung der Komponenten  $F_n$  und  $F_s$  der Vektor-Frontogenese-Funktion  $F$  auf ein Gradientenfeld der potentiellen Temperatur (Kurz, 1989).

uns auf die dominierenden Effekte des Horizontalwindes und schreiben

$$F_h = - \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot \nabla_h(\theta) , \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot \nabla_h(\theta) \right) . \quad (33)$$

Ein Vergleich mit der Definition des Q-Vektors zeigt die Ähnlichkeit zwischen der Vektor-Frontogenese-Funktion und dem Q-Vektor. Der Unterschied liegt darin, daß der Q-Vektor das horizontale Windfeld durch den geostrophischen Wind nähert und damit Fehler durch Vernachlässigung horizontaler ageostrophischer Komponenten auftreten, während die Vektor-Frontogenese-Funktion mit dem tatsächlichen Wind berechnet wird. Somit stellt der Q-Vektor eine Frontogenese-Funktion dar, bei der nur Effekte von Deformationsfeldern betrachtet werden, da der geostrophische Wind divergenzfrei ist.

Kurz (1989) berechnete den Vertikalgeschwindigkeitsantrieb auch mit Hilfe der Divergenz des Vektors  $F$ , da durch die Verwendung des tatsächlichen Windes eine genauere Approximation des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes möglich ist durch Einbeziehung divergenter Strömungen. Da der tatsächliche Wind in den Daten angegeben wird, der geostrophische Wind jedoch aus der horizontalen Änderung des Geopotentials abgeleitet werden müßte, wird in dieser Arbeit analog zu Kurz (1989) der Vertikalgeschwindigkeitsantrieb mit dem tatsächlichen Wind berechnet. Der Vorteil liegt in der genaueren Beschreibung meteorologischer Prozesse und Verwendung gemessener Größen.

Die durch die hier angegebenen Funktionen berechenbaren zeitlichen Änderungen des Temperaturfeldes lösen ageostrophische horizontale und vertikale Ausgleichsbewegungen aus, die (im Falle von vertikalen Bewegungen) durch die  $\omega$ -Gleichung berechnet werden können. Hoskins et al. (1978) sprechen im Zusammenhang mit diesen ageostrophischen Zusatzbewegungen von der Tendenz des geostrophischen Windes sich selbst zu zerstören. Unter Vernachlässigung der ageostrophischen Terme (die letzten beiden Terme der rechten Seite) in (22) zeigt sich, daß die zeitliche Entwicklung der vertikalen Windscherung und des horizontalen Temperaturfeldes nicht gleich sind, sondern daß Zusatzterme eine Rolle spielen, die in (23) durch die ageostrophischen Komponenten erst ausgeglichen werden. Somit ist der thermische Wind in seiner zeitlichen Entwicklung nicht gültig, d.h. daß er nach einem Zeitintervall keine Gültigkeit mehr besitzt, wodurch auch das geostrophische Gleichgewicht gestört wird (wenn auf einem Niveau der geostrophische Wind vorausgesetzt wird, kann er auf einer anderen Höhe nicht mehr gelten, da er durch die thermische Windrelation bestimmt wird). Im Rahmen der quasi-geostrophischen Theorie sorgen die ageostrophischen Komponenten für die Aufrechterhaltung der thermischen Windrelation, die durch geostrophische Bewegung aufgehoben wird.

## 2.5 Die Kinematik der Frontogenese

Wie schon angedeutet wurde, spielt die Struktur der Strömung (Divergenz, Deformation, Scherung) eine Rolle bei der Frontogenese. Es gibt (Hoskins und Bretherton, 1972) insgesamt acht verschiedene Mechanismen, die im Zusammenhang mit der Frontogenese genannt werden können. Bei einer kinematischen Betrachtung sind im Rahmen quasi-geostrophischer Bedingungen nur vier dieser Mechanismen näher zu untersuchen. Das sind

- horizontale Deformation,
- horizontale Scherung,
- vertikale Deformation des Geschwindigkeitsfeldes und
- differentielle Vertikalbewegung.

### Die Punkte

- Freisetzen latenter Wärme (durch Kondensationsprozesse),
- Bodenreibung,
- Turbulenz und Durchmischung und
- Strahlung

werden vernachlässigt, da sie entweder ageostrophische Vorgänge oder diabatische Zustandsänderungen implizieren.

In Abb. 2.3 sieht man eine typische Druck- und Temperaturverteilung einer baroklinen Wellenstörung in den mittleren Breiten. Es sind zwei Punkte A und B markiert, an denen frontogenetische Prozesse untersucht werden sollen. Dabei sorgt jeweils eines der beiden in Abb. 2.4 dargestellten horizontalen Strömungsfelder für eine Verschärfung des unterlegten Temperaturgradienten.

Ein horizontales Deformationsfeld wie in Abb. 2.4b verschärft den Temperaturgradienten entlang der Streckungsachse in Abhängigkeit vom Winkel zwischen Gradient und Streckungsachse (Kapitel 2.4). Eine solche Konfiguration findet man in Abb. 2.3 am Punkt A mit starker Warmluftadvektion südlich und schwacher Warmluftadvektion nördlich von Punkt A.

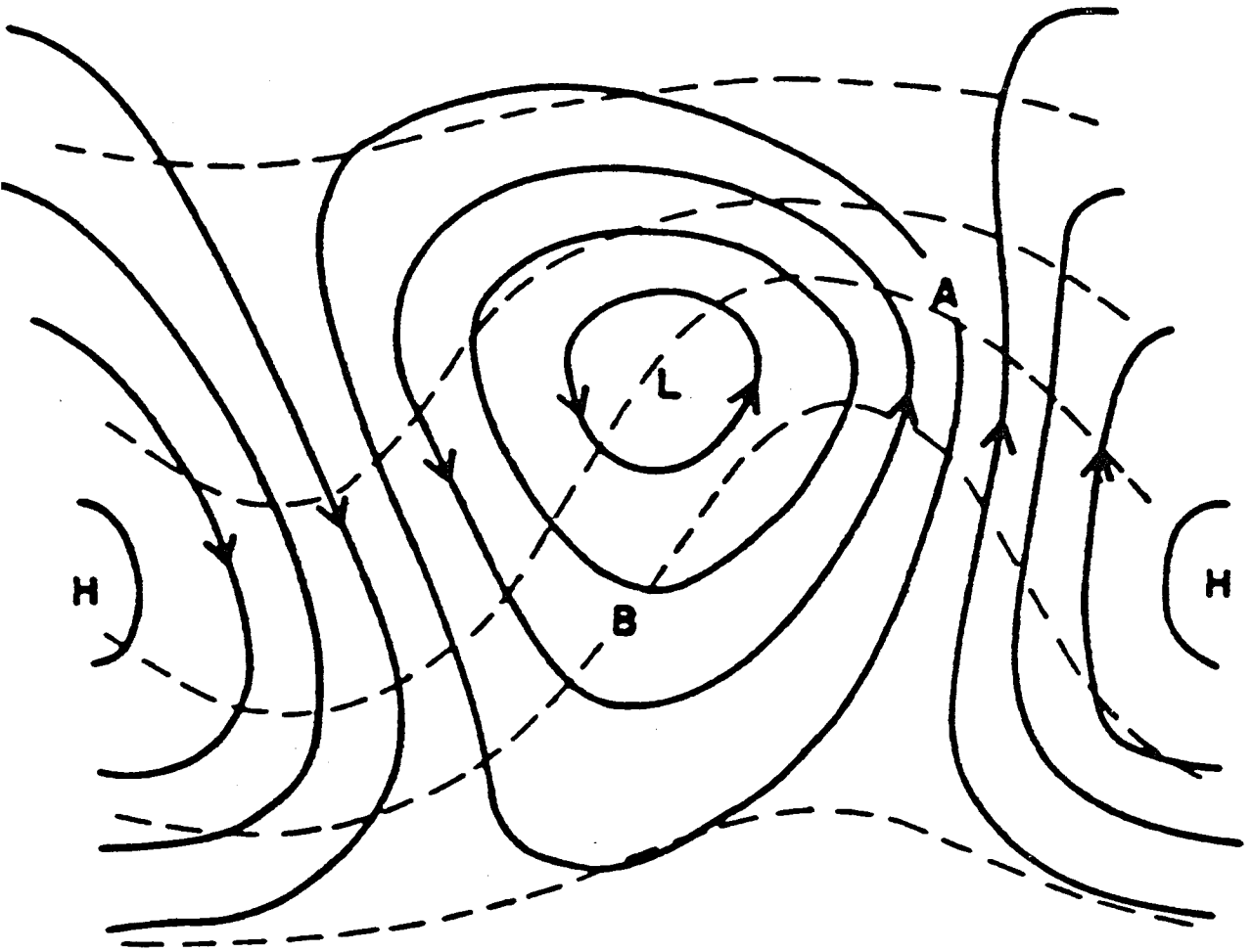


Abb. 2.3 Bodenisobaren (durchgezogene Linien) und Isothermen (gestrichelte Linien) einer baroklinen Wellenstörung der mittleren Breite. Die Pfeile zeigen die Richtung des geostrophischen Windes (nach Hoskins, Bretherton, 1972).

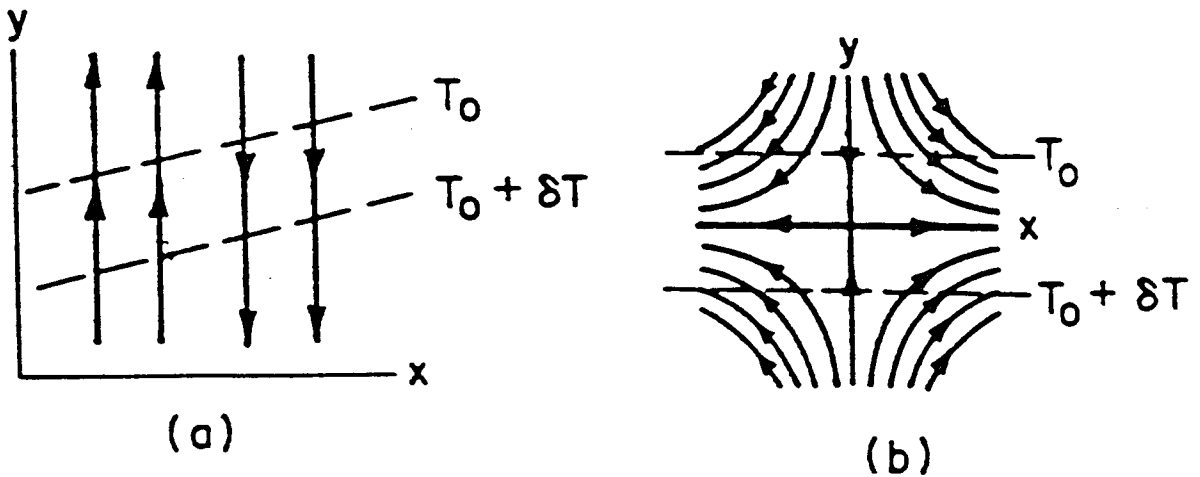


Abb. 2.4 Horizontale Konfigurationen zur Intensivierung des horizontalen Temperaturgradienten: (a) horizontale Scherung; (b) horizontale Deformation (Holton, 1979).

Man muß zusätzlich davon ausgehen, daß in der Region nördlich der eingezeichneten Druckverteilung statische Verhältnisse herrschen, d.h. daß dieses Druckgebilde als nach Norden abgeschlossen zu betrachten ist, da sonst die Konzentration des Temperaturgradienten nicht unbedingt stattfinden würde. Unter diesen Umständen liegt für den betrachteten Fall ein 'halbes' Deformationsfeld vor, das aber den gleichen Effekt zeigt. Hoskins und Bretherton (1972) verweisen auf Untersuchungen frontogenetischer Prozesse durch ein solches Deformationsfeld an Warmfronten von Stone (1966), von Williams und Plotkin (1968) und von Williams (1968) mit Hilfe der quasi-geostrophischen Theorie.

Die in Abb. 2.4a dargestellte horizontale Windscherung kommt am Punkt B zur Geltung. Durch die zur Scherungsachse hin abnehmende Windkomponente wird der Temperaturgradient in die Senkrechte zur Achse gedreht. Ein Luftpaket wird entlang der Scherungsachse gestreckt und senkrecht dazu gestaucht. Dieser Stauchung entspricht die Verstärkung des Temperaturgradienten. Entsprechendes gilt auch für die vertikale Windscherung. In Abb. 2.3 hat der Wind westlich von Punkt B eine nördliche Komponente und östlich von B eine südliche Komponente, so daß der horizontale Temperaturgradient entlang der Achse maximaler Scherung konzentriert wird. Die Entstehung einer solchen Kaltfront wurde von R.T. Williams (1967) numerisch nachgewiesen.

Die zwei angesprochenen Mechanismen (horizontale Deformation und Scherung) sorgen dafür, daß der hemisphärische Temperaturgradient zwischen Äquator und Pol auf eine synoptische Skala konzentriert wird. Es kann sogar nachgewiesen werden (Holton, 1979), daß das Deformationsfeld für  $t \rightarrow \infty$  zu einer Temperaturdiskontinuität, die ein Charakteristikum einer Front ist, führt. Die typische Entwicklungszeit von ein bis zwei Tagen für die Entstehung einer solchen Temperaturdiskontinuität ist mit einem solchen Modell nicht zu erklären. Weiter läßt sich die Frontflächenneigung ebenfalls nicht nachweisen, wodurch einzelne deutliche Charakteristika von Frontensystemen nicht nachvollziehbar sind. Diese 'beschleunigte' Frontogenese kann nur unter Einbeziehung vertikaler Prozesse erklärt werden.



In der oberen Troposphäre sind keine reinen Deformationsfelder zu finden. Überlagert man allerdings einem solchen Deformationsfeld (Abb. 2.4b) einen mittleren, zonalen Strom, der stärker als die parallele Maximalkomponente des Deformationsfeldes ist, so erhält man einen konfluenten Massenfluß (Abb. 2.5a). Solche Konfigurationen lassen sich in 500 hPa auf monatlich gemittelten Karten östlich Asiens und Nordamerikas finden. Zugleich sind diese Regionen bekannt für die Intensivierung barokliner Wellen und für frontogenetische Prozesse.

Mit Blick auf Abb. 2.5a kann man die Vorgänge der Frontogenese nachvollziehen. Durch den konfluenten Fluß soll der Temperaturgradient parallel zur Jetachse erhöht werden. Aus der thermischen Windrelation ist bekannt, daß eine Änderung des horizontalen Temperaturgradienten eine Änderung der vertikalen geostrophischen Windscherung voraussetzt (man muß beachten, daß das Windfeld in anderen Niveaus nicht verändert werden soll).

Die benötigte Beschleunigung des geostrophischen Windes wird, während sich ein Luftpaket mit dem konfluenten Fluß bewegt, durch ageostrophische, polwärts gerichtete Windkomponenten erreicht, die durch die Corioliskraft in den Fluß hineingelenkt werden und somit den zonalen Fluß beschleunigen. Als Folge der Beschleunigung des zonalen, geostrophischen Flusses wird, wegen

$$\zeta_r = \partial v_r / \partial x - \partial u_r / \partial y = -\partial u_r / \partial y \quad ,$$

zyklonale, relative Vorticity nördlich des Jets und antizyklonale, relative Vorticity südlich des Jets produziert. Mit Blick auf die quasi-geostrophisch approximierete Vorticity-Gleichung (12), die besagt, daß eine lokal-zeitliche Änderung der relativen Vorticity durch Vorticityadvektion (hier nicht vorhanden) und Horizontaldivergenz bewirkt wird, folgt aus der Änderung der relativen Vorticity erzwungenes Absinken durch Konvergenz nördlich des Jets und Aufsteigen südlich des Jets (Abb. 2.5b).

Die daraus resultierende sekundäre Zirkulation quer zur Front hat in der unteren Troposphäre südlich des Jets und in der obo-

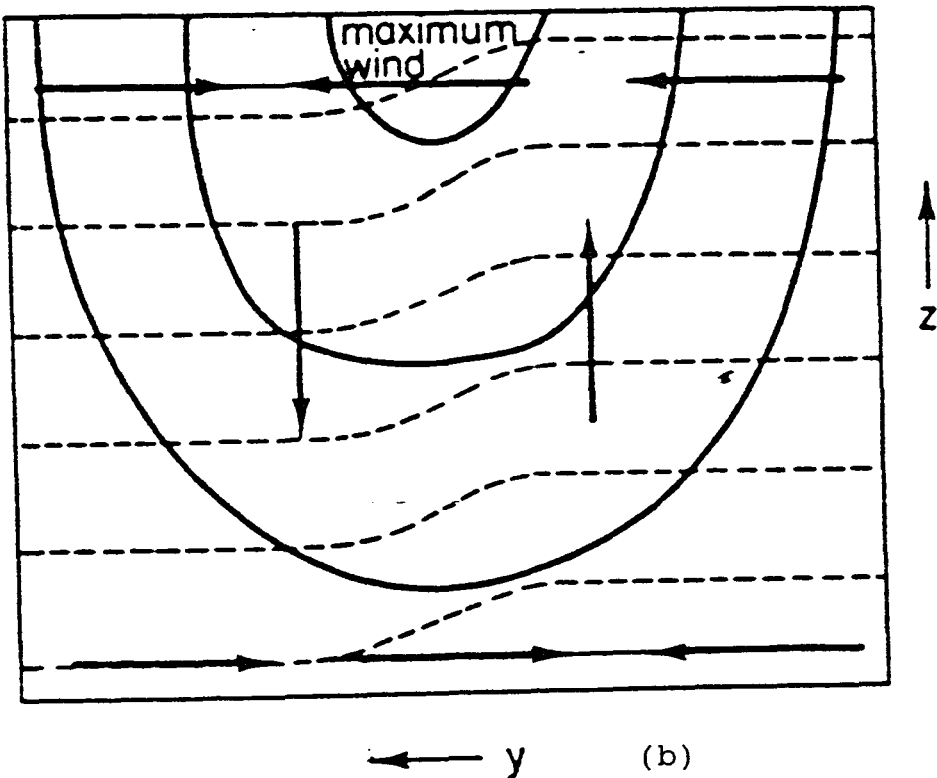
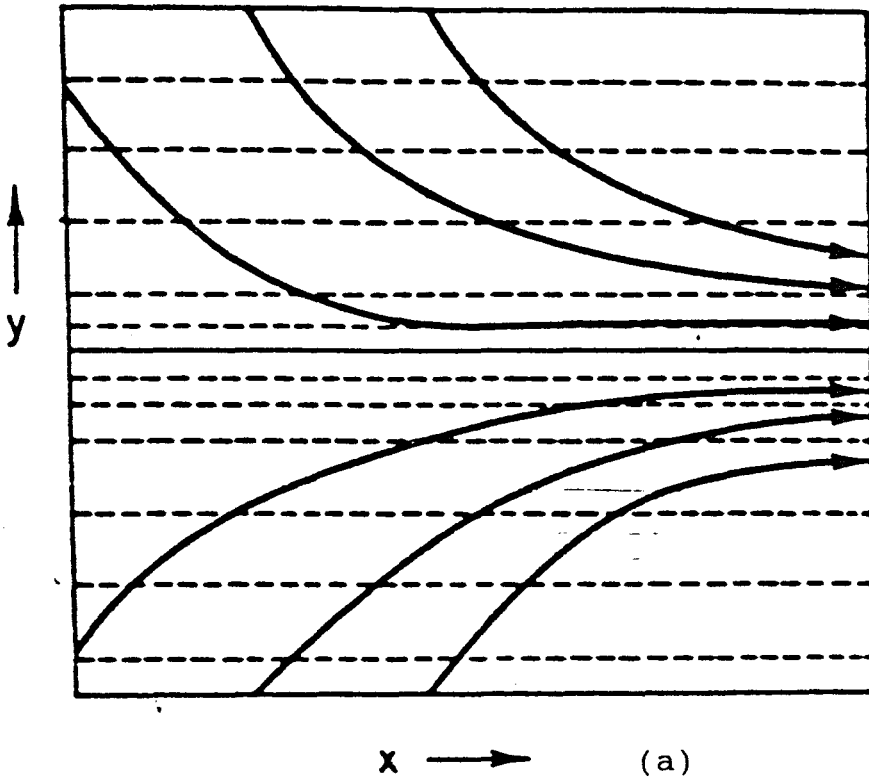
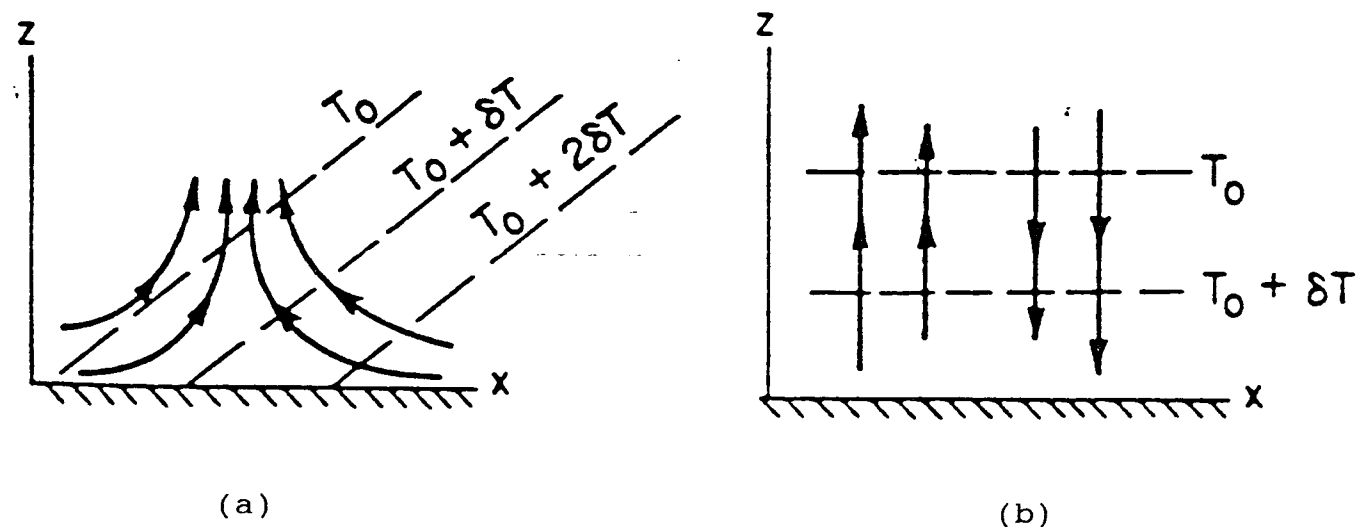


Abb. 2.5 (a) Horizontale Stromlinien und Isothermen eines frontogenetischen, konfluenten Flusses. (b) Vertikalschnitt quer zum konfluenten Fluß mit Isotachen (durchgezogene Linien), Isothermen (gestrichelte Linien) und Querbewegungen zum Fluß (Pfeile) (Holton, 1979).

ren Troposphäre nördlich des Jets die Struktur eines vertikalen Deformationsfeldes (2.6a), wodurch der Temperaturgradient in einer zeitlichen Größenordnung von ein bis zwei Tagen auf eine Skalenlänge von 50 km gebracht wird.

Durch die Konzentration des Temperaturgradienten nördlich des Jets in der oberen Troposphäre und südlich des Jets in der unteren Troposphäre ist die Frontflächenneigung ebenfalls erklärt. In der mittleren Troposphäre ist die Struktur differentieller Vertikalbewegung am stärksten zu erkennen (vergleiche mit Abb. 2.6b), was wegen adiabatischer Erwärmung nördlich und adiabatischer Abkühlung südlich des Jets zu einer Abschwächung der Front führt (differentielle Vertikalbewegung kann sowohl frontogenetische als auch frontolytische Prozesse auslösen, was Ursache für die Abschwächung des horizontalen Temperaturgradienten in der mittleren Troposphäre ist (Sanders, 1955)).

Somit kann zusammenfassend gesagt werden, daß horizontale Deformation und Scherung zwar zur Ausbildung von Warm- und Kaltfronten führen, aber einzelne Bedingungen der realen Atmosphäre



**Abb. 2.6** Vertikale Konfigurationen zur Intensivierung des horizontalen Temperaturgradienten: (a) vertikale Deformation; (b) vertikale Scherung (Holton, 1979).

nicht widerspiegeln. Erst bei Betrachtung eines konfluenten Flusses in der oberen Troposphäre unter Einbeziehung vertikaler Scherungs- und Deformationsfelder und der daraus resultierenden sekundären Zirkulation wird die Frontogenese ausreichend erklärt.

In diesem Kapitel wurde auf der Basis der quasi-geostrophischen Theorie die  $\omega$ -Gleichung hergeleitet und ihre Verwendung für die Synoptik auf theoretischer Grundlage beurteilt. Dies führte zur Herleitung der  $\omega$ -Gleichung mit einem neuen Antriebsterm (der Divergenz des Q-Vektors). Der Q-Vektor kann in Zusammenhang mit einer Vektor-Frontogenese-Funktion gebracht werden und gilt als Indikator für frontogenetische Prozesse durch Deformationsfelder. Durch die Verwendung des tatsächlichen Windes bei der Berechnung des Q-Vektors können frontogenetische Effekte von Divergenzfeldern einbezogen werden. Abschließend wurden die kinematischen Abläufe untersucht, die zur Frontogenese im Rahmen der Wellenstörungen der mittleren Breiten führen.



### 3. Ausgangsdaten, Interpolationen und Untersuchungsmethoden

#### 3.1 Die Ausgangsdaten

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen standen zwei Datensätze mit Radiosondenaufstiegen zu den synoptischen Terminen 0, 6, 12, 18 GMT des Deutschen Wetterdienstes zur Verfügung. Die Stationen liegen im europäischen Bereich von  $10^{\circ}$  W bis  $40^{\circ}$  E und von  $40^{\circ}$  N bis  $75^{\circ}$  N (Abb. 3.1). Der erste Datensatz reicht vom 2.11.1986 bis zum 5.12.1986, der zweite Datensatz enthält drei der fünf 'FRONTEX-Ereignisse' (markante Durchzüge von Tiefdruckgebieten durch den Beobachtungsbereich im Rahmen von FRONTEX im Herbst und Winter 1987/1988) (Hoinka, Volkert, 1987).

Die häufigsten Fehler, die bei diesen Datensätzen auftreten, sind:

- 1) die vertikale Auflösung der Aufstiege ist mit nur ein oder zwei Niveaumeldungen zu gering (die Stationsmeldung wurde aus dem Datensatz eliminiert),
- 2) fehlende Bodenmeldungen (vor allem im Bereich östlich von  $20^{\circ}$  E) und
- 3) widersprüchliche Meldungen, z.B. unterschiedliche Windangabe der Hauptdruckniveaumeldung und der Meldung des markanten Punktes des Windes auf gleichem Niveau (diese Niveaumeldungen wurden aus dem Datensatz eliminiert).

Die Genauigkeit der hier dargestellten Ergebnisse hängt vor allem von den analysierten Daten und der darauf angewendeten Interpolation ab. Bei Radiosondenaufstiegen wird die horizontale Ablenkung der Sonde durch den Wind vernachlässigt, die Koordinaten einer Station werden mit einer Genauigkeit von  $1/10$  Grad angegeben und die Windgeschwindigkeit wird in Knoten gemeldet. Dies sind die größten Fehler, die bei Radiosondendaten auftreten.

2

ten und die nicht korrigiert werden können.

### 3.2 Die Interpolation

Voraussetzung für die weitere Analyse eines synoptischen Termins war eine Mindestanzahl von 90 meldenden Stationen.

Um die Gradienten in (16), (25) und (26) zu berechnen, wurde das unregelmäßige Datennetz auf ein regelmäßiges Gitternetz von  $2^\circ \times 2^\circ$  interpoliert, was in etwa der durchschnittlichen Stationsentfernung (ca. 200 km) in Europa entspricht. Die vertikale Auflösung des Gitternetzes entsprach den Hauptdruckniveaus<sup>1</sup>.

Die Interpolation wurde linear mit Hilfe der Ebenengleichung (Bronstein, Semendjajew, 1983) durchgeführt. Wenn innerhalb eines Radius von 400 km um einen Gitterpunkt mindestens drei Stationen vorhanden sind, wird mit den räumlich nächsten drei Stationen eine Ebene berechnet, die horizontal aus den Abständen vom Nullmeridian (x-Koordinate) und vom Äquator (y-Koordinate) und dem zu berechnenden Parameter (z-Koordinate, in Richtung des lokalen Zenits) gebildet wurde. Für einen Punkt (x,y) kann dann der Wert der Ebene und somit der Parameter an dem entsprechenden Gitterpunkt berechnet werden<sup>2</sup>. Sollten nicht genügend Stationen innerhalb des angegebenen Radius vorhanden sein, wurden die Parameter des Gitterpunktes mit Dummy-Zahlen zur Kennzeichnung unbekannter Werte belegt.

Bei dieser einfachen Art der Interpolation ergab sich ein Problem aus der geographischen Lage der drei Punkte zueinander, da diese durchaus fast auf einer Linie liegen konnten, wodurch die berechnete Ebene in Abhängigkeit vom zu berechnenden Parameter eine sehr starke Neigung bekommen konnte (z.B. wurden Bodendrucke von 1400 - 1500 hPa berechnet). Deshalb wurde für das sich aus den drei Punkten ergebende Dreieck als Zusatzbedingung ein-

---

1 Die Hauptdruckniveaus sind: Boden, 1000, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100 hPa.

2 Beim Wind als vektorieller Größe wurden die Komponenten in x- und y-Richtung getrennt interpoliert.

geführt, daß das Verhältnis zwischen Höhe und Grundseite des Dreiecks nicht kleiner als 1/10 sein durfte, wodurch die extremen Gradienten vermieden wurden.

Wegen fehlender Parameter innerhalb der Aufstiege und ungünstiger geographischer Lage der Stationen eines Dreiecks zueinander konnten teilweise mitten im Gitternetz Parameter nicht interpoliert werden. Da es aber die Aufgabe war, horizontale Gradienten zu berechnen, hätten die fehlenden Parameter zu größeren Lücken innerhalb des Datennetzes geführt. Deshalb wird eine Nachinterpolation vorgenommen, die innerhalb des Netzes aus den benachbarten Gitterpunkten die fehlenden Parameter interpoliert. Für einen unbekannt Parameter eines Gitterpunktes wurde ein Wert nicht berechnet, wenn mehr als zwei benachbarte Punkte in longitudinaler und lateraler Richtung fehlten.

Die ursprüngliche Idee mit Hilfe eines Software-Paketes zur objektiven Analyse die Daten zu interpolieren, wurde verworfen, da die objektive Analyse die Skalenlänge eines Parameters benötigt, um eine räumliche Wichtung vorzunehmen. Bei einem Parameter wie dem Druck würde dies keine Schwierigkeit darstellen, wird aber bei der Temperatur problematisch, da die Temperaturgradienten an einer Front und in der übrigen Atmosphäre sehr unterschiedlich sind. Gibt man als Skalenlänge eine charakteristische Länge für eine Front an, so führt das bei der objektiven Analyse zu einer 'Inselbildung' und nimmt man eine charakteristische Länge der 'normalen' Atmosphäre an, werden die Fronten zu stark geglättet.

Die Abb. 3.1 zeigt für das 700 hPa Niveau die Interpolation der Temperatur mit Hilfe einer NCAR-Routine aus den als Sternen gekennzeichneten Stationen. Es bietet sich an das durch dieses Software-Paket interpolierte Feld zu verwenden. Davon wurde Abstand genommen, weil die der Interpolation zugrundeliegenden Voraussetzungen nicht bekannt sind. Dies ist ein generelles Problem der NCAR-Interpolations-Routinen, die im folgenden nur zur Darstellung der Isolinien skalarer Felder benutzt werden.

Die hier dargelegte lineare Interpolation macht ebenfalls ver-

einfachende Annahmen, die die Ergebnisse verfälschen. Die Interpolation geht von einer linearen Änderung eines Parameters (Temperatur, Windkomponente) zwischen zwei Punkten aus. Darüberhinaus wird die Berechnung des Gitterfeldes für jede Druckfläche gesondert durchgeführt, was die vertikale Struktur eines Parameters verfälschen kann.

Die Karten in Abb. 3.1 und 3.2 ermöglichen einen Vergleich des interpolierten Feldes (Abb. 3.2) mit dem ursprünglichen Datenfeld (Abb. 3.1), wobei die Isolinien mit der gleichen Isolinien-Routine<sup>1</sup> erstellt wurden. Zu erkennen ist eine schwache Glättung des Feldes, Struktur und Gradienten bleiben jedoch erhalten.

### 3.3 Die Untersuchungsmethoden

Innerhalb der Arbeit wurde der konventionelle und der von Hoskins et al. (1978) hergeleitete Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung aus den Daten abgeleitet um Aussagen über das Vertikalgeschwindigkeitsfeld für das 700 hPa-Niveau zu treffen. An Beispielen wurde die Entwicklung einer Störung der mittleren Breiten und die sekundäre Zirkulation untersucht. Die Terme des 'konventionellen' Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung und der 'Cancellation-Term' wurden verglichen, um die Qualität von Aussagen über den Vertikalgeschwindigkeitsantrieb auf der Basis von Advektionskarten zu überprüfen (siehe Kap. 2). Da die Fronten nur aus Bodenkarten analysiert werden können, wurden Vertikalschnitte der Temperatur, der potentiellen Temperatur und der pseudopotentiiellen Temperatur angefertigt, um zu untersuchen, ob die Nulllinie<sup>2</sup> der Divergenz des Q-Vektors bzw. des 'konventionellen' Antriebsterms

1 Die Routine CONRAN des NCAR-Softwarepaketes wurde verwendet, da sie gegenüber anderen Routinen bei Erstellung der Isolinien die geringste Glättung vornimmt (NCAR = National Center for Atmospheric Research).

2 Die unterschiedliche Vertikalbewegung vor und hinter einer Kaltfront (Aufsteigen vor und Absinken hinter der Kaltfront) wird durch Gebiete der Konvergenz (Aufsteigen) und Divergenz (Absinken) des Q-Vektors angedeutet. Diese Gebiete unterschiedlicher Vertikalbewegung werden durch die Nulllinie der Divergenz des Q-Vektors getrennt.



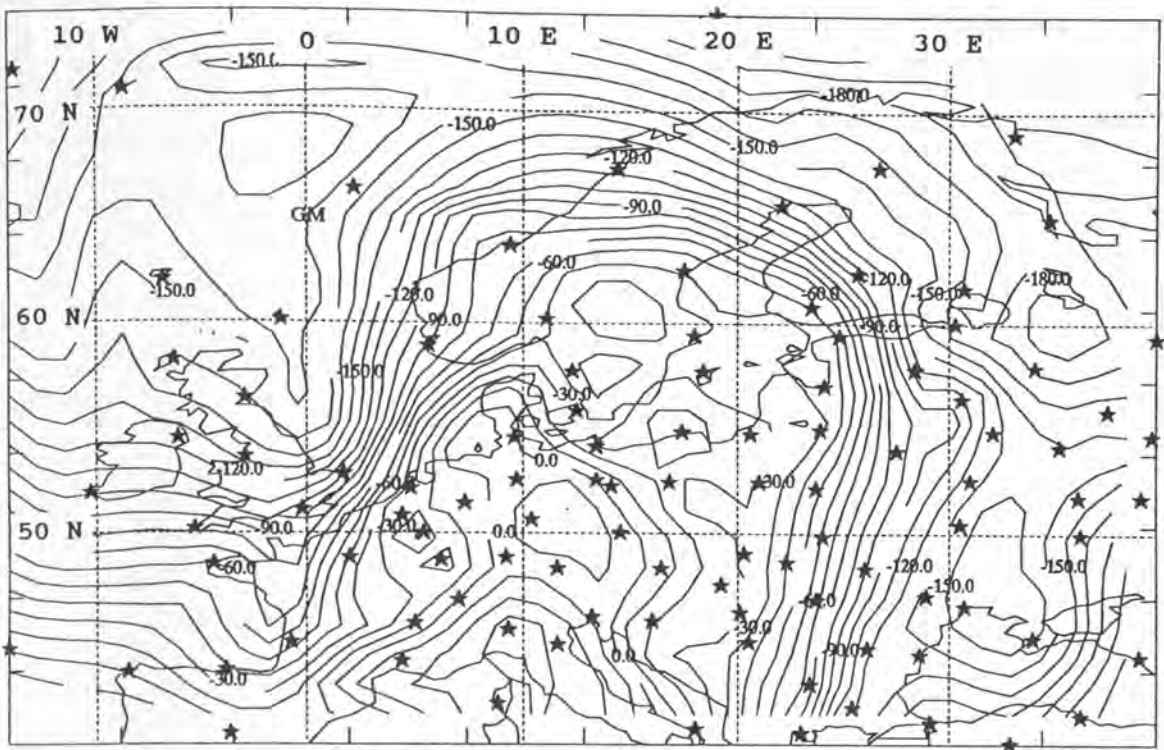


Abb. 3.1 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Isothermen in 700 hPa des originalen Datenfeldes in 1/10-°C mit 1 °C Isolinienabstand. Sterne kennzeichnen die gemeldeten Stationen.

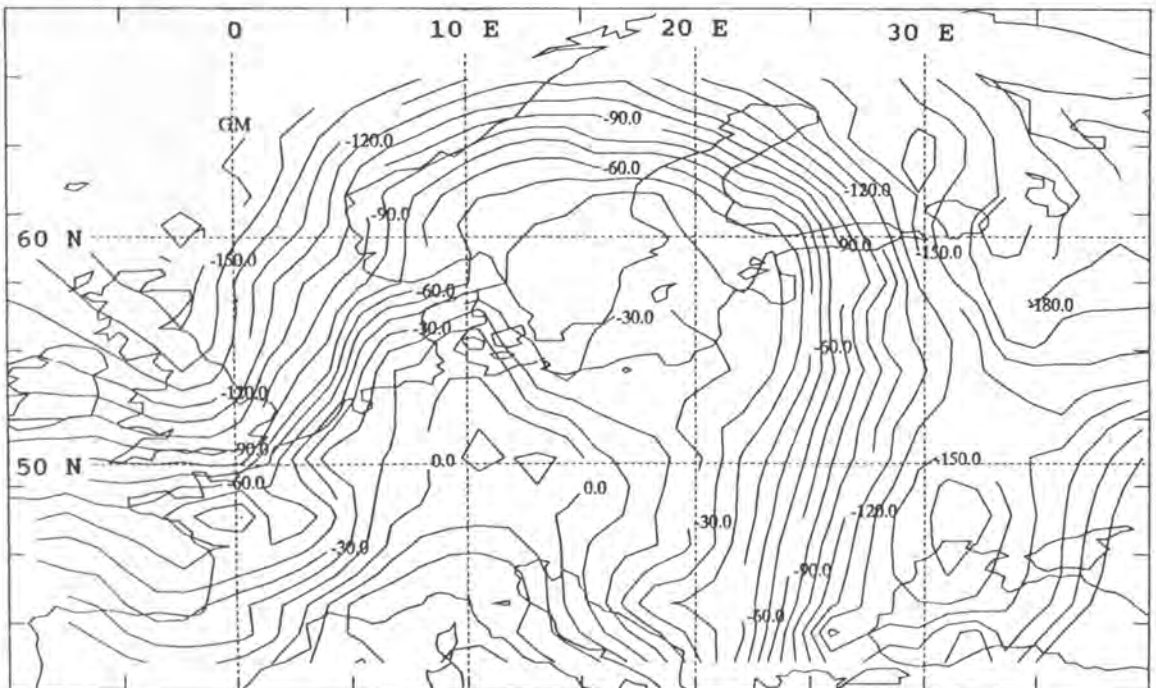


Abb. 3.2 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Isothermen in 700 hPa des interpolierten Gitternetzes in 1/10-°C mit 1 °C Isolinienabstand.

der  $\omega$ -Gleichung mit der Front in 700 hPa übereinstimmen. Außerdem wurden Karten der Divergenz des Q-Vektors in 850 hPa und 500 hPa erstellt, um eine effiziente Darstellung der Divergenz des Q-Vektors zu finden.

#### 4. Ergebnisse

Um einen - in dieser Arbeit angestrebten - Vergleich zwischen dem konventionellen Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung und der Divergenz des Q-Vektors durchzuführen und um die Aussagekraft der beiden Antriebsterme über das Vertikalgeschwindigkeitsfeld in der realen Atmosphäre zu überprüfen, wurden die im ersten Kapitel dargelegten Gleichungen (16), (25) und (26) an einigen Terminen auf die interpolierten Daten angewendet. Die graphisch dargestellten Ergebnisse werden im folgenden genauer diskutiert.

Als Hilfsmittel für die Lokalisierung von Fronten wurden Vertikalschnitte der Felder von Temperatur, potentieller und pseudopotentieller Temperatur erstellt, da die horizontale Temperaturadvektion wichtig für die Frontenbildung ist und starke horizontale Temperaturgradienten in ihrer vertikalen Erstreckung in den Vertikalschnitten zu sehen sein sollten.

Die Berechnung der Q-Vektoren und ihrer Divergenz wurde gemäß dem Vorschlag von Hoskins et al. (1978) für die 700 hPa-Fläche vorgenommen, aber auch mit Ergebnissen für 850 hPa und 500 hPa verglichen. Es wurde die Möglichkeit der Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes mit Hilfe von Advektionskarten der Vorticity- und Temperaturadvektion untersucht und in Relation zur differentiellen Vorticityadvektion und dem Laplace der Temperaturadvektion gesetzt. Der von Hoskins et al. (1978) erwähnte 'Cancellation-Term' (17) wurde bestimmt. Die Berechnung und Darstellung einer Vektor-Frontogenese-Funktion sollte Auskunft über die Entwicklung der hier betrachteten Frontensysteme geben.

Es wird nochmal auf den in Kapitel 2 diskutierten Unterschied zwischen Q- und  $F_h$ -Vektor hingewiesen, der dahingehend genutzt wurde, den Q-Vektor mit Hilfe des tatsächlichen Windes zu berechnen (Kurz, 1989).

#### 4.1 Durchzug einer Zyklone vom 8.11.1986 12<sup>00</sup> h bis 9.11.1986 12<sup>00</sup> h

##### 4.1.1 Wetterlage und Entwicklung

In Abb. 4.2 bis 4.4 sind Isothermen für Europa in 700 hPa dargestellt. Anhand der Isothermendrängung kann man den Verlauf zweier Fronten und deren Entwicklung innerhalb von 24 Stunden erkennen. Danach wird die Wetterlage in Europa in diesem Zeitraum von einer Zyklone über Skandinavien bestimmt, deren Warmfront über die Ostsee nach Litauen reicht, und deren Kaltfront sich westlich von Dänemark über die Nordsee nach Frankreich erstreckt. Im Laufe der Nacht (Abb. 4.3) verlagert sich die Warmfront nur wenig nach Osten, während die Kaltfront schneller über Deutschland hinweg nach Polen zieht. Die Warmfront schwächt sich ab und das Frontensystem okkludiert dann bis zum Mittag des nächsten Tages (Abb. 4.4) über Rußland und führt dort zu heftigen Schneefällen.

##### 4.1.2 Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes aus der Divergenz des Q-Vektors

Die Divergenz des Q-Vektors wurde berechnet und ist als Isolinienefeld mit Hilfe einer NCAR-Routine dargestellt. Divergenzgebiete sind durch gestrichelte und Konvergenzgebiete durch durchgezogenen Linien gekennzeichnet. Dabei ist zu beachten, daß der Faktor  $g/\theta_0$  nicht eingegangen ist, da die Bodentemperatur - wie in Kapitel 2 schon erwähnt - in vielen Fällen nicht gemeldet wurde. In die Abbildungen 4.5 bis 4.7<sup>1</sup> wurden die Bodenfronten aus den Europäischen Wetterkarten eingezeichnet, um einen einfachen Vergleich zwischen der Nulllinie der Divergenz des Q-Vektors und dem Frontverlauf für die sekundäre Zirkulation zu ermöglichen. Aufgrund der Frontflächenneigung in der Atmosphäre

---

<sup>1</sup> Das in seiner Ausdehnung eingeschränkte Isolinienefeld (Abb. 4.5 bis 4.7) ist auf fehlende Werte für Temperatur und Windfeld am Rande des Gitternetzes und auf die Berechnung der Gradienten der Temperatur und des Windes sowie die anschließende Bildung der Divergenz des Q-Vektors zurückzuführen.

stimmen die eingezeichneten Bodenfronten nicht mit dem Frontverlauf in 700 hPa überein. Eine genauere Bestimmung des Frontverlaufs folgt in Kapitel 4.1.5.

Die Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes für den 8.11. 12<sup>00</sup> h (Abb. 4.5) zeigt über der Nordsee und Frankreich ein schmales Band aufsteigender Luftbewegung (Konvergenz des Q-Vektors), an das im Westen absinkende Luftmassen (Divergenz) angrenzen. Dies steht im Einklang mit der erwarteten Sekundärzirkulation an einer Kaltfront. Vor der Warmfront im Osten zeigt sich ein relativ ausgedehntes Gebiet mit aufsteigender Luftbewegung. Auch dies stimmt gut mit den meteorologischen Vorstellungen von Aufgleitprozessen an Warmfronten überein. Zwölf Stunden später (Abb. 4.6) hat sich die Kaltfront weit nach Osten verlagert, was man anhand der Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsantriebs zwischen 10° E und 20° E nachvollziehen (dies wird mit Hilfe von Vertikalschnitten noch zu zeigen sein) und in Abb. 4.3 anhand des starken horizontalen Temperaturgradienten ebenfalls erkennen kann. Man sieht nicht nur die schon erwähnte Sekundärzirkulation, sondern auch, daß sich die Gebiete aufsteigender Luftbewegung der Kalt- und Warmfront über dem Baltikum fast vereinigt haben, wodurch die Okklusion eingeleitet wird, was weitere zwölf Stunden später (Abb. 4.7) an dem starken Hebungsgebiet erkennbar ist.

Auffallend an diesem Beispiel ist, daß die Größenordnung der Divergenz des Q-Vektors während der drei Termine keiner großen Schwankung unterworfen ist und so die unterschiedlich intensiven Niederschlagstätigkeiten (Schauertätigkeit über Frankreich mit einem Maximum der Konvergenz bis hin zu starken Schneefällen über Rußland mit einem gebietsmäßig größeren Maximum der Konvergenz) nicht aus der Divergenz des Q-Vektors abgelesen werden können. Allerdings sind für einen solchen Vergleich auch genaue Regenmengenangaben erforderlich, um eine Korrelation zwischen der Divergenz des Q-Vektor und der Niederschlagsmenge nachweisen zu können. Eine Ableitung der Niederschlagstätigkeit aus dem Vertikalgeschwindigkeitsfeld ist nur begrenzt möglich, da dafür weitere Effekte eine entscheidende Rolle spielen (z.B feucht-

warme Luft über kaltem Untergrund, Wasserdampfgehalt einer Luftmasse, orographisch erzwungene Hebung, Land-Wasser-Verteilung).

#### 4.1.3 Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes aus der konventionellen $\omega$ -Gleichung

In den Abbildungen 4.8 bis 4.10 ist der konventionelle Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung dargestellt, wobei wieder der Faktor  $g/\theta_0$  ausgeklammert wurde, um einen Vergleich der Größenordnungen der beiden Antriebsterme zu ermöglichen. Analog zur Divergenz des Q-Vektors wird durch gestrichelte Linien ein Gebiet absinkender und durch durchgezogenen Linien ein Gebiet aufsteigender Luftmassen dargestellt.

Am 8.11. 12.<sup>00</sup> h (Abb. 4.8) fällt es relativ schwer, die Struktur des angedeuteten Vertikalgeschwindigkeitsfeldes mit dem eingezeichneten Frontensystem in Einklang zu bringen. Zwar ist das ausgedehnte Aufgleitgebiet vor der Warmfront mit dem Ergebnis des Q-Vektors und den aus der Theorie erwarteten Strukturen vergleichbar, aber die Sekundärzirkulation der Kaltfront läßt sich nur andeutungsweise aus dieser Abbildung nachvollziehen. Unter der Annahme, daß die eingezeichnete Bodenkaltfront bis in 700 hPa einer Neigung nach Nordwesten unterliegt, ließe sich die Front über der Nordsee als zwischen Aufstiegs- und Absinkgebiet liegend interpretieren, was aber eine unrealistische Frontflächenneigung voraussetzt. Was in das Gesamtbild nicht mehr paßt, ist das nach Südosten vorstoßende Gebiet absinkender Luftbewegung vom Südosten Großbritanniens über den Ärmelkanal bis nach Frankreich. Ebenfalls sinnlos erscheint ein großes Hebungsgebiet über Dänemark bis nach Polen, wo nach den Europäischen Wetterkarten ein Hochdruckgebiet die Wetterlage bestimmt.

In der Nacht (Abb. 4.9) bietet sich für den konventionellen Antriebsterm ein Bild, das der Divergenz des Q-Vektors (Abb. 4.6) etwas mehr ähnelt. Man erkennt in den von West nach Ost wechselnden Aufstiegs- und Absinkgebieten zwar die Struktur einer Sekundärzirkulation, findet in der Isothermenkarte (Abb. 4.3)

jedoch keine Andeutung dreier Fronten. Ein Vergleich mit Abb. 4.6 zeigt, daß in den Aufstiegs- und Absinkgebieten östlich und westlich von  $18^{\circ}$  E die Zirkulation der Kaltfront zu vermuten ist. Das weiter östlich liegende, sehr schwache Aufstiegsgebiet gehört demnach zur Warmfront. Trotzdem stellt sich hier ein recht unzureichendes Bild der Struktur des Vertikalwindes dar, da die Regionen aufsteigender und absinkender Luftmassen in keinem Zusammenhang mit meteorologischen Vorgängen stehen. Die Kaltfront läßt sich hier nur mit weiteren Hilfsmitteln analysieren.

Zwölf Stunden später (Abb. 4.10) zeigt sich ein den Ergebnissen der Divergenz des Q-Vektors und dem Frontenverlauf aus Bodenwetterkarten und Isothermen für 700 hPa (Abb. 4.4) gemäßeres Bild, da die Okklusion an ihrem ausgedehnten Hebungsgebiet und ein neu heranziehendes Frontensystem an der aufsteigenden Luftbewegung zu erkennen ist. Die Fläche, innerhalb der die Hebung durch Okklusionsprozesse angegeben wird, ist sehr groß in Relation zu den Werten des Q-Vektorfeldes (Abb. 4.7).

Man kann anhand dieses Beispiels einen klaren Unterschied zwischen der Divergenz des Q-Vektors und dem konventionellen Anregungsterm der  $\omega$ -Gleichung feststellen. Der konventionelle Antriebsterm liefert kein so deutliches Bild des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes wie die Divergenz des Q-Vektors. Sekundärzirkulation und damit verbundene Niederschlagsgebiete werden durch den Q-Vektor wesentlich besser lokalisiert. Über die Intensität der Vertikalbewegung und darüber hinaus der damit verbundenen Niederschlagstätigkeit kann allerdings auf dieser Basis keine Aussage gemacht werden, zumal solche Effekte - wie schon angedeutet - nicht allein auf die Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes zurückzuführen sind.

#### 4.1.4 Q-Vektor und Vektorform des konventionellen Antriebsterms der $\omega$ -Gleichung

Auf Hoskins' (Hoskins et al., 1978) Vorschlag hin sollte der Q-Vektor als Indikator der Vertikalkomponente des Windes in die 700 hPa-Karte eingetragen werden (siehe Kapitel 2.3). Zusätzlich besteht die Möglichkeit (Hoskins und Pedder, 1980), den konventionellen Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung ebenfalls als Divergenz eines Vektors darzustellen (Anhang B.1). Es wurde ein Vergleich beider Möglichkeiten gemacht.

In den Abbildungen 4.11 bis 4.14 sind für den 8.11. 12.<sup>00</sup> h und 9.11. 0.<sup>00</sup> h die Q-Vektoren (4.11, 4.13) und die Vektoren des konventionellen Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung (4.12, 4.14) für das Beobachtungsgebiet gezeichnet. Am 8.11. 12.<sup>00</sup> h (Abb. 4.11) zeigt sich für die Kaltfront ein klares Bild einer Sekundärzirkulation, bei der man erwartet, daß betragsmäßig große Q-Vektoren vom Gebiet absinkender Luftbewegung (Divergenz) zum Gebiet aufsteigender Luftbewegung (Konvergenz) weisen. An der Warmfront zeigt sich ein nicht ganz so klares Bild der Verhältnisse, weil hier zwischen der Hebung vor der Bodenwarmfront und einem Gebiet absinkender Luftmassen (Massenkontinuität) ein Zusammenhang hergestellt wird, der nur durch ageostrophische Windkomponenten erklärt werden kann. Das Maximum der Hebung wird deutlich durch die zusammenlaufenden Vektoren gekennzeichnet, während vor diesem Hebungsgebiet ein großflächiges Absinken (siehe auch Abb. 4.5) abzuleiten ist.

Dieses Bild, was man sich in der Synoptik zur Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes zunutze machen könnte, ist aus dem Vektor des konventionellen Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung (Abb. 4.12) kaum abzulesen. Die Konturen sind zwar ähnlich denen in Abb. 4.11, weisen aber nicht die Deutlichkeit auf, die die Struktur des Q-Vektors zeigt. Das Hebungsgebiet vor der Warmfront wird ebenfalls angedeutet, allerdings kann die Sekundärzirkulation der Kaltfront anhand der Vektoren nicht nachvollzogen werden. Das starke Hebungsgebiet über Dänemark ist auch hier wieder augenfällig, kann aber in keinen meteorologischen Zusam-





menhang gestellt werden.

Zwölf Stunden später kann man mit Hilfe der  $Q$ -Vektoren (Abb. 4.13) wieder die Position der Kaltfront relativ gut ermitteln und die abgeschwächte Warmfront ist ebenfalls zu erkennen. In Abb. 4.14 kann die Kaltfront mit Hilfe der Vektoren klarer ausgemacht werden als es aus dem skalaren Feld des Vertikalgeschwindigkeitsantriebs (Abb. 4.9) möglich war. Die Warmfront ist genau wie in Abb. 4.9 nicht mehr zu finden. Die schon anhand der Karten des konventionellen Antriebsterms festgestellten Mängel treten auch für die vektorielle Form auf.

Die Darstellung des  $Q$ -Vektors liefert demnach ausreichende Informationen über das Vertikalgeschwindigkeitsfeld (Hebung vor der Warmfront, Sekundärzirkulation) im Rahmen der quasi-geostrophischen Theorie, obwohl die berechnete und als Isolinienfeld dargestellte Divergenz des  $Q$ -Vektors die Struktur genauer erfaßt.

#### 4.1.5 Vertikalprofile der Temperatur, der potentiellen Temperatur und der pseudopotiellen Temperatur

In den Betrachtungen der Antriebsterme der  $\omega$ -Gleichung wurde bisher immer davon ausgegangen, daß die Nulllinie der Antriebssterme, die Regionen aufsteigender von absinkender Luftbewegung trennt, mit einer Kaltfront zusammenfällt, da dies ein Indiz für die Sekundärzirkulation wäre. Durch Einzeichnen der Bodenfront in die Karten für 700 hPa war eine erste Möglichkeit des Abschätzens der Lage der Front in der untersuchten Höhe unter Berücksichtigung der Frontflächenneigung gegeben. Die Struktur der Temperaturverteilung (die proportional zur potentiellen Temperatur ist, da sie auf einer isobaren Fläche dargestellt wird), die mit Hilfe von Isolinien dargestellt werden kann, ist ein weiteres Hilfsmittel, um die Lage der Front festzustellen. Eine weitere Möglichkeit bietet die Erstellung von Vertikalprofilen der Temperatur.

Generell kann mit Hilfe der horizontalen Temperaturstruktur für eine Druckfläche die Luftmassengrenze für diese Höhe ermittelt werden oder man stellt entlang einer horizontalen Linie den vertikalen Verlauf der Front dar. Für die Lokalisierung der Position der Front auf einer Druckfläche sind beide Methoden möglich, wobei jedoch eine Kombination beider Darstellungsarten den Vorteil bieten, daß die dreidimensionale Struktur der Luftmassengrenzen am besten angenähert wird.

Zur Erstellung eines Vertikalprofils der Temperatur wurden aus den Originaldaten Stationen, die annähernd auf einer Linie senkrecht zu einer Bodenfront liegen, herangezogen. Innerhalb eines Aufstiegs kann die Position einer Isotherme auf isobaren Flächen durch lineare Interpolation zwischen den gemeldeten Niveaus berechnet werden. Anhand der Isothermendrängung kann man die Intensität einer Front in ihrem vertikalen Verlauf analysieren.

Abb. 4.17 zeigt zum 8.11. 12.<sup>00</sup> h einen Vertikalschnitt der Temperatur entlang der in Abb. 4.15 eingezeichneten Linie. Eine Lokalisierung der Front auf dieser Basis ist zwar möglich, kann aber nicht als eindeutig bezeichnet werden, da der Verlauf der Isothermen keine deutlichen Temperaturgradienten erkennen läßt. Dies gilt generell für alle Profile der Temperatur - sie werden deshalb zur Lokalisierung der Front nicht weiter betrachtet.

Abb. 4.18 zeigt dann für die gleiche Situation einen Vertikalschnitt der potentiellen Temperatur, in dem der Frontverlauf mit seiner Frontflächenneigung deutlich zu erkennen ist. Der starke horizontale Gradient ist dabei mit seiner vertikalen Erstreckung von 850 - 600 hPa zu erkennen, was eine Lokalisierung der Front ermöglicht. Verwendet man dieses Ergebnis in den Abbildungen 4.5 und 4.8, so stellt man für die Divergenz des Q-Vektors fest, daß die Nulllinie etwa 50 km nordwestlich der Kaltfront in 700 hPa liegt. Für den konventionellen Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung liegt die Nulllinie noch weiter nordwestlich, so daß das Zusammentreffen mit der Front qualitativ noch schlechter ist. Allerdings muß der in Kapitel 3 erwähnten Datendichte mit Stationsentfernungen von ca. 200 km Rechnung getragen werden, so daß

qualitative Aussagen nur in der Größenordnung dieser Stationsdichte gemacht werden können.

Ein Vertikalprofil der pseudopotentiellen Temperatur<sup>1</sup> (siehe Anhang B.2) (Abb 4.19) zeigt die gleiche vertikale Struktur der Front wie schon ein Profil der potentiellen Temperatur. Auch in diesem Vertikalschnitt sieht man die Trennung der Luftmassen durch die Frontalzone. Allerdings wird durch eine Überhöhung des Temperaturgradienten eine deutlichere Unterscheidung der Luftmassen möglich als bei Profilen der potentiellen Temperatur. Die Lokalisierung der Kaltfront, die mit Abb 4.18 vorgenommen wurde, bestätigt sich im Vertikalschnitt der pseudopotentiellen Temperatur.

Die Abb. 4.16 zeigt für den 9.11. 0.°° h das horizontale Temperaturfeld und den Verlauf dreier Linien, die mit I, II und III gekennzeichnet sind, entlang denen Vertikalschnitte erstellt wurden. In Abb. 4.20 ist das Profil der potentiellen Temperatur für die mit I gekennzeichnete Schnittlinie durch die Kalt- und Warmfront zu sehen. Anhand der Isothermendrängung sind die unterschiedlichen Frontflächenneigungen der Warm- und Kaltfront sehr gut erkennbar. Zwischen der ersten und dritten Station ist die Kaltfront als gewölbt und mit steiler Frontflächenneigung zu erkennen. Ab der vierten Station ist der flache und gerade Verlauf der Warmfront zu sehen.

Der Temperaturgradient der Kaltfront in Abb. 4.16 an der Küste Skandinaviens ist nicht so stark ausgeprägt wie der Gradient der Kaltfront über dem Ärmelkanal am 8.11. 12.°° h (Abb. 4.15), was auch anhand der Profile der potentiellen Temperatur (Abb. 4.18, Abb. 4.20) zu erkennen ist. Die starke Isothermendrängung, die in Abb. 4.18 den Verlauf der Front markiert, ist in Abb. 4.20 nicht so stark ausgeprägt, was auf eine schwächere 'Temperatur-

---

<sup>1</sup> Da die pseudo- bzw. feuchtpotentielle Temperatur nicht monoton mit der Höhe abnimmt, konnten diese Profile nicht mit dem im Text erwähnten Programm erstellt werden wie die Schnitte der potentiellen Temperatur. Für die Darstellung der pseudopotentiellen Schnitte wurde wieder die Routine CONRAN des NCAR-Software-Paketes verwendet.

front' hindeutet. Da frontogenetische Prozesse an einer Kaltfront in erster Linie durch Kaltluftadvektion gesteuert werden, ist nicht nur der Temperaturgradient ausschlaggebend, sondern es müssen die Advektionskomponenten miteinbezogen werden. Die unterschiedlich starken Windvektoren zeigt ein Vergleich der Abbildungen 4.23 mit 4.24. Zu erkennen ist, daß das Windfeld am 8.11. 12.<sup>00</sup> h, das die Kaltluft advehiert, ca. 3 bis 5 m/s langsamer ist als am 9.11. 0.<sup>00</sup> h.

Vergleicht man Abb. 4.5 mit Abb. 4.6, so ist das Maximum der Konvergenz des Q-Vektors vor der Kaltfront am 8.11. 12.<sup>00</sup> h betragsmäßig kleiner als zwölf Stunden später, was bedeutet, daß die Vertikalbewegung am 9.11. 0.<sup>00</sup> h stärker ist. Dies erscheint auch plausibel, da die Hebung der Warmluft zu diesem Zeitpunkt schon eingesetzt hat, was man aus Abb 4.2 und Abb. 4.3 am flächenmäßig kleiner werdenden Warmluftsektor erkennt.

Im Vertikalprofil der pseudopotentiellen Temperatur (Abb. 4.21) sind durch die Intensivierung der Temperaturgradienten die drei Luftmassen sehr gut voneinander zu unterscheiden. Die stufenförmige Neigung der Warmfront ist auf den Algorithmus der Isolinenroutine CONRAN zurückzuführen. Die Werte der pseudopotentiellen Temperatur werden für jede Station entlang einer vertikalen Linie an das Programm übergeben. Dadurch, daß Werte entlang einer Koordinate in großer Auflösung und entlang der zweiten Koordinate in sehr schwacher Auflösung gegeben sind, liegt hier ein Extremfall einer Interpolation von unregelmäßigen Daten auf ein Gitternetz vor (um die Isolinien in einem zweidimensionalen Feld zu berechnen muß eine Interpolation auf eine regelmäßiges Gitternetz vorgenommen werden). Es ist deutlich zu sehen, daß die 'Stufen' der Front zwischen den Stationsmarkierungen liegen.

Der stärkste horizontale Temperaturgradient ist im südlichen Teil der Kaltfront am Nordrand der Alpen zu finden. Das ist in den in Abb. 4.16 als II und III gekennzeichneten Vertikalschnitten festzustellen. Deutlich ist für das Profil II (Abb. 4.22) die gegenüber dem Vertikalschnitt I (Abb. 4.20) stärkere Isothermendrängung der potentiellen Temperatur erkennbar. Weiter

ist dieser horizontale Temperaturgradient nur in einem vertikal eingeschränkten Bereich von 850 - 600 hPa erkennbar. Das gleiche Ergebnis zeigt auch ein Schnitt entlang der Linie III, auf dessen graphische Darstellung verzichtet wird. Diese vertikal begrenzte Isothermendrängung könnte durch eine Bewegung der Kaltluft gegen ein orographisches Hindernis (hier die Alpen) und die damit verbundenen Reibungsprozesse erklärt werden, was in Abb. 4.23 an den langsameren Windkomponenten in diesem Bereich zu erkennen ist.

#### 4.1.6 Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes unter Verwendung von Advektionskarten

Für den hier betrachteten Termin wurden sowohl die beiden Terme, aus denen sich der konventionelle Antriebsterm (differentielle Vorticityadvektion und Laplace der Temperaturadvektion) der  $\omega$ -Gleichung zusammensetzt als auch die reinen Advektionsterme (Vorticity- und Temperaturadvektion) für das 700 hPa-Niveau berechnet und dargestellt, um den von Hoskins et al. (1978) erwähnten Effekt zu überprüfen, daß aus den vorhandenen Advektionskarten nur sehr ungenaue Aussagen über den Vertikalantrieb zu gewinnen sind.

Die Karten der Vorticity- und Temperaturadvektion können nur in qualitativer Weise interpretiert werden und der Vertikalgeschwindigkeitsantrieb damit nur bezüglich der Richtung der Vertikalbewegung gedeutet werden. Die Problematik, den Laplace der sinusförmig verteilten Temperaturadvektion - unter Vorzeichenwechsel - gegen die differentielle Vorticityadvektion, die nur auf dem entsprechenden Niveau bekannt ist und als linear mit der Höhe bis zum Boden auf Null abnehmend angenommen werden muß, abzuschätzen, wurde schon in Kapitel 2 erörtert.

Für den 8.11. 12.<sup>00</sup> h sind in Abb. 4.25 und Abb. 4.26 die Vorticity- und Temperaturadvektion in 700 hPa dargestellt. Die Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes (Abb. 4.8) wird durch die Kombination und größenordnungsmäßige Abschätzung der Terme ge-

geneinander erreicht. Da der Term der Vorticityadvektion vor der Warmfront nahezu verschwindet, ist der einzige Antrieb der Vertikalgeschwindigkeit durch die Temperaturadvektion gegeben. Das Gebiet aufsteigender Luftbewegung, das von Dänemark bis nach Polen reicht, wird sowohl durch Temperatur- als auch durch Vorticityadvektion gebildet und durch die Addition der Terme flächenmäßig vergrößert. Kompliziert und aus den beiden Karten kaum ablesbar ist die Situation an der Kaltfront. Hinter der Front wird absinkende Luftbewegung durch beide Terme angedeutet, aber die Abgrenzung gegen das Gebiet aufsteigender Luftbewegung ist schwer möglich, da gemäß der negativen Vorticityadvektion (Abb. 4.25) über Frankreich und den Beneluxländern aufsteigende Luftbewegung vorherrscht, diese Aussage aber durch die Temperaturadvektion, die Absinken impliziert, verringert wird. Auffallend ist, daß die Nulllinie der Vorticityadvektion gut mit der analysierten Position der Kaltfront übereinstimmt, was auch zwölf Stunden später zu finden ist.

Für den gleichen Zeitpunkt wurde die differentielle Vorticityadvektion und der Laplace der Temperaturadvektion betrachtet (Abb. 4.27, Abb. 4.28). Ein Vergleich mit Abb. 4.8 zeigt, daß die Struktur des Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung an der Kaltfront - mit besonderem Blick auf den nach Südosten vorstoßenden Zweig absinkender Luftbewegung - durch eine Kombination der zwei enthaltenen Terme entsteht. Die Karte der differentiellen Vorticityadvektion (Abb. 4.27) zeigt die erwartete Struktur an einer Kaltfront, nämlich ein Gebiet negativer differentieller Vorticityadvektion vor der Kaltfront und positiver differentieller Vorticityadvektion hinter der Kaltfront (insofern die Nulllinie als Verlauf der Kaltfront angesehen wird). Das Minimum dieses Terms liegt östlich Großbritanniens. Da südlich des Minimums der Term sehr stark abnimmt und dort das Minimum des Laplace der Temperaturadvektion liegt, wird durch das negative Vorzeichen der Temperaturadvektion die absinkende Luftbewegung über dem Ärmelkanal auch vor der Kaltfront gebildet. Darüber hinaus kann das Gebiet aufsteigender Luftbewegung von Dänemark bis nach Polen (Abb. 4.8) und vor der Warmfront allein durch den Laplace der Temperaturadvektion erklärt werden, da die differentielle Vorticityad-

vektion sehr gering ist.

Ein Vergleich der Vorticityadvektion (Abb. 4.25) mit der differentiellen Vorticityadvektion (Abb. 4.27) ergab gerade an der Kaltfront ein gewisse Ähnlichkeit dieser beiden Größen, was auch in schwächerem Maße für das gesamte Feld gilt und auch für das Verhältnis zwischen Temperaturadvektion (Abb. 4.26) und dem Laplace der Temperaturadvektion (Abb. 4.28) zu sehen ist, wobei der Vorzeichenwechsel durch Bildung des horizontalen Laplace beachtet werden muß. Somit ist der Unterschied zwischen reinen Advektionskarten und Karten der tatsächlichen Einzelterme des konventionellen Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung, der von Hoskins et al. (1978) angeführt wird, auf dem 700 hPa-Niveau nicht so groß. Allerdings zeigen Advektionskarten für 500 hPa schon einen deutlichen Unterschied und die Interpretation der Vertikalgeschwindigkeit mit Hilfe von Advektionskarten in dieser Höhe ist tatsächlich kaum machbar. Hierbei sollte man bedenken, daß der konventionelle Vertikalgeschwindigkeitsantrieb selbst kein befriedigendes Bild lieferte.

Es wurde im Rahmen dieser Arbeit auch der von Hoskins et al. (1978) angeführte 'Cancelation-Term' (17), der mit entgegengesetzten Vorzeichen in der differentiellen Vorticityadvektion und im Laplace der Temperaturadvektion vorhanden ist, berechnet. Allerdings haben die Ergebnisse gezeigt, daß er nicht den gesamten Differenzbetrag zwischen den beiden Termen ausmacht, sondern daß Karten der um den 'Cancelation-Term' bereinigten Terme ebenfalls nur in Kombination miteinander analysiert werden können. Dies steht im Widerspruch zu den von Hoskins et al. (1978) gemachten Behauptung, daß der Differenzbetrag auf den 'Cancelation-Term' zurückzuführen sei, dessen Größenordnung in der Regel nur bei 1/10 der Größenordnung der Einzelterme lag.

Mit diesen Ergebnissen zeigt sich deutlich, daß die Karten der Vorticity- und Temperaturadvektion unzureichend (in 700 hPa jedoch besser als in 500 hPa) die Struktur des Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung wiedergeben. Werden allerdings Karten mit den genaueren Termen der differentiellen Vorticityadvektion und dem La-

place der Temperaturadvektion eingeführt, kann auch der gesamte Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung in einer Karte für die Synoptik dargestellt werden. Der Vorschlag von Hoskins et al. (1978), den Q-Vektor zusätzlich in die 700 hPa-Karte einzufügen, bekommt unter Beachtung der Vektor-Frontogenese-Funktion eine weitere Bedeutung.

#### 4.1.7 Zeitliche Entwicklung von Frontensystemen der mittleren Breiten anhand einer Vektor-Frontogenese Funktion

In Kapitel 2.4 wurde eine Vektor-Frontogenese-Funktion (33) eingeführt, mit deren Hilfe man die zeitliche Entwicklung eines Temperaturfeldes beurteilen kann. Gegenüber einer skalaren Frontogenese-Funktion bietet die Vektorform den Vorteil, daß sie getrennt Aussagen über die Intensivierung und eine eventuelle räumliche Drehung des Temperaturgradienten macht. Augenfällig ist die Ähnlichkeit zum Q-Vektor, wobei der Unterschied sich nur in der Verwendung der geostrophischen Windkomponenten bei der Berechnung des Q-Vektors niederschlägt. Dieser Unterschied bedeutet physikalisch, daß frontogenetische Prozesse aufgrund einer konvergenten Strömung ausgeschlossen werden. Da der Q-Vektor aus schon angeführten Gründen mit dem tatsächlichen Wind gebildet wurde, sind hier beide horizontalen Mechanismen für frontogenetische Prozesse enthalten.

Zur Untersuchung der Eignung des Q-Vektors (genauer des  $F_h$ -Vektors) zur Bestimmung der zeitlichen Entwicklung von Frontensystemen wurden Karten mit Isolinien der Temperatur und des Q-Vektor-Feldes erstellt (Abb. 4.29, 4.30). Für den 8.11. 12.<sup>00</sup> h (Abb. 4.29) ergibt sich an der Kaltfront, daß die Vektoren frontogenetische Prozesse, also eine betragliche Vergrößerung des Vektors, andeuten (die Komponente  $F_h$  des Vektors - parallel zum Temperaturgradienten deutet Frontogenese und Frontolyse an). Im nördlichen Teil der Front weisen die Vektoren eine nach Norden gerichtete Komponente senkrecht zum Gradienten auf, während im südlichen Teil der Front die Vektoren mehr nach Süden ausgerichtet sind. Da die zum Temperaturgradienten senkrechte Komponente



$F_s$  des Frontogenese-Vektors in Richtung der Drehung des Temperaturgradienten zeigt (Kapitel 2.4, Abb. 2.2), bedeutet dies, daß im nördlichen Teil der Front der Temperaturgradient nach Norden dreht und damit längengradparallel wird und im südlichen Teil der Front der Temperaturgradient nach Süden drehen wird. Somit müssen die beiden Teile der Front auch einen stärkeren Knick aufweisen gegenüber der jetzt mehr kurvenförmigen Struktur der Front.

Zwölf Stunden später (Abb. 4.30) hat die Kaltfront sich nach Osten verlagert und der Temperaturgradient die erwarteten Änderungen vollzogen. Es zeigt sich im Verlauf der Front über Polen ein Bereich, in dem fast keine Frontogenese vorliegt, so daß eine Trennung zwischen dem nördlichen und dem südlichen Teil der Front erkennbar ist. Die im Norden liegenden Vektoren zeigen neben frontogenetischen Vorgängen ein weiteres Drehen des Temperaturgradienten nach Norden, was für den 9.11. 12.<sup>00</sup> h nicht abgebildet wird. Der südliche Teil der Front weist eine nicht ganz so starke frontogenetische Tendenz auf und ist zwölf Stunden später nicht mehr zu finden.

Die Entwicklung der Warmfront (Abb. 4.29) ist auch begleitet von Vektoren die generell frontogenetische Prozesse andeuten. Dabei ist die sehr starke Frontogenese im Norden der Front auffallend. Die nach Süden hin sehr stark abnehmenden Beträge der Vektoren lassen vermuten, daß die Front im südlichen Teil schwächer werden wird. Die senkrecht zum Temperaturgradienten orientierten Komponenten der Vektoren deuten im nördlichen Teil der Front durch ihre Ausrichtung nach Norden an, daß der Temperaturgradient nach Norden drehen wird. Zwölf Stunden später zeigt sich (Abb. 4.30) allerdings, daß die vorhergesagte Entwicklung nicht eingetreten ist. Insgesamt hat die Warmfront sich im Süden schneller nach Osten bewegt und ist dadurch fast genau von Norden nach Süden gerichtet, wobei der Temperaturgradient im gesamten Verlauf gleich ist. Durch die Vektoren wird für das nächste Zeitintervall keine Lageveränderung des Frontverlaufs impliziert und in Abb. 4.4 kann man den stark verkleinerten Warmluftsektor erkennen, der aus den hier geschilderten Prozessen resultiert.

Durch skalare Multiplikation der Vektor-Frontogenese-Funktion bzw. des Q-Vektors mit  $v\theta$  erhält man eine skalare Frontogenese-Funktion, die ebenfalls für diesen Termin berechnet und dargestellt wurde. Diese Form der Frontogenese-Funktion (Abb. 4.31) zeigt deutlich die frontogenetischen Prozesse an der Warm- und Kaltfront, wobei außerhalb der Frontenregionen die Funktion vernachlässigbar gering ist und somit die Interpretation auf ein klar begrenztes Gebiet angewendet werden kann. Dies gilt auch für die weiteren Zeitpunkte, wodurch die skalare Frontogenese-Funktion eindeutiger Ergebnisse aufweist als die Vektor-Frontogenese-Funktion. Allerdings können keine Aussagen über die Verlagerung des Temperaturgradienten gemacht werden.

Auffallend ist, daß an den Fronten keine frontolytischen Prozesse angedeutet werden und daß die Verstärkung des Temperaturgradienten, die durch die Vektoren angedeutet wurden, nicht immer zu finden war. Eine Ausnahme stellt die Verstärkung des Temperaturgradienten im südlichen Teil der Front zum 9.11. 0.°° h hin dar. Es ist anzunehmen, daß die hier dargestellten frontogenetischen Prozesse durch hier nicht enthaltene Vorgänge abgeschwächt oder kompensiert werden. Mit Blick auf Kapitel 2 kann man die in der Vektor-Frontogenese-Funktion vernachlässigten Prozesse und Reibung für die nicht stattgefundene Verstärkung des Temperaturgradienten verantwortlich machen.

#### 4.1.8 Darstellung des Q-Vektors auf anderen Hauptdruckniveaus

Da es nicht zwingend notwendig ist, den Q-Vektor in 700 hPa darzustellen, soll geprüft werden, ob auf einem anderen Niveau die Aussagekraft des Q-Vektors besser ist. Für 850 und 500 hPa wurde für den 8.11. 12.°° die Divergenz des Q-Vektors berechnet und dargestellt (Abb. 4.32, 4.33).

In 500 hPa (Abb. 4.32) zeigt die Divergenz des Q-Vektors eine relativ einfache Struktur, wobei über Großbritannien und Frankreich die die Sekundärzirkulation andeutende Verteilung von Konvergenz und Divergenz des Q-Vektors auffällt. Es muß bei dieser

Karte eine weiter nach Nordwesten reichende Frontflächenneigung einbezogen werden. Die Position der Front in 500 hPa kann einerseits aus einer Karte der horizontalen Temperaturverteilung, andererseits mit Hilfe eines Vertikalprofils gewonnen werden. Mit Hilfe der Isothermen für das betrachtete Niveau (Abb. 4.34) ergibt sich ein Bild, das aus dem Vertikalprofil (Abb. 4.18) nicht ganz so deutlich abzulesen ist. Im südlichen Teil (über Südeuropa) ist der Temperaturgradient in 500 hPa schwächer ausgeprägt als in 700 hPa, was auch anhand der Divergenz des Q-Vektors zu erkennen ist, da die Unterschiede zwischen Konvergenz und Divergenz schwächer sind als im nördlichen Teil. Ein weiter nördlich verlaufendes Vertikalprofil - entlang der Linie in Abb. 4.34 - bestätigt die Lage der Front und zeigt weiter, daß in niedrigeren Niveaus der Temperaturgradient schwächer ist. In diesem Fall zeigt die Divergenz des Q-Vektors in 500 hPa gut die Lage der Kaltfront, wenn die Front einen ausgeprägten Temperaturgradienten aufweist. Allerdings steht die Struktur der Divergenz des Q-Vektors an der Warmfront in keiner Relation zur erwarteten Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsantriebs.

Die Divergenz des Q-Vektors in 850 hPa (Abb. 4.33) weist keine klare Trennung zwischen Gebieten aufsteigender und absinkender Luftbewegung im Rahmen von Frontensystemen auf, so daß ihre Verwendung nicht in Frage kommt. Da die Karten der Divergenz des Q-Vektors in 700 hPa sowohl für Kalt- als auch für Warmfronten ein Bild zeigten, was mit den an Fronten erwarteten Verhältnissen übereinstimmt, sind sie für die Synoptik am besten geeignet. Dies erklärt sich auch durch die vertikale Erstreckung der Luftmassengrenze, die sich in den Vertikalprofilen zeigt. Dort war generell der starke Temperaturgradient, der in der Berechnung des Q-Vektors (25), (26) benötigt wird, zwischen 850 hPa und 600 hPa zu finden.

#### 4.2 Zusammenfassung der Ergebnisse der weiteren Termine

In Kapitel 4.1 wurde anhand des Durchzugs eines Frontensystems vom 8.11.86 12.<sup>00</sup> h bis 9.11.86 12.<sup>00</sup> h eine umfassende Dar-

stellung verschiedener dynamischer Parameter an Fronten vorgelegt. Da nicht die genaue Auswertung aller Termine in dieser Arbeit dargelegt werden soll, wird in diesem Kapitel ein Überblick über die weiteren Ergebnisse und eine qualitative Bewertung der verschiedenen Parameter gegeben.

Generell waren viele Termine aus dem vorhandenen Datenmaterial für eine derartige Untersuchung ungeeignet, da in den meisten Fällen eine ausgeprägte Hochdrucklage in Europa herrschte und einzelne Tiefdruckgebiete mit ihrem Frontensystem gegen das Gebiet großräumigen Absinkens vordrangen oder mit der Höhenströmung um ein Hochdruckgebiet herumgeführt wurden. Eine Hochdruckwetterlage bestimmte im November 1986 das Wettergeschehen in Europa und bei den drei 'FRONTEX-Ereignissen' (7.10.87 12.<sup>00</sup> h bis 9.10.87 12.<sup>00</sup> h, 11.11.87 12.<sup>00</sup> h bis 14.11.87 12.<sup>00</sup> h und 20.1.88 0.<sup>00</sup> h bis 22.1.88 0.<sup>00</sup> h) sind zwei der Ereignisse (November '87 und Januar '88) ebenfalls durch Hochdruckeinfluß geprägt. Allerdings zeigten die verwertbaren Termine ein deutliches Bild der Parameter an Fronten.

Es hat sich herausgestellt, daß sowohl die in der Synoptik verwendeten Karten der Vorticity- und Temperaturadvektion auf dem 500 hPa-Niveau als auch Karten der differentiellen Vorticityadvektion und des Laplace der Temperaturadvektion zur Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes nicht geeignet sind.

Ein Vergleich zwischen der Divergenz des Q-Vektors mit dem konventionellen Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung als direkte Darstellungsform des Vertikalgeschwindigkeitsantriebs zeigt in wenigen Fällen eine Übereinstimmung der beiden Darstellungsformen. Die Divergenz des Q-Vektors weist eine Struktur auf, die mit den erwarteten Prozessen in der Atmosphäre besser in Einklang steht als der konventionelle Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung. Vor allem wirkt sich die starke Zergliederung des konventionellen Antriebsterms negativ auf die Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsantriebs aus: viele flächenmäßig kleine Regionen unterschiedlichen Vorzeichens verdecken eine klare Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes, wodurch sich die Prozesse an den

Fronten nur schlecht lokalisieren lassen. Die Divergenz des Q-Vektors hingegen liefert ein Bild, in dem das Vertikalgeschwindigkeitsfeld in seiner Struktur (Aufsteigen vor und Absinken hinter einer Kaltfront und Aufgleiten vor einer Warmfront) besser zu erkennen ist.

Als Instrument zur Ermittlung frontogenetischer Prozesse hat sich die skalare Frontogenese-Funktion (Kapitel 4.1.7) als ausreichend herausgestellt. Sie trennt klar Gebiete frontogenetischer von Gebieten frontolytischer Tendenz, was in der zeitlichen Entwicklung der Frontensysteme bestätigt wird. Allerdings traten auch Fälle auf, in denen frontogenetische Prozesse angedeutet wurden, aber der Temperaturgradient sich nicht verstärkte. Das läßt sich auf frontolytische Vorgänge zurückführen, die nicht im Rahmen der quasi-geostrophischen Theorie erfaßt werden.

Eine Karte mit Isothermen und Q-Vektoren (Kapitel 4.1.7) brachte die besten Ergebnisse. Mit Hilfe der Q-Vektoren kann die Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes ausreichend genau bestimmt werden. Zusätzlich bietet aber diese Kombination den Vorteil, daß der Q-Vektor als Vektor-Frontogenese-Funktion genutzt werden kann. Gemäß den Ausführungen in Kapitel 2.4 macht eine Vektor-Frontogenese-Funktion Aussagen über frontogenetische Prozesse (Intensivierung des Temperaturgradienten) und die räumliche Drehung des Gradienten. Dadurch kann die Änderung der Struktur der Front in ihrem gesamten Verlauf bestimmt werden. Bei den hier betrachteten Terminen zeigte sich in vielen Fällen, daß die Vektor-Frontogenese-Funktion sowohl die Intensivierung des Temperaturgradienten als auch die Drehung des Gradienten gut beschreibt. Bei der Intensivierung des Gradienten traten die gleichen Fehler wie bei der skalaren Frontogenese-Funktion auf, die durch die Beschränkung auf quasi-geostrophische Prozesse zu erwarten waren.

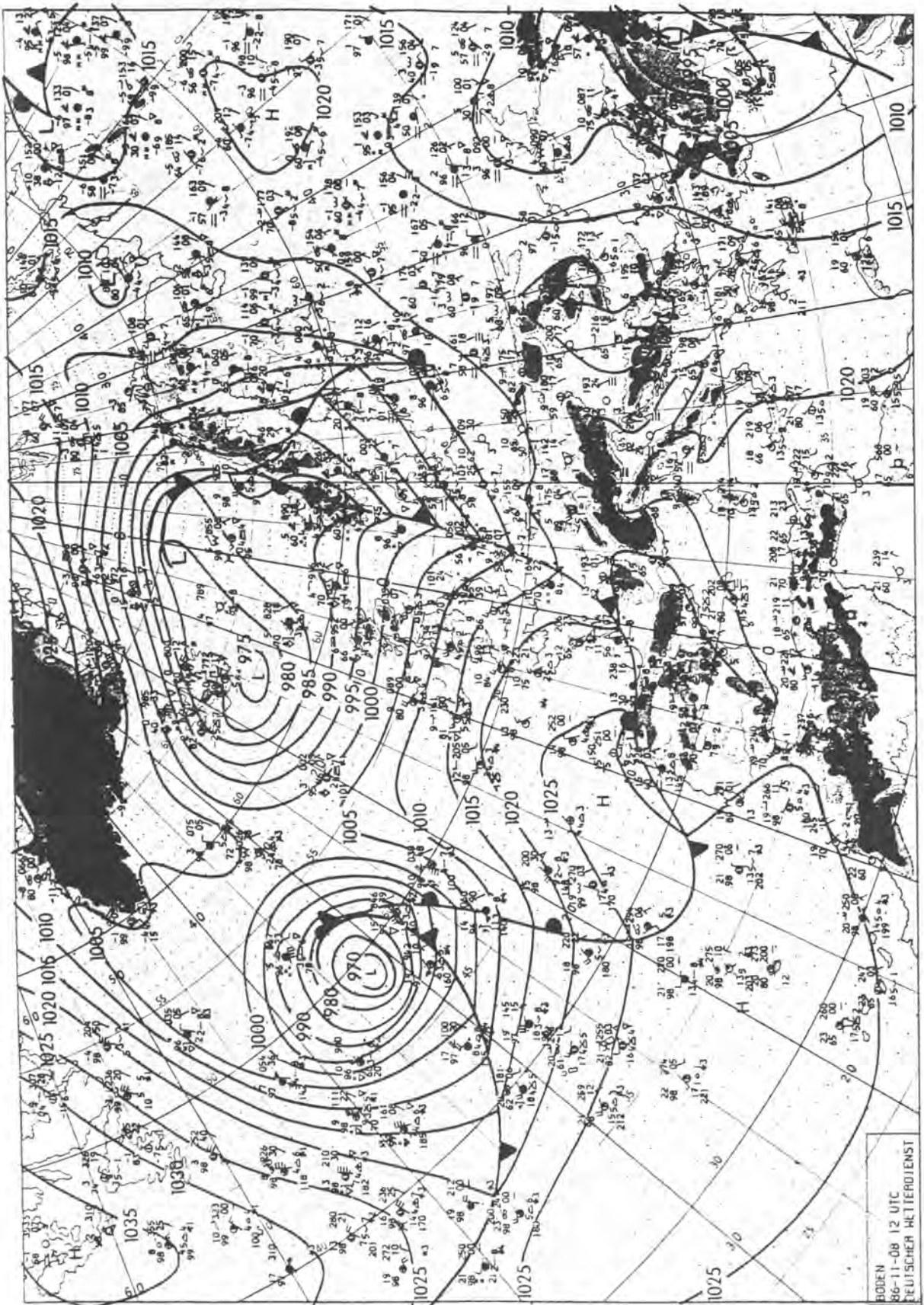


Abb. 4.1 Bodenwetterkarte vom 8.11.1986 12.00 h.

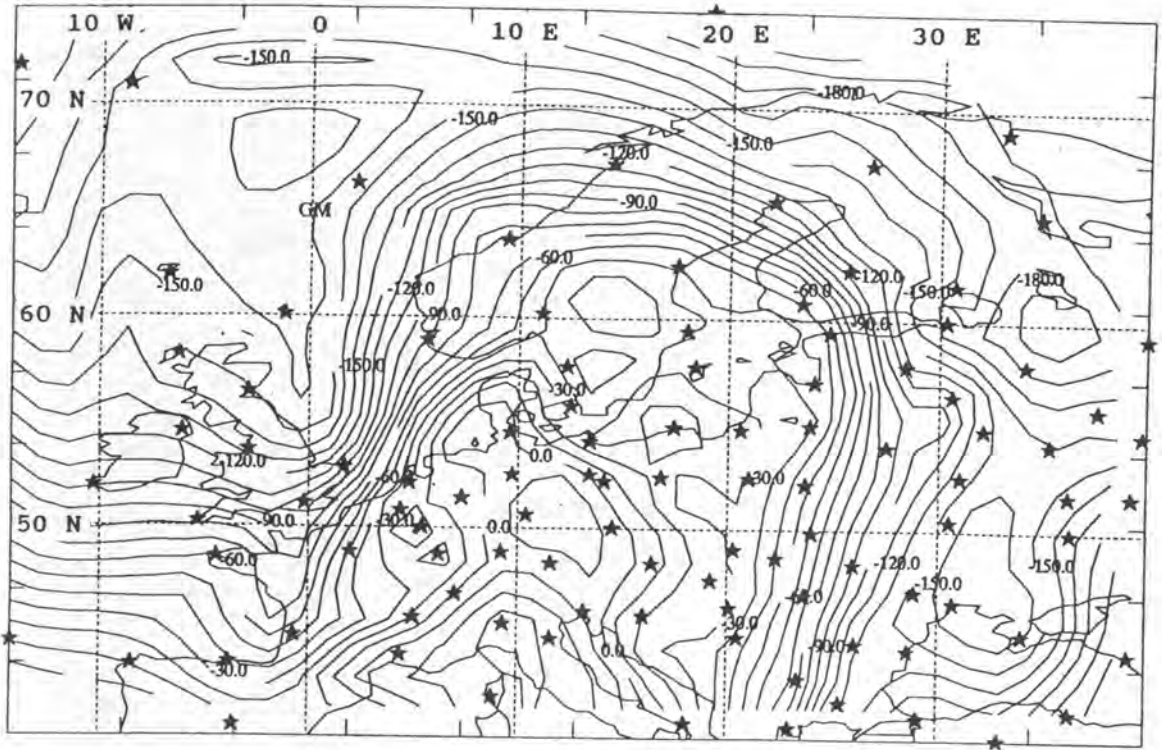


Abb. 4.2 8.11.1986 12.00 h: Isothermen in 700 hPa des originalen Datenfeldes in 1/10°C mit 1 °C Isolinienabstand. Sterne kennzeichnen die meldenden Stationen. Gradeinteilung gilt auch in den weiteren Abbildungen

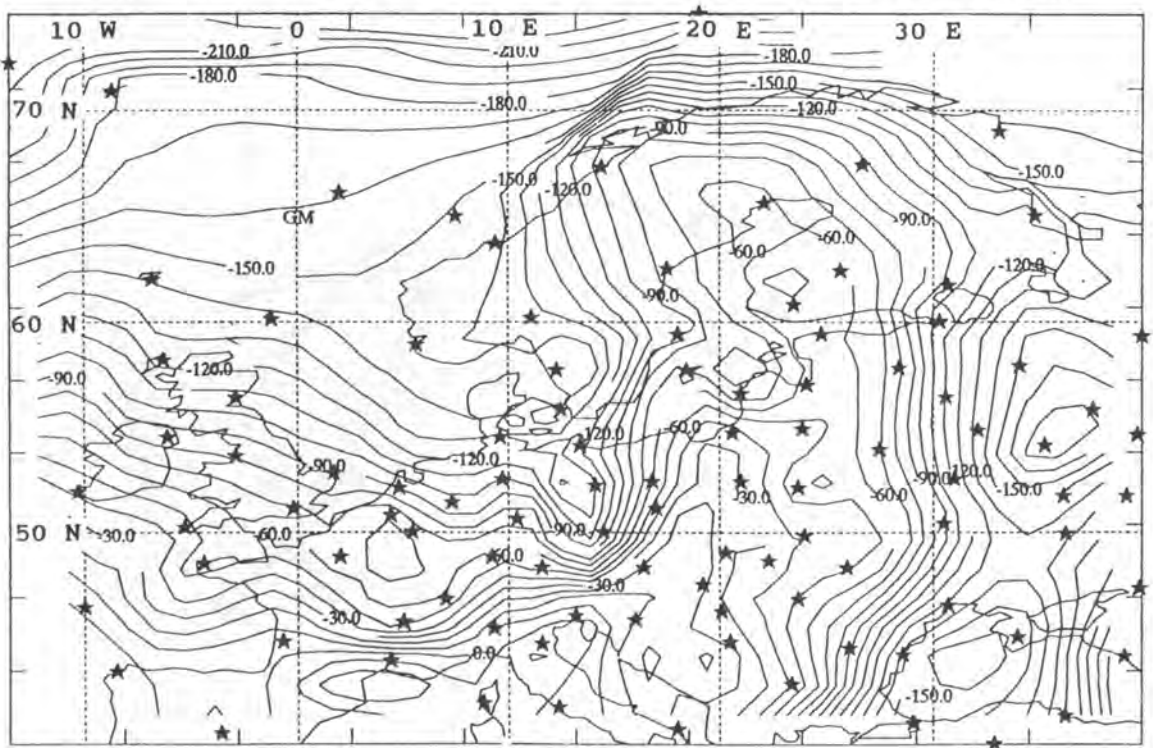


Abb. 4.3 9.11.1986 0.00 h: Isothermen in 700 hPa des originalen Datenfeldes in 1/10°C mit 1 °C Isolinienabstand. Sterne kennzeichnen die meldenden Stationen.

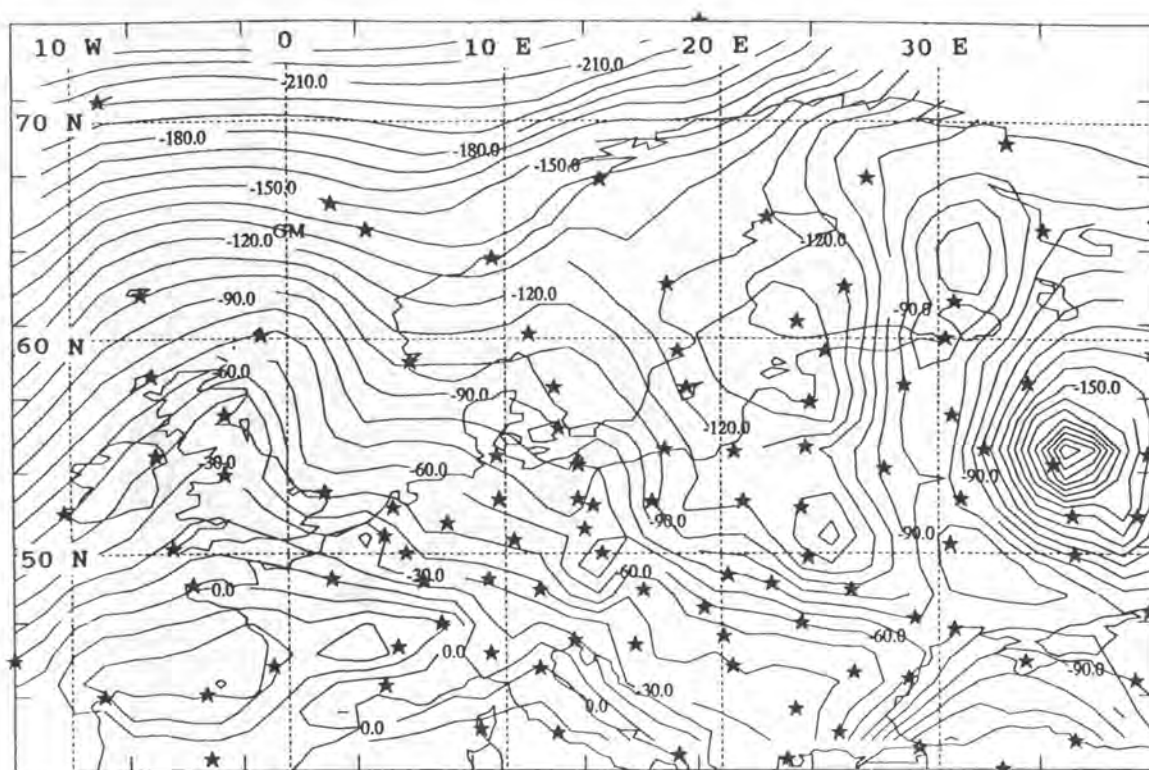


Abb. 4.4 9.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Isothermen in 700 hPa des originalen Datenfeldes in 1/10°C mit 1 °C Isolinienabstand. Sterne kennzeichnen die meldenden Stationen.

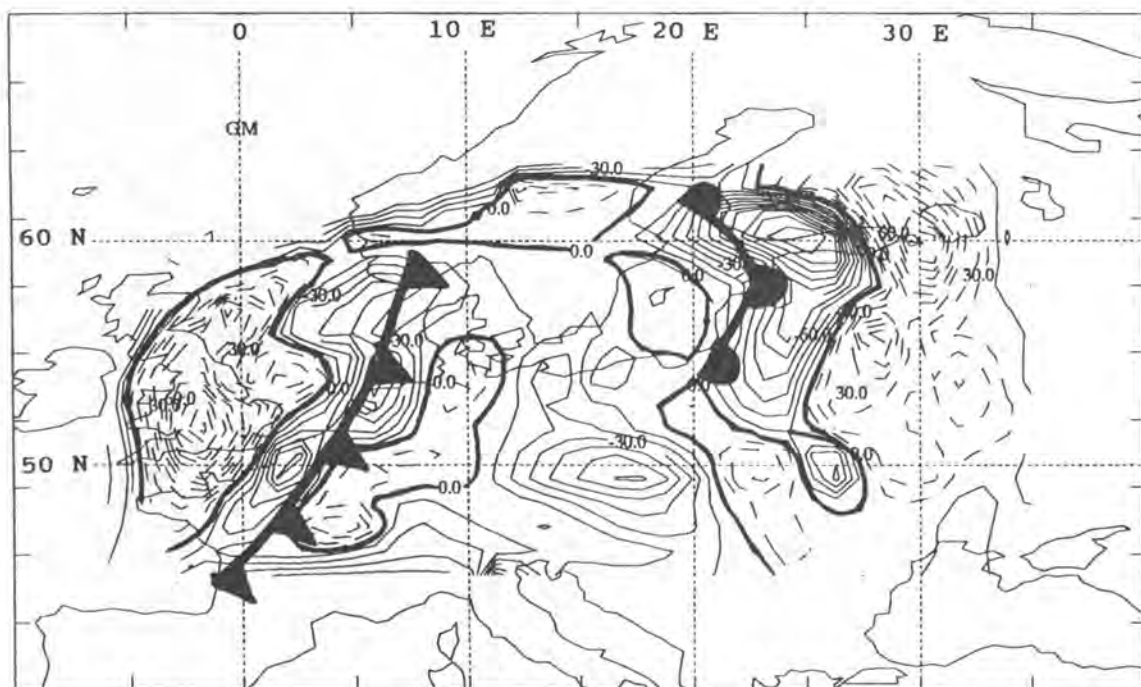


Abb. 4.5 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Divergenz des Q-Vektors in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte zwischen  $-110$  und  $130 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $10 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .



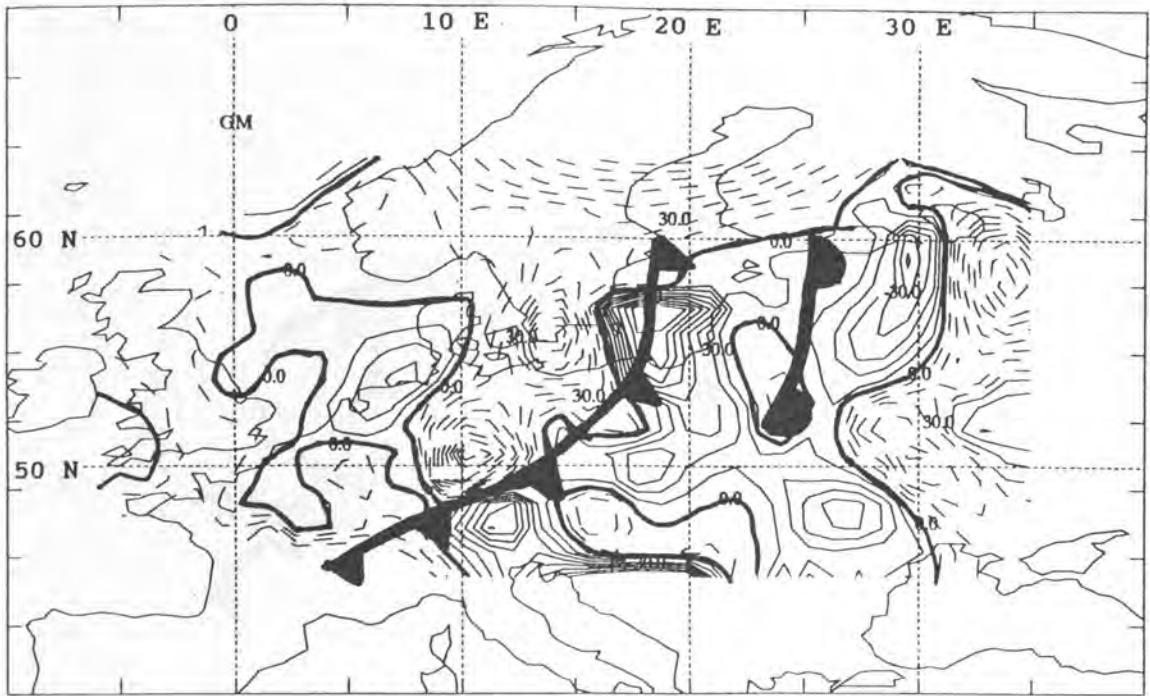


Abb. 4.6 9.11.1986 0.<sup>00</sup> h: Divergenz des Q-Vektors in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte zwischen  $-80$  und  $120 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $10 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

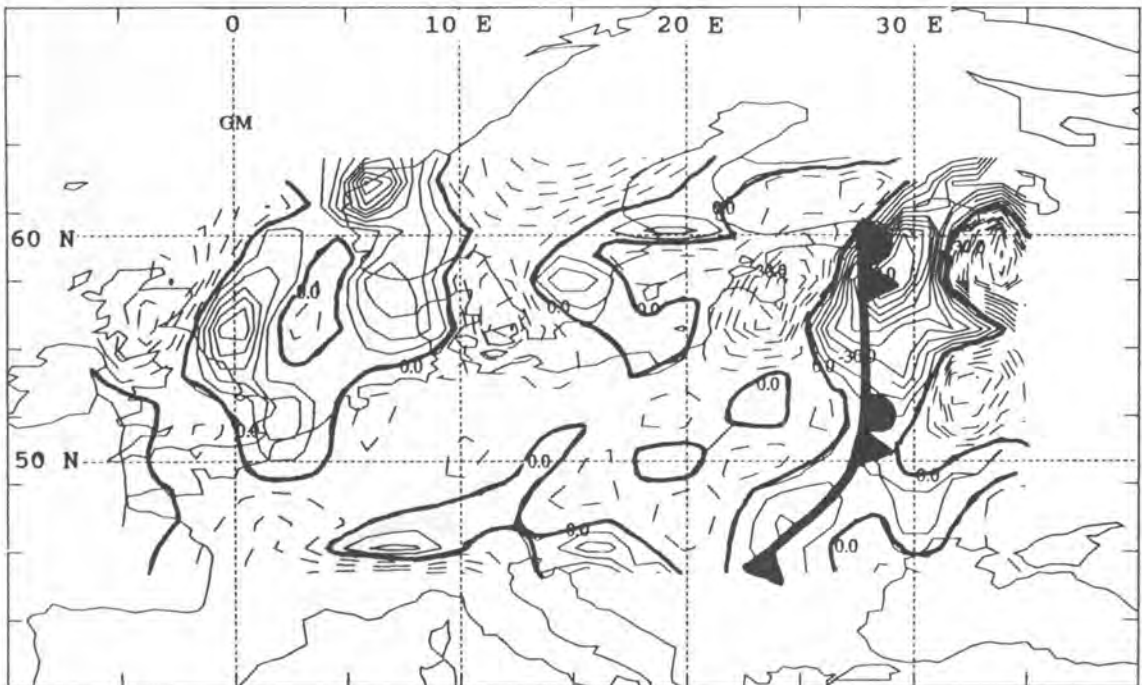


Abb. 4.7 9.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Divergenz des Q-Vektors in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte zwischen  $-100$  und  $120 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $10 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

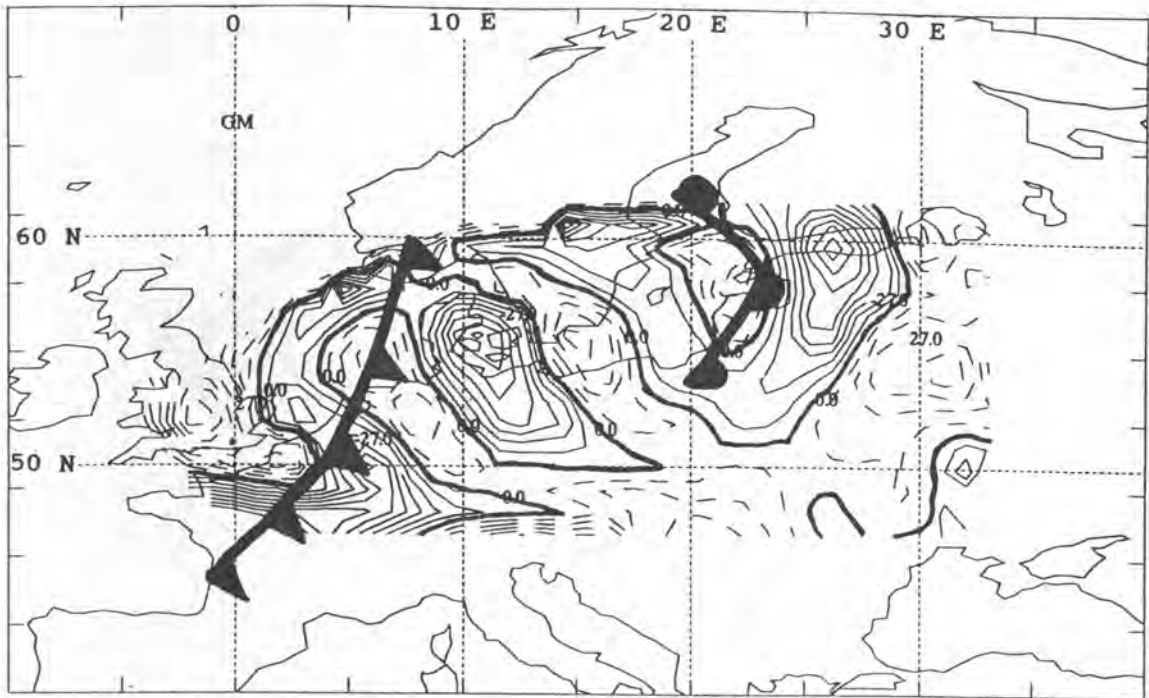


Abb. 4.8 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Konventioneller Antriebs-  
term der  $\omega$ -Gleichung in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte  
zwischen  $-72$  und  $72 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $9 \cdot$   
 $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

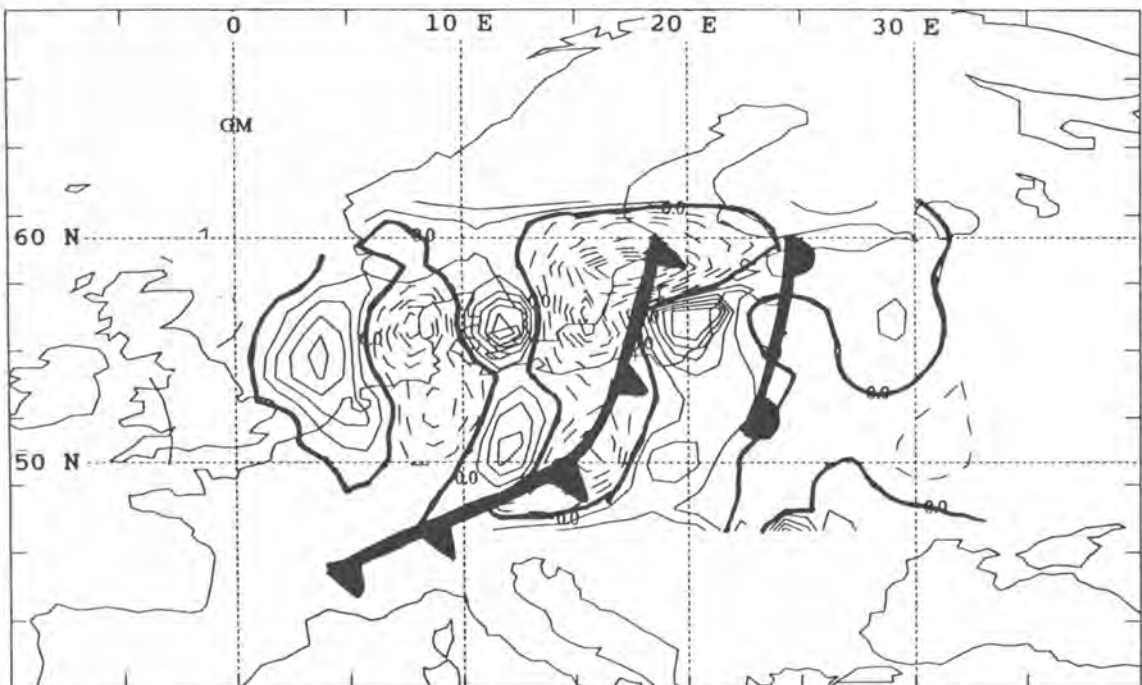


Abb. 4.9 9.11.1986 0.<sup>00</sup> h: Konventioneller Antriebsterm  
der  $\omega$ -Gleichung in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte zwi-  
schen  $-120$  und  $160 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $20 \cdot$   
 $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

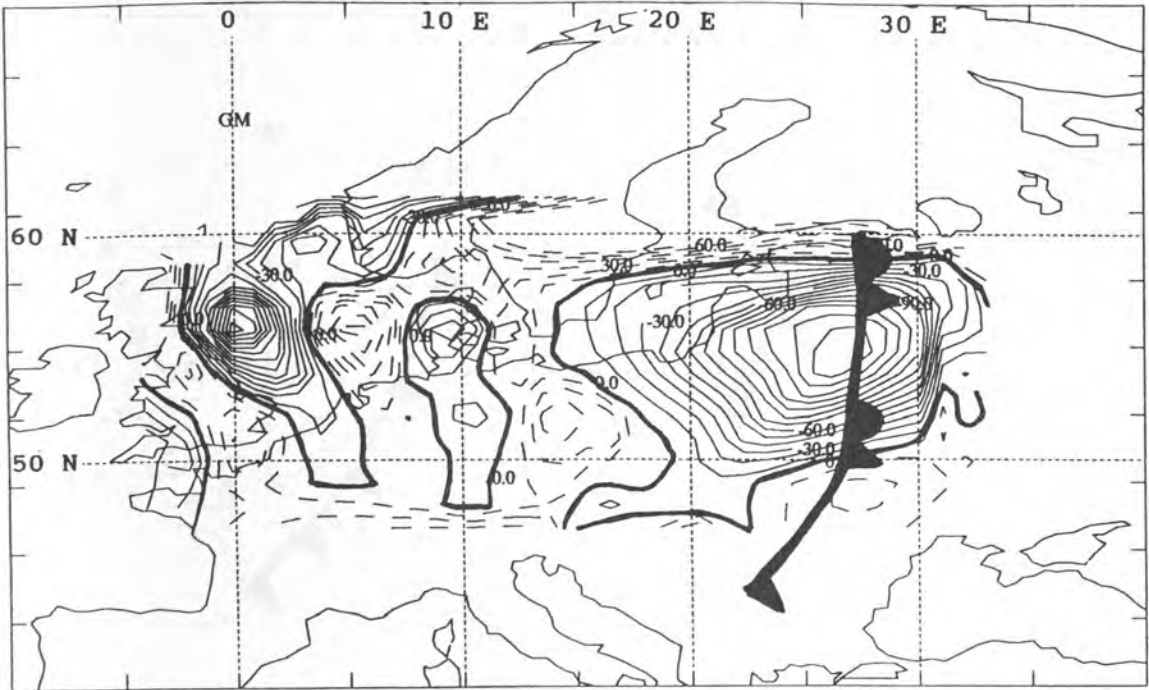
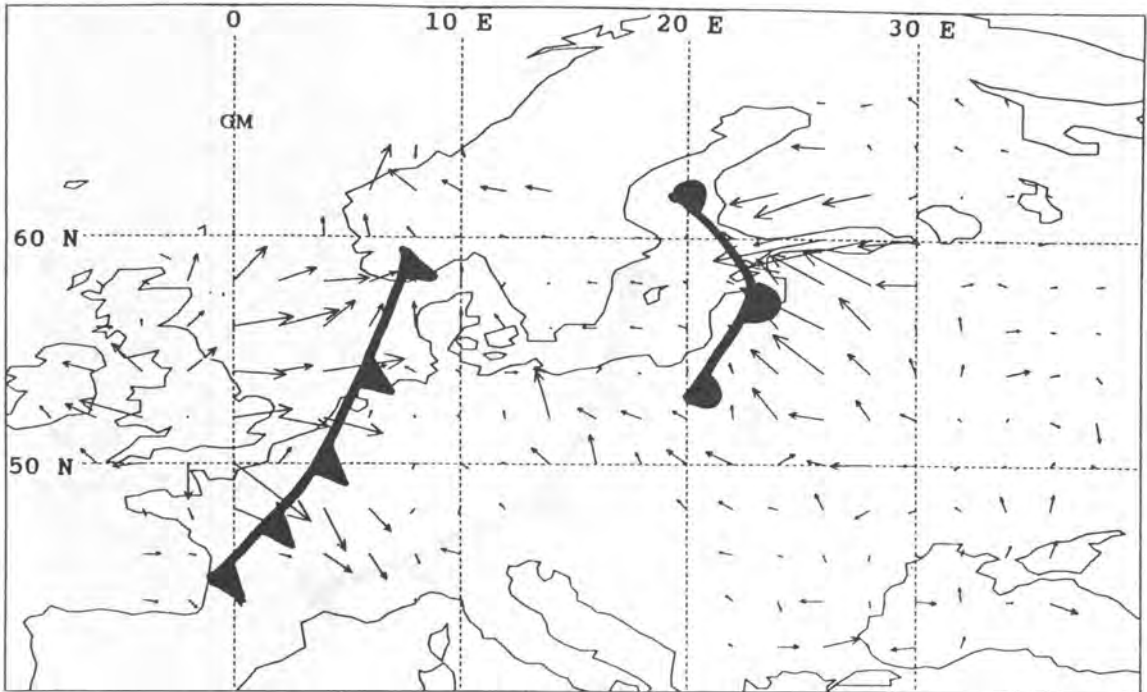
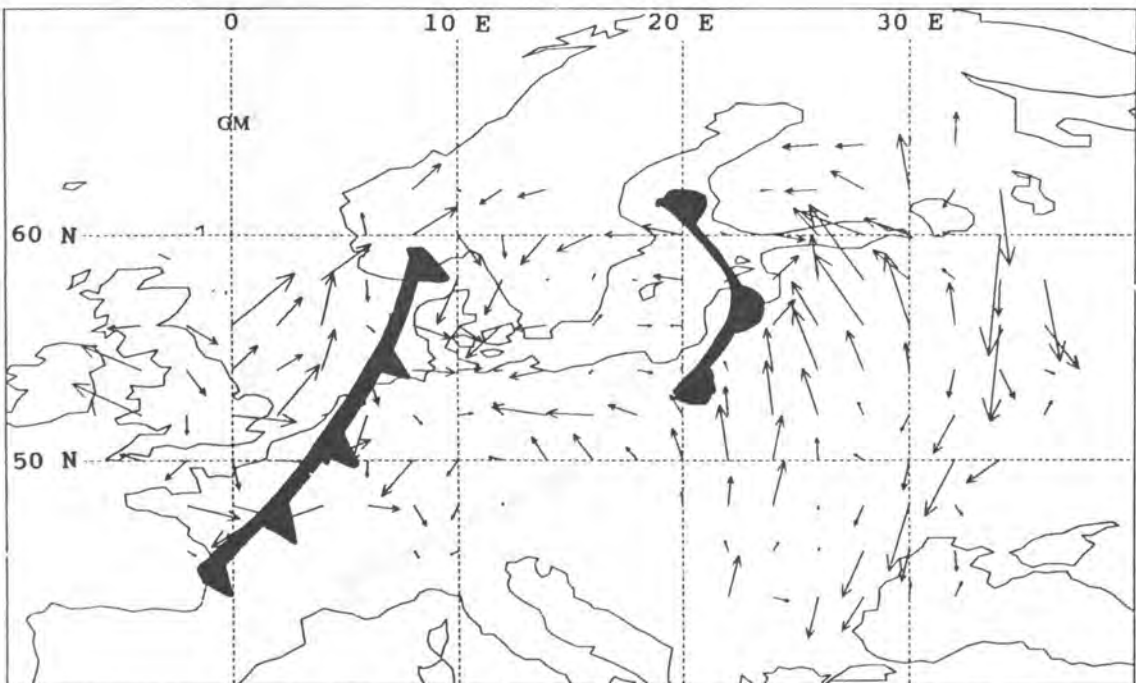


Abb. 4.10 9.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Konventioneller Antriebs-  
term der  $\omega$ -Gleichung in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte  
zwischen  $-130$  und  $60 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $10 \cdot$   
 $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .



0.131E-08  
MAXIMUM VECTOR

Abb. 4.11 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Q-Vektoren in 700 hPa in  $\text{Km}^{-1}\text{s}^{-1}$ .



0.178E-08  
MAXIMUM VECTOR

Abb. 4.12 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Vektoren des konventionellen Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung (Anhang B.1) in 700 hPa in  $\text{Km}^{-1}\text{s}^{-1}$ .

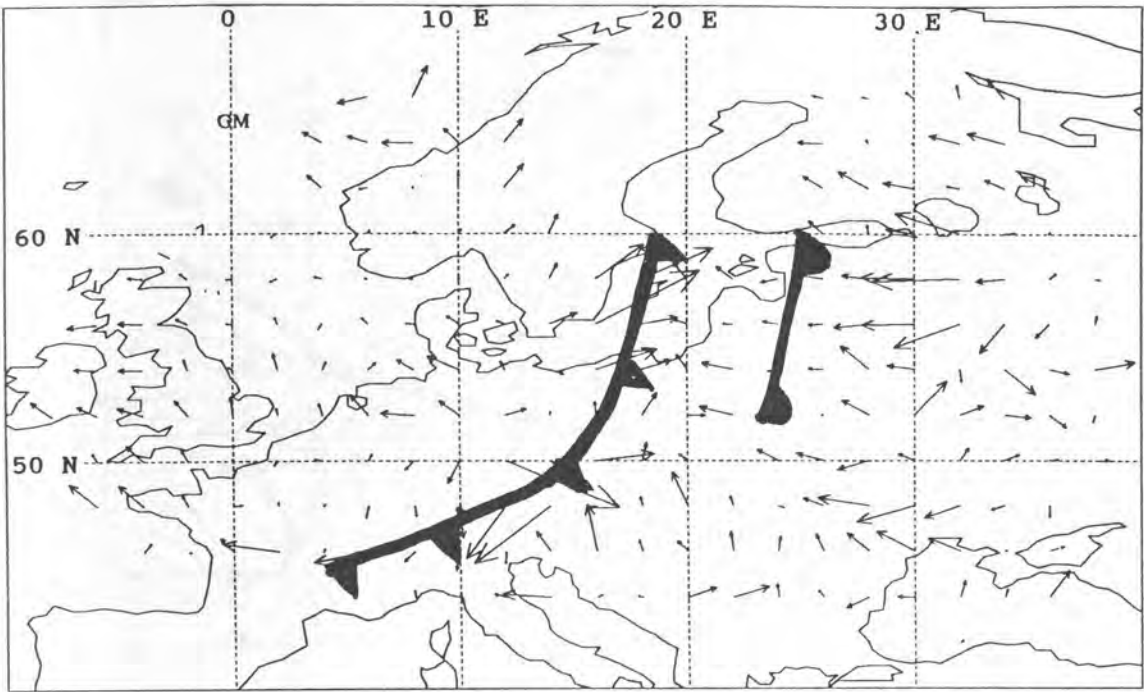


Abb. 4.13 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Q-Vektoren in 700 hPa in  $\text{Km}^{-1}\text{s}^{-1}$ .

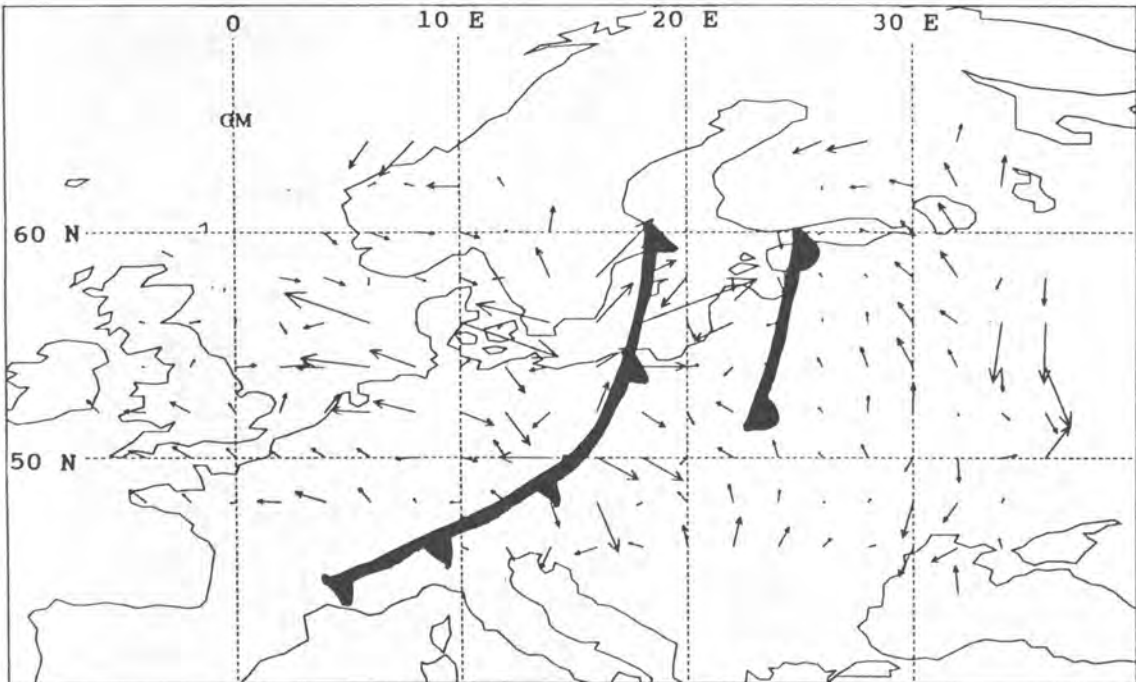


Abb. 4.14 9.11.1986 0.<sup>00</sup> h: Vektoren des konventionellen Antriebsterms der  $\omega$ -Gleichung (Anhang B.1) in 700 hPa in  $\text{Km}^{-1}\text{s}^{-1}$ .

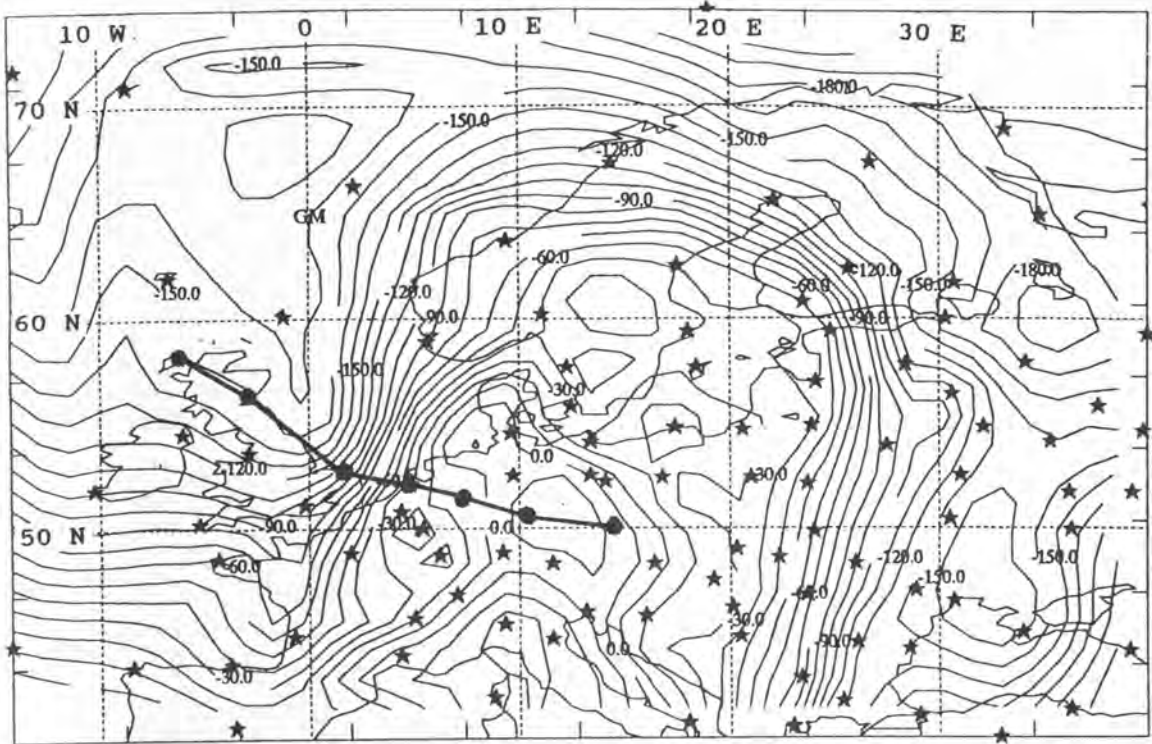


Abb. 4.15 8.11.1986 12.00 h: Isothermen in 700 hPa des originalen Datenfeldes in  $1/10^{\circ}\text{C}$  mit  $1^{\circ}\text{C}$  Isolinienabstand. Eingezeichnete Linie der Vertikalschnitte in Abb. 4.17, Abb. 4.18 und Abb. 4.19.

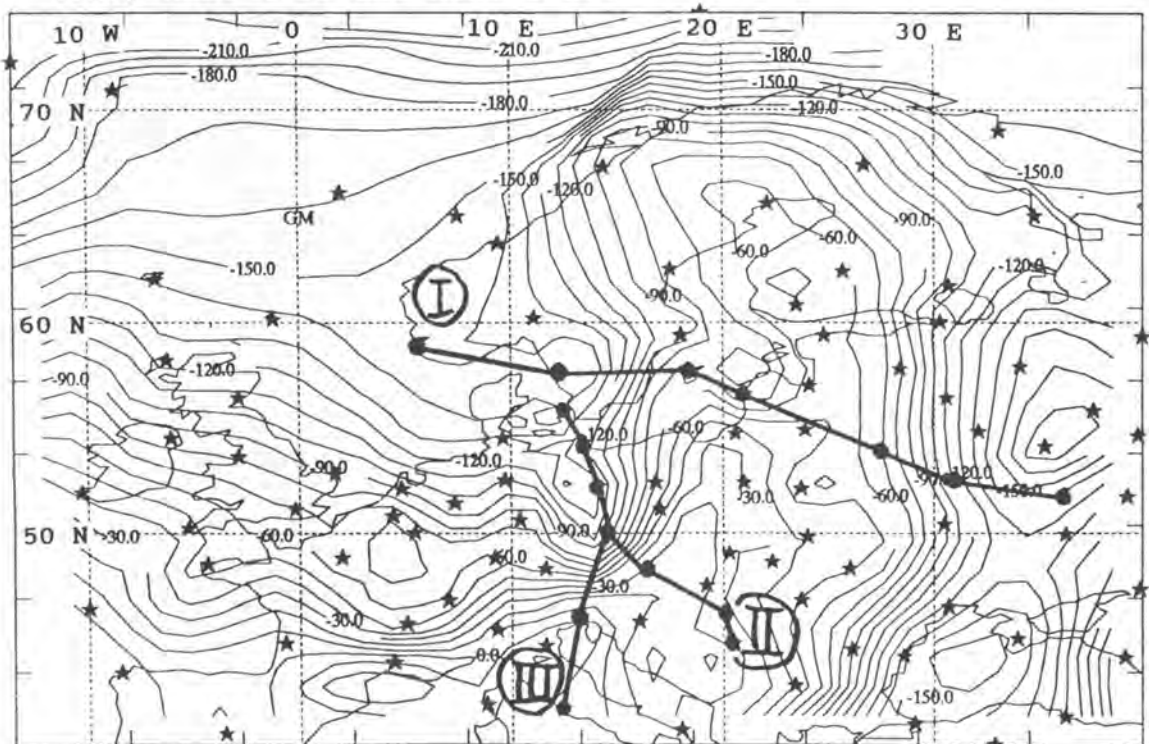
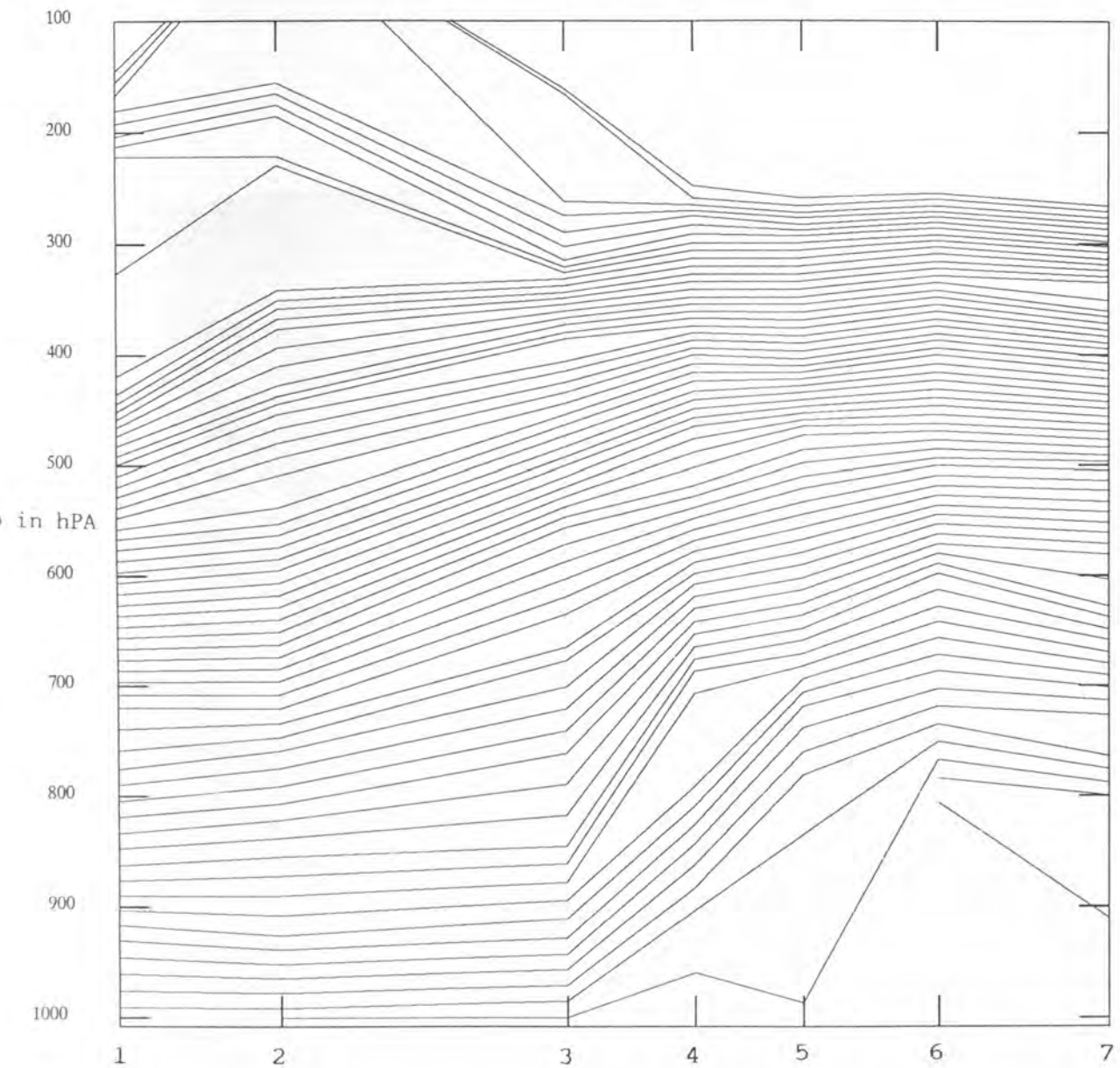
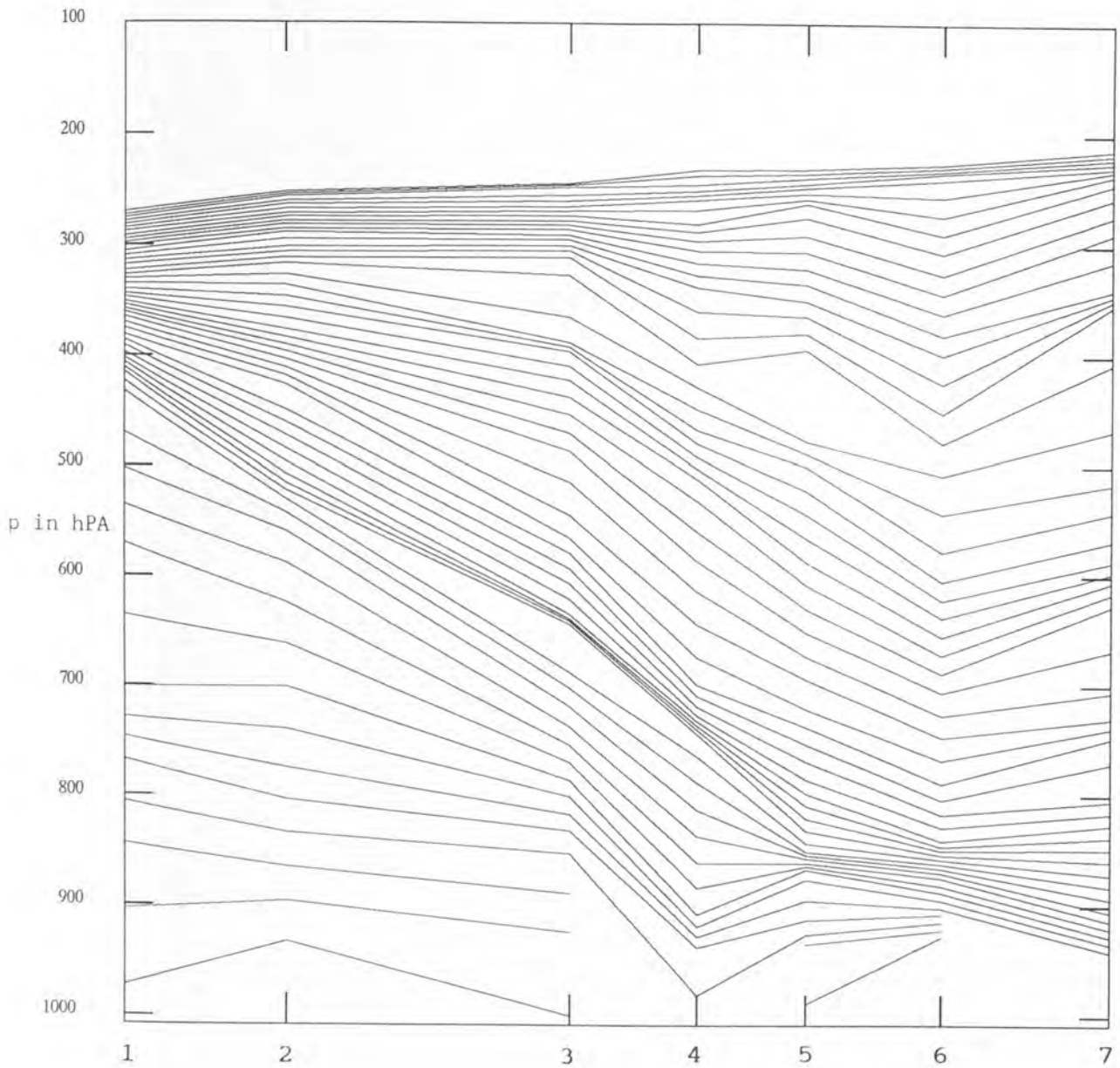


Abb. 4.16 9.11.1986 0.00 h: Isothermen in 700 hPa des originalen Datenfeldes in  $1/10^{\circ}\text{C}$  mit  $1^{\circ}\text{C}$  Isolinienabstand. Eingezeichnete Linien der Vertikalschnitte I, II und III in Abb. 4.20, Abb. 4.21 und Abb. 4.22.

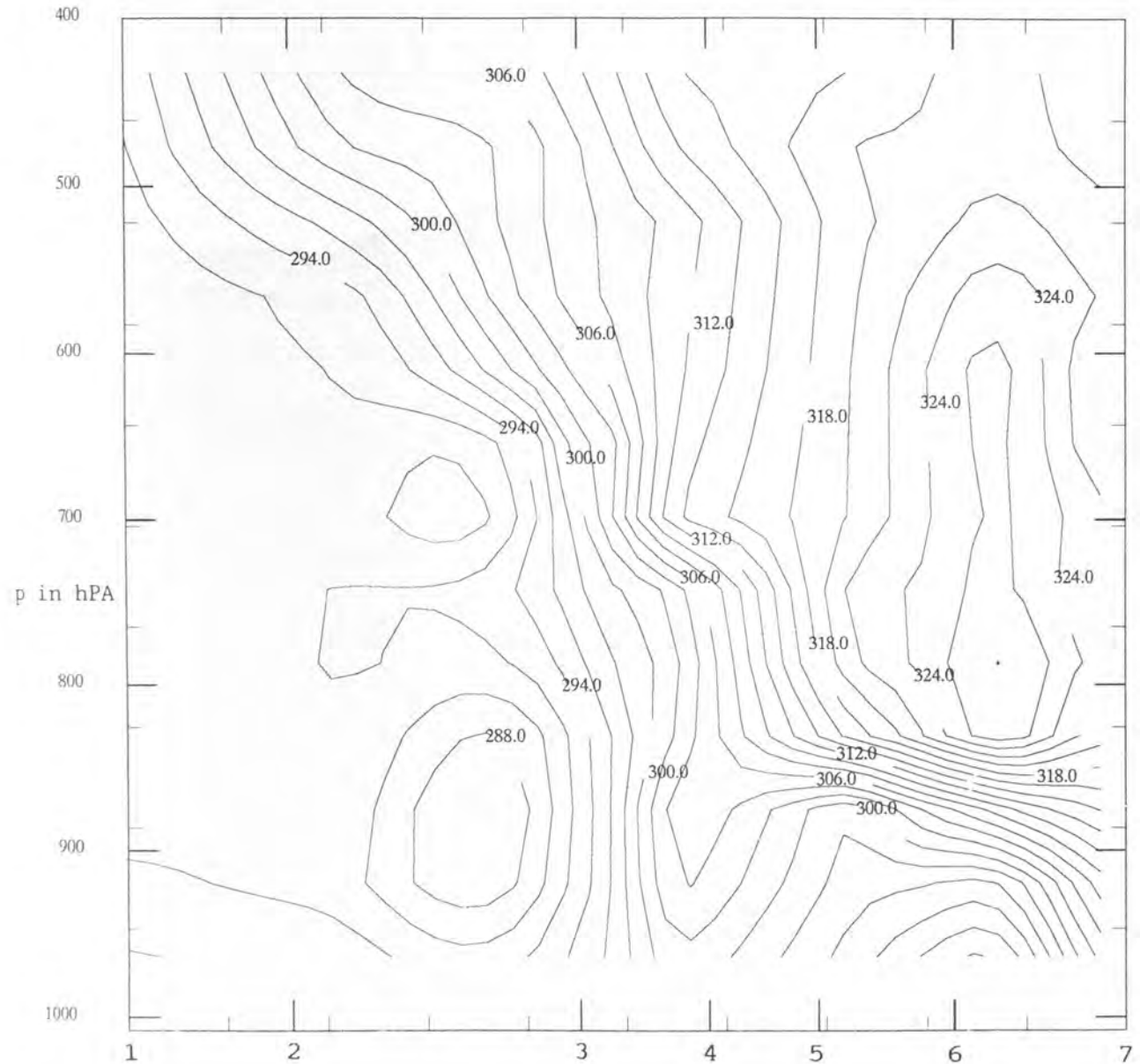


**Abb. 4.17** 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Vertikalschnitt der Temperatur entlang der in Abb. 4.15 eingezeichneten Linie mit 1 K Isolinienabstand. Striche auf der Abzisse kennzeichnen die Positionen der Stationen.

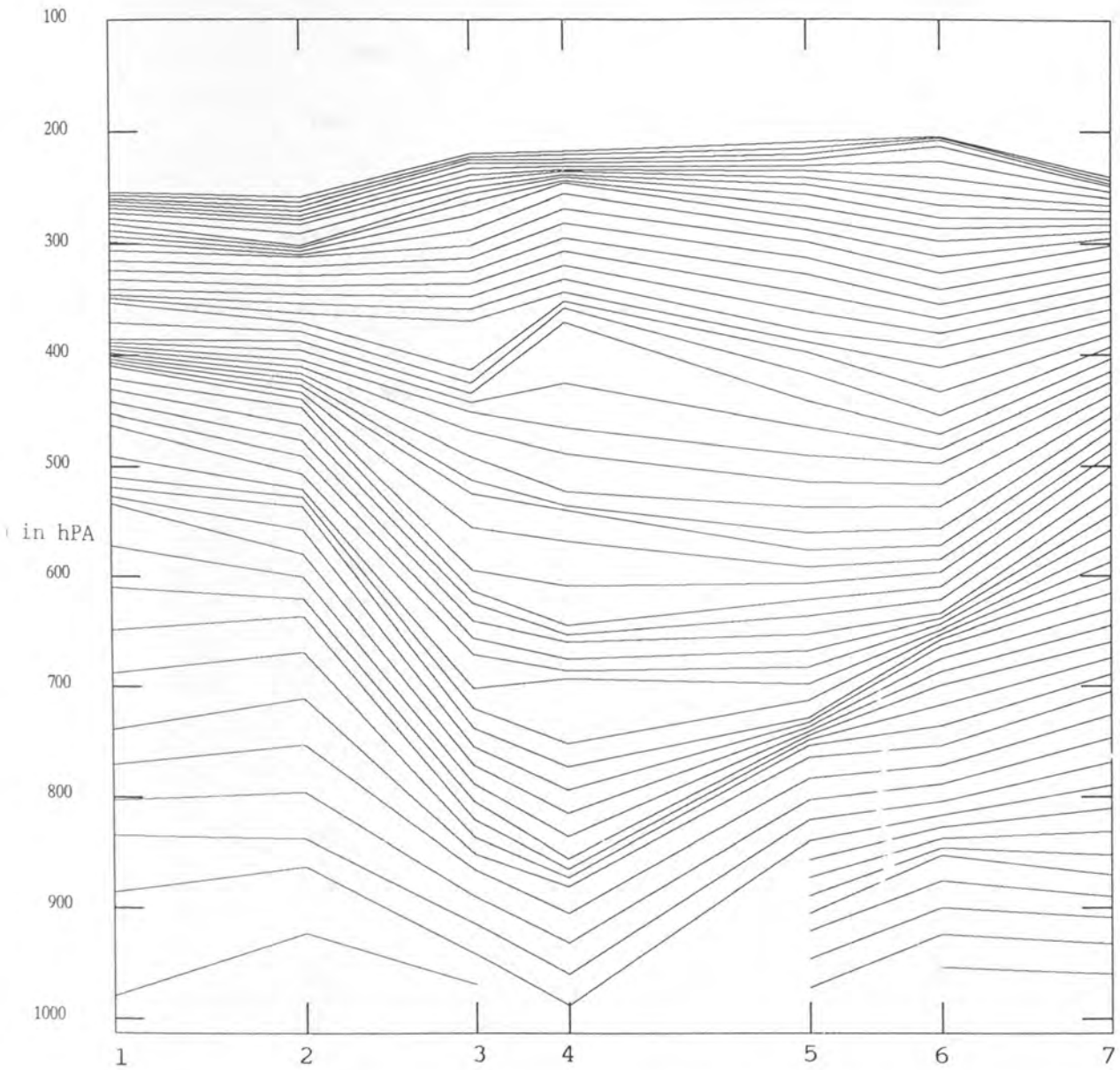


**Abb. 4.18** 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Vertikalschnitt der potentiellen Temperatur entlang der in Abb. 4.15 eingezeichneten Linie mit 1 K Isolinienabstand. Striche auf der Abzisse kennzeichnen die Positionen der Stationen.

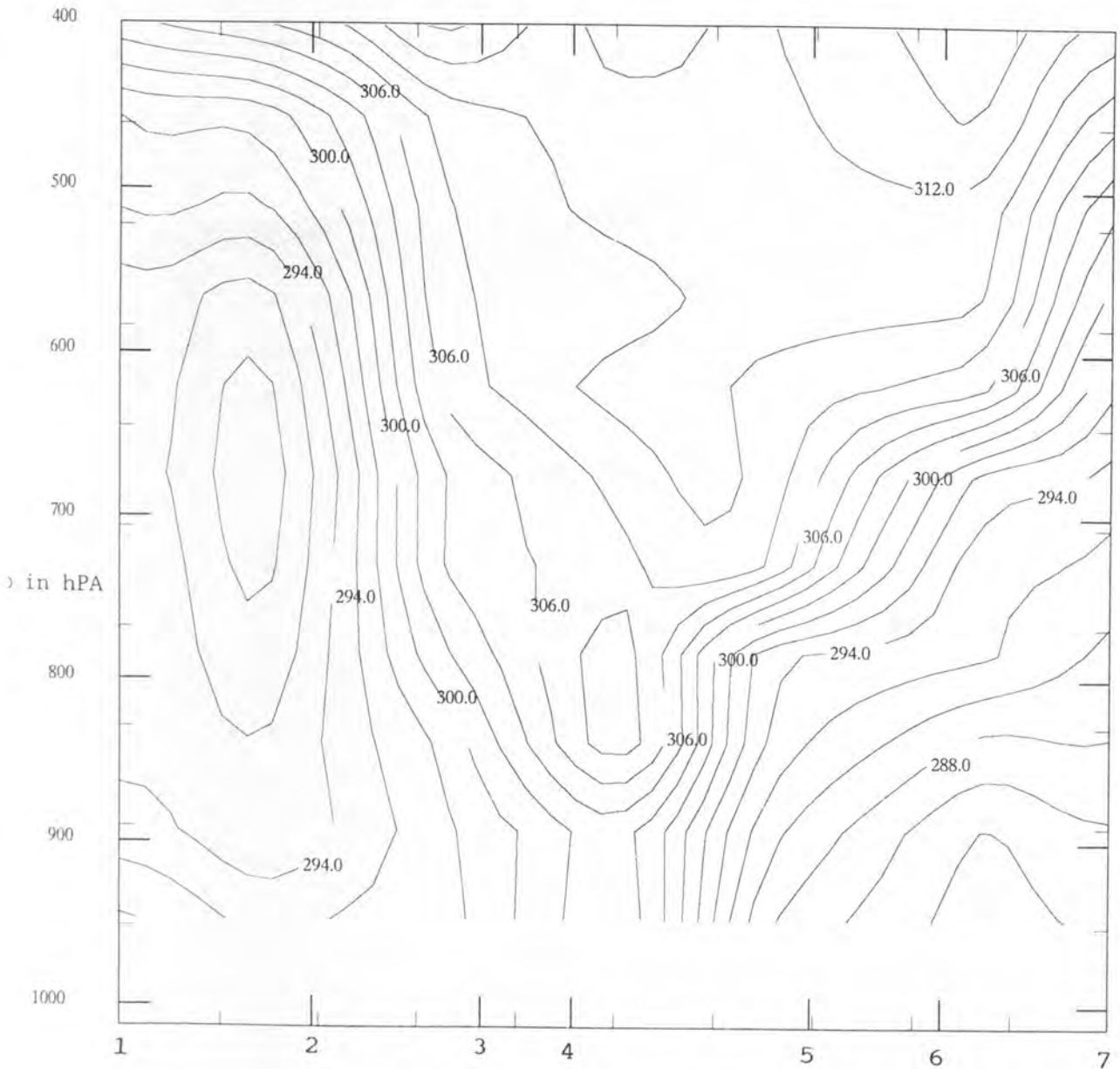




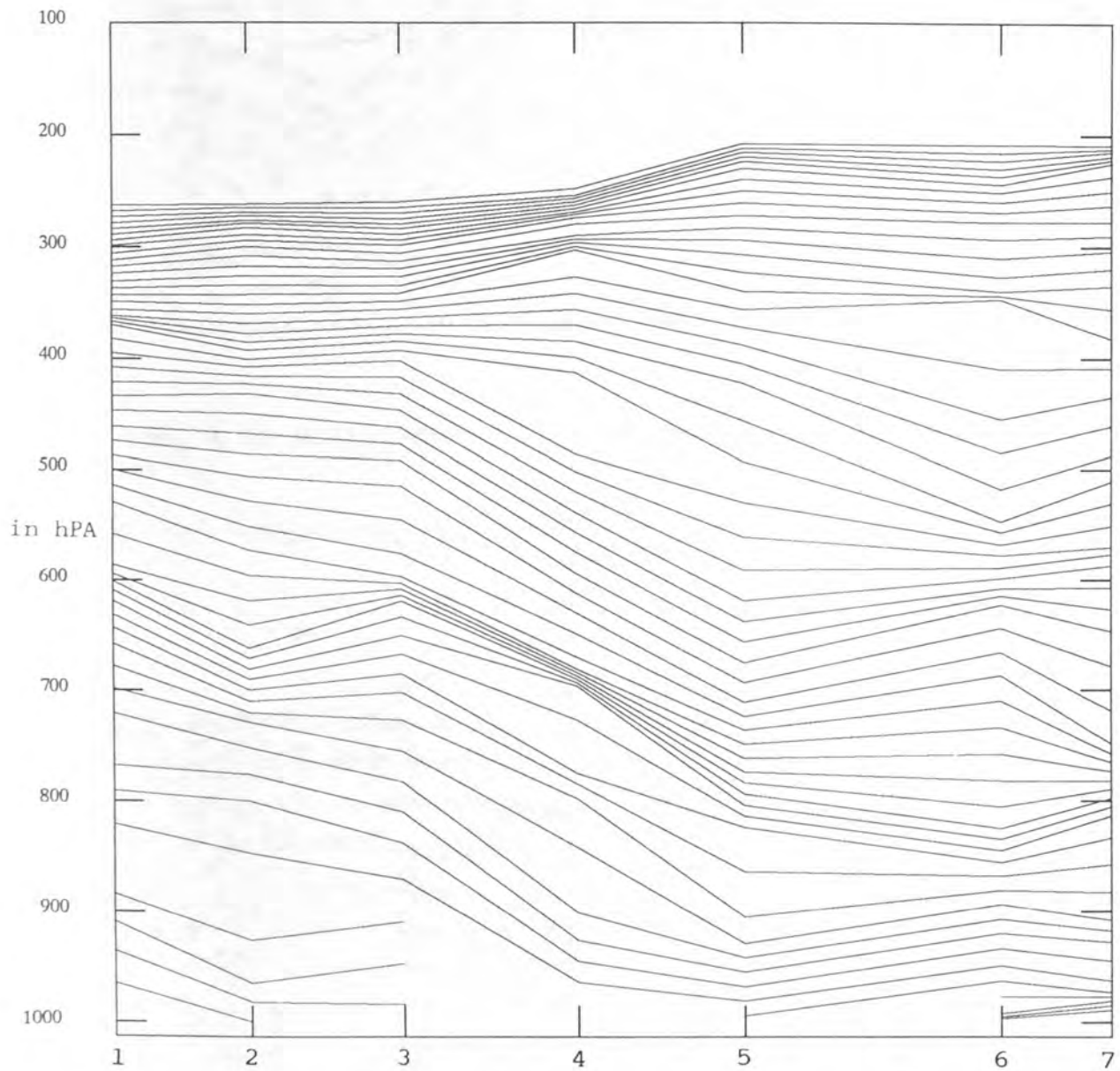
**Abb. 4.19** 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Vertikalschnitt der pseudopotentiellen Temperatur entlang der in Abb. 4.15 eingezeichneten Linie mit 2 K Isolinienabstand. Die langen Striche auf der Abzisse kennzeichnen die Positionen der Stationen.



**Abb. 4.20** 9.11.1986 0.<sup>oo</sup> h: Vertikalschnitt der potentiellen Temperatur entlang der in Abb. 4.16 eingezeichneten Linie I mit 1 K Isolinienabstand. Striche auf der Abzisse kennzeichnen die Positionen der Stationen.



**Abb. 4.21** 9.11.1986 0.<sup>00</sup> h: Vertikalschnitt der pseudo-potentiellen Temperatur entlang der in Abb. 4.16 eingezeichneten Linie I mit 2 K Isolinienabstand. Die langen Striche auf der Abzisse kennzeichnen die Positionen der Stationen.



**Abb. 4.22** 9.11.1986 0.<sup>00</sup> h: Vertikalschnitt der potentiellen Temperatur entlang der in Abb. 4.16 eingezeichneten Linie II mit 1 K Isolinienabstand. Striche auf der Abzisse kennzeichnen die Positionen der Stationen.

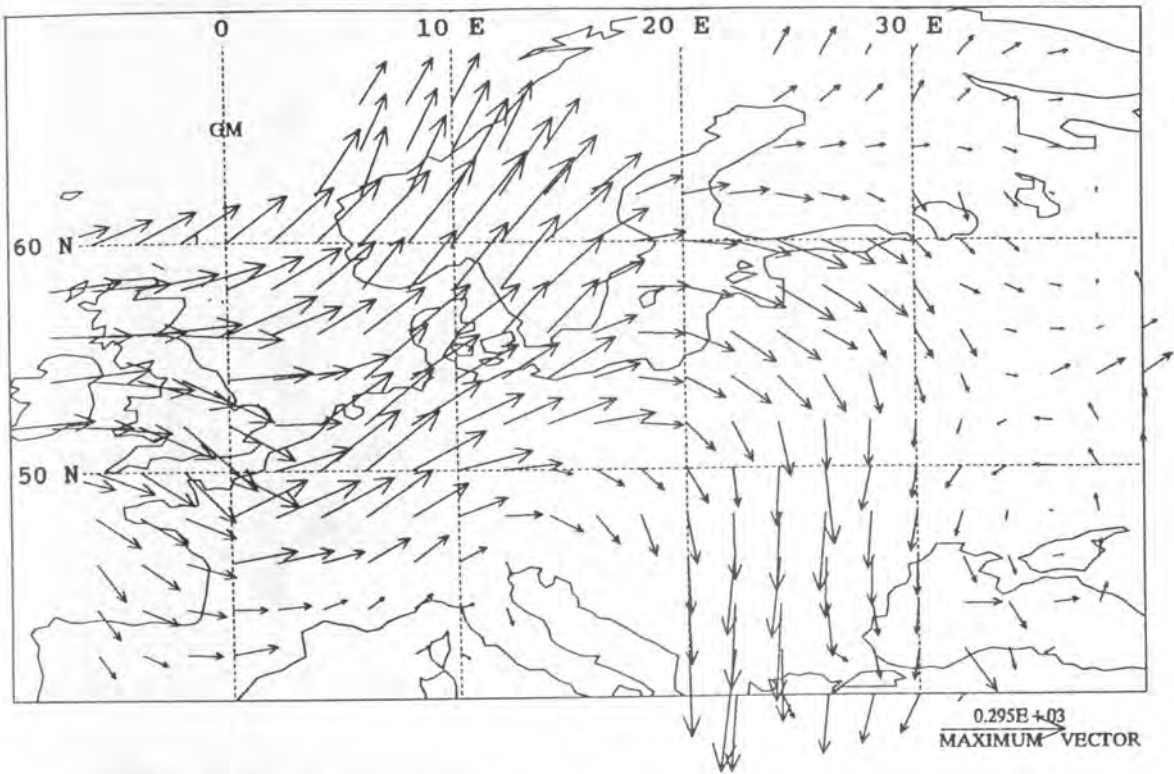


Abb. 4.23 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Windvektoren in 700 hPa in  $\text{ms}^{-1}$ .

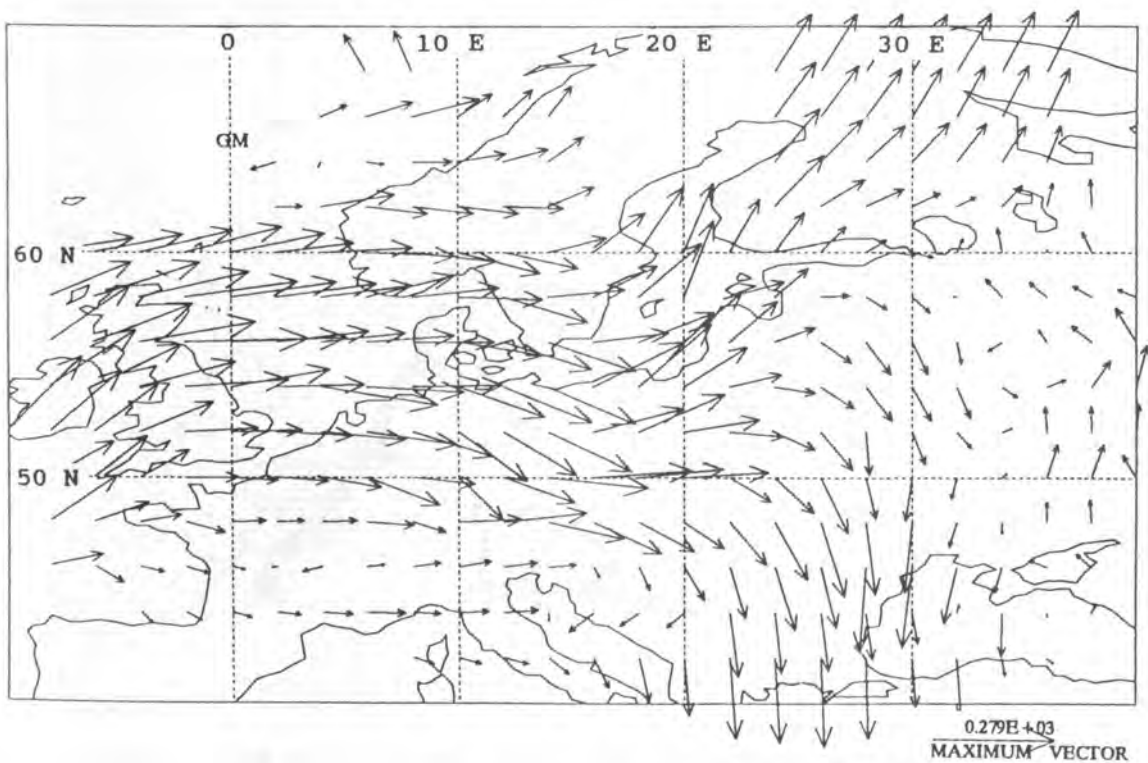


Abb. 4.24 9.11.1986 0.<sup>00</sup> h: Windvektoren in 700 hPa in  $\text{ms}^{-1}$ .

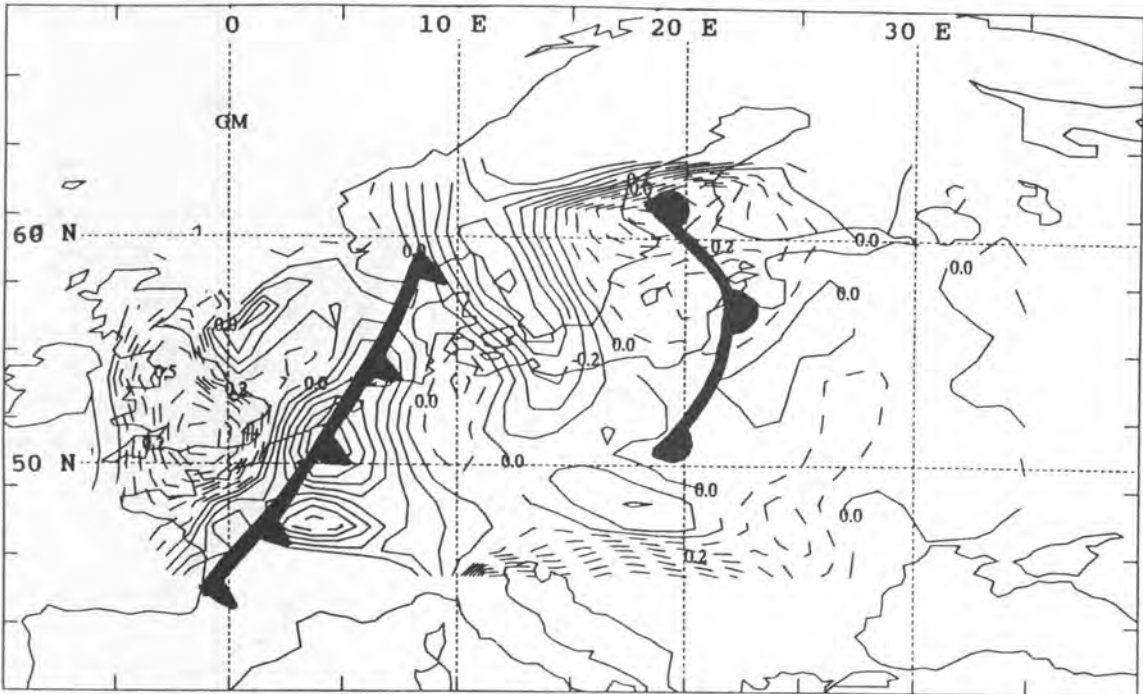


Abb. 4.25 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Vorticityadvektion in 700 hPa in  $10^{-8} \text{ s}^{-2}$ . Werte zwischen  $-0.48$  und  $0.72 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-2}$ . Isolinienabstand  $0.8 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-2}$ .

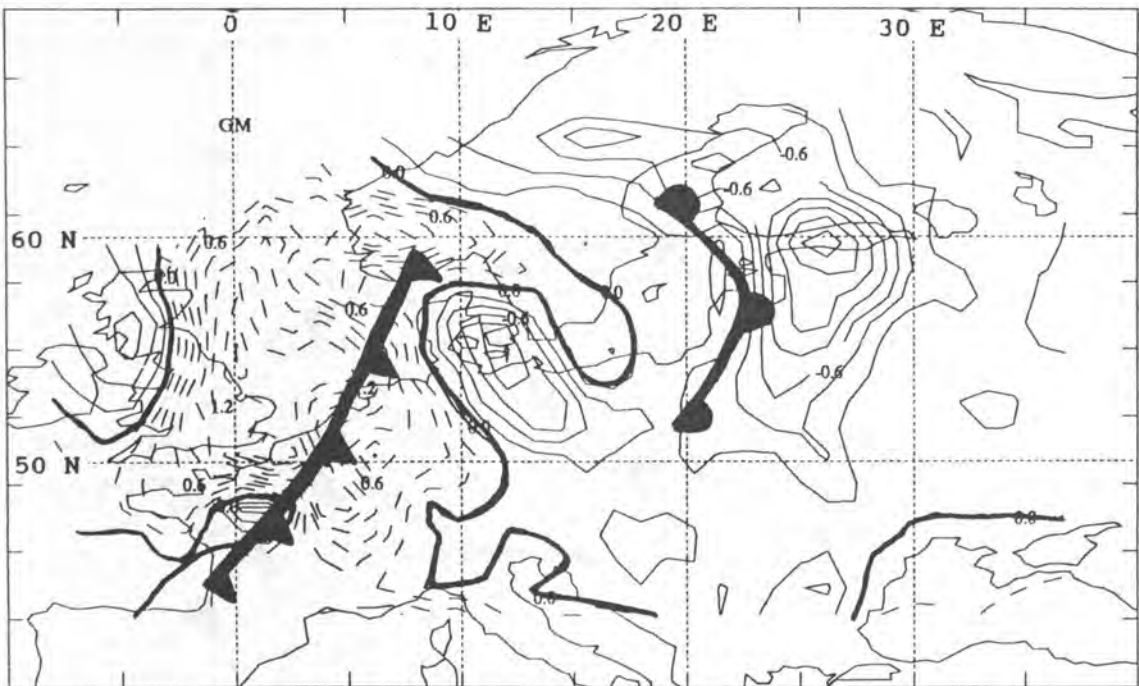


Abb. 4.26 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Temperaturadvektion in 700 hPa in  $\text{Kh}^{-1}$ . Werte zwischen  $-1.4$  und  $1.8 \text{ Kh}^{-1}$ . Isolinienabstand  $0.2 \text{ Kh}^{-1}$ .

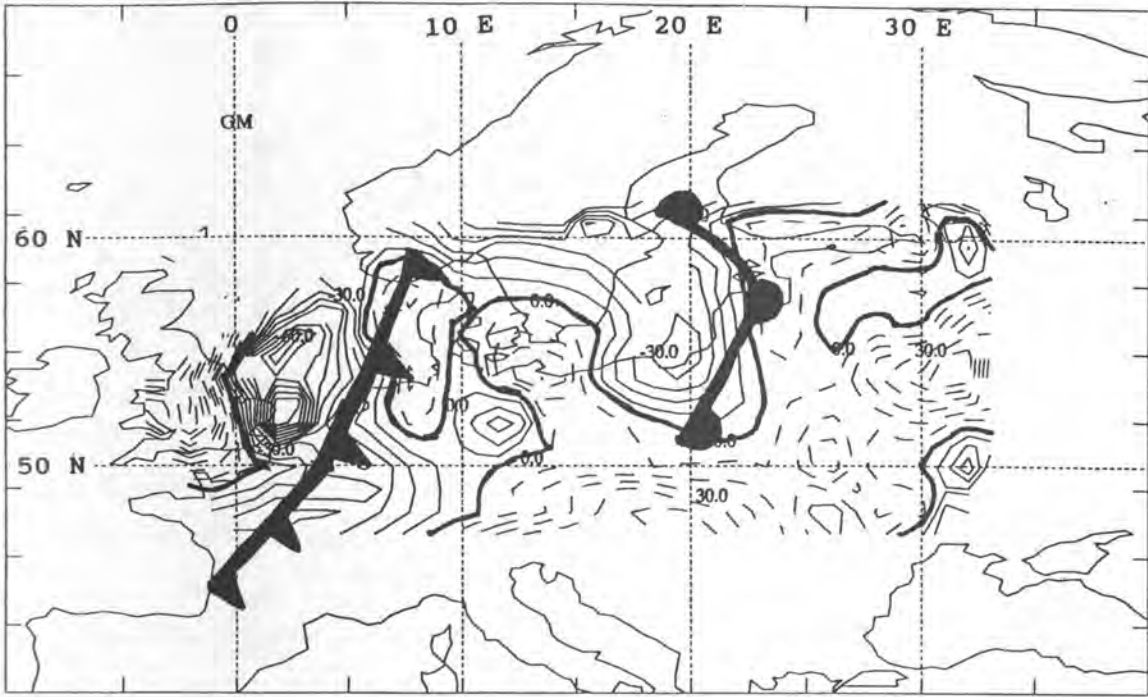


Abb. 4.27 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Differentielle Vorticityadvektion multipliziert mit dem Faktor  $f \theta_0 g^{-1}$  in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte zwischen  $-120$  und  $110 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $10 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

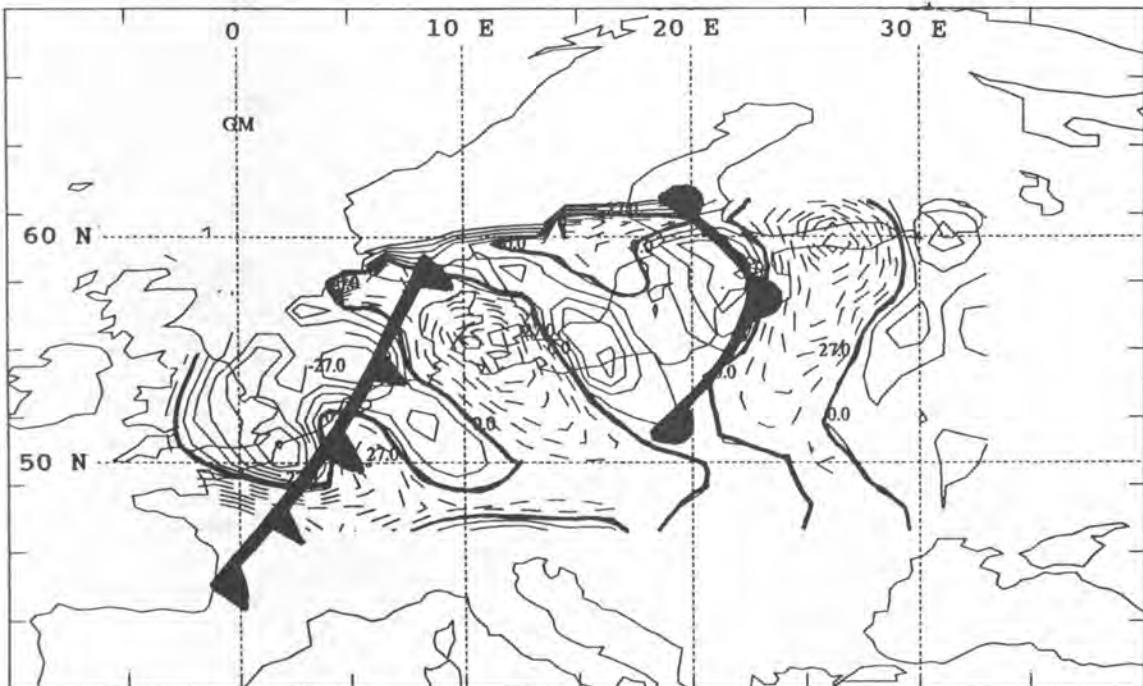


Abb. 4.28 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Laplace der Temperaturadvektion in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte zwischen  $-54$  und  $90 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $9 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

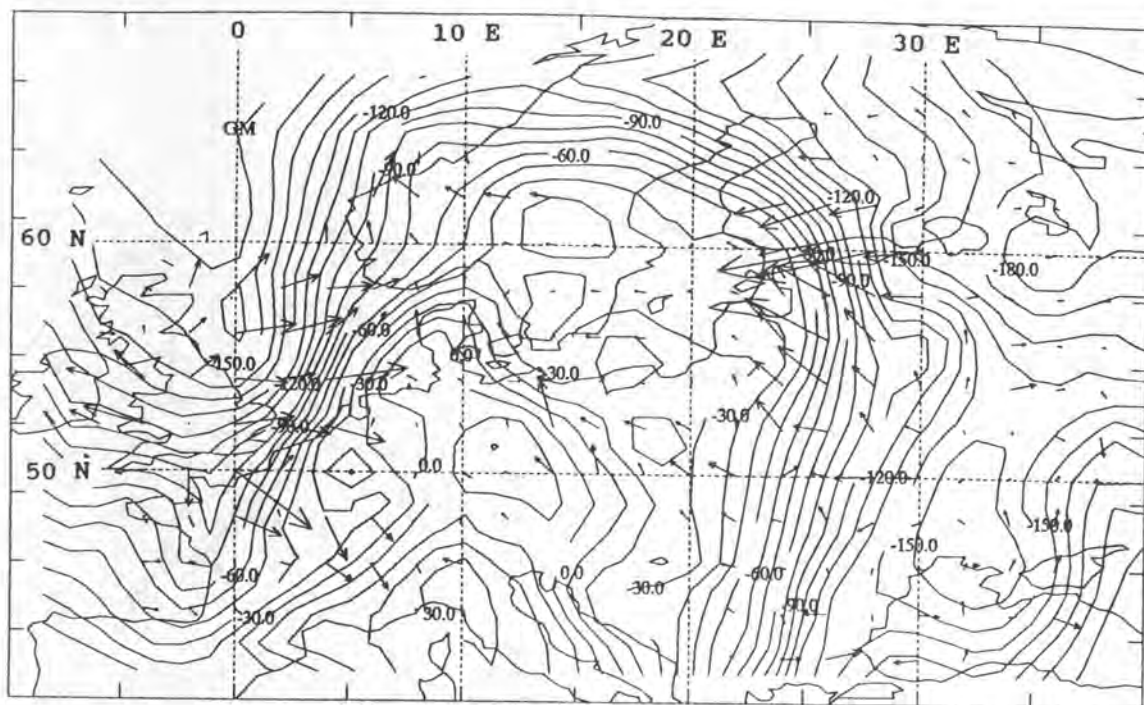


Abb. 4.29 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Isothermen in 700 hPa des originalen Datenfeldes in  $1/10^{\circ}\text{C}$  mit  $1^{\circ}\text{C}$  Isolinienabstand und Q-Vektoren in  $\text{Km}^{-1}\text{s}^{-1}$ .

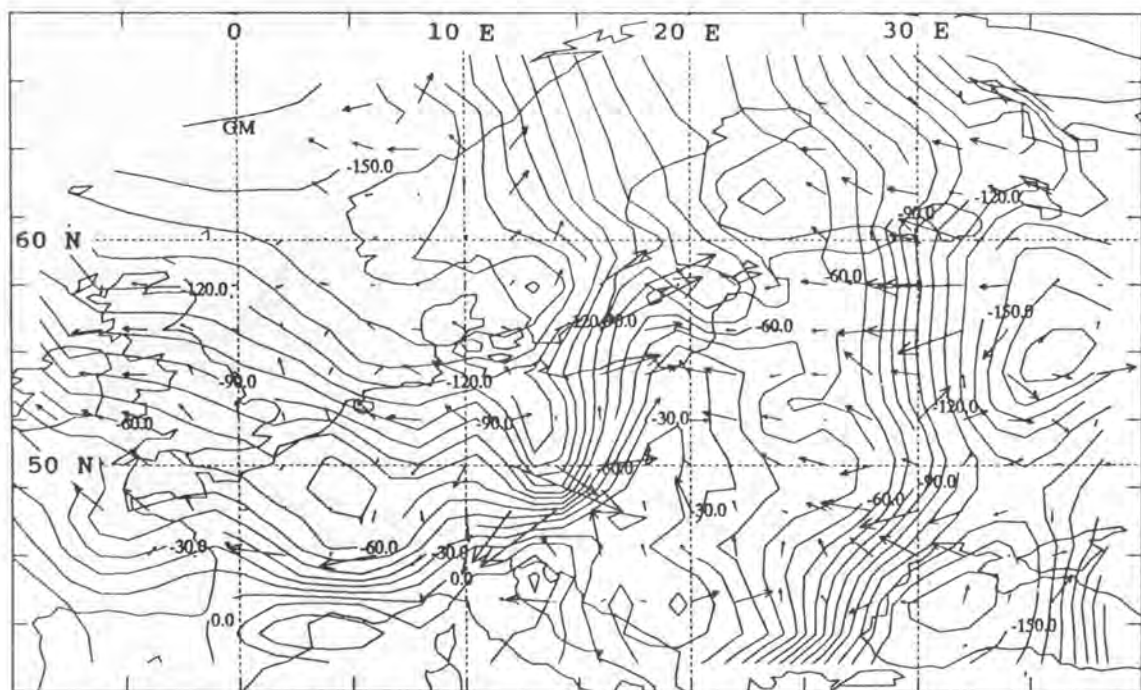


Abb. 4.30 9.11.1986 0.<sup>00</sup> h: Isothermen in 700 hPa des originalen Datenfeldes in  $1/10^{\circ}\text{C}$  mit  $1^{\circ}\text{C}$  Isolinienabstand und Q-Vektoren in  $\text{Km}^{-1}\text{s}^{-1}$ .



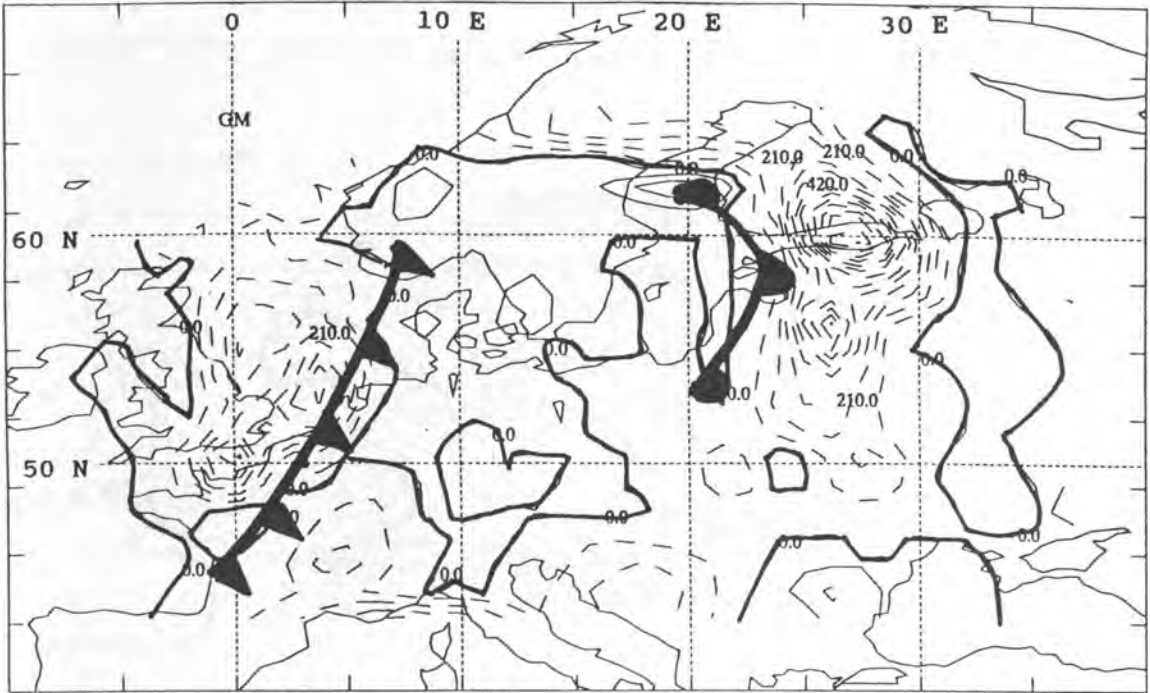


Abb. 4.31 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Skalare Frontogenese-Funktion (Q-Vektor skalar mit  $\nabla\theta$  multipliziert) in 700 hPa in  $10^{-16} \text{ K}^2\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Werte zwischen  $-140$  und  $980 \cdot 10^{-16} \text{ K}^2\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $70 \text{ K}^2\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

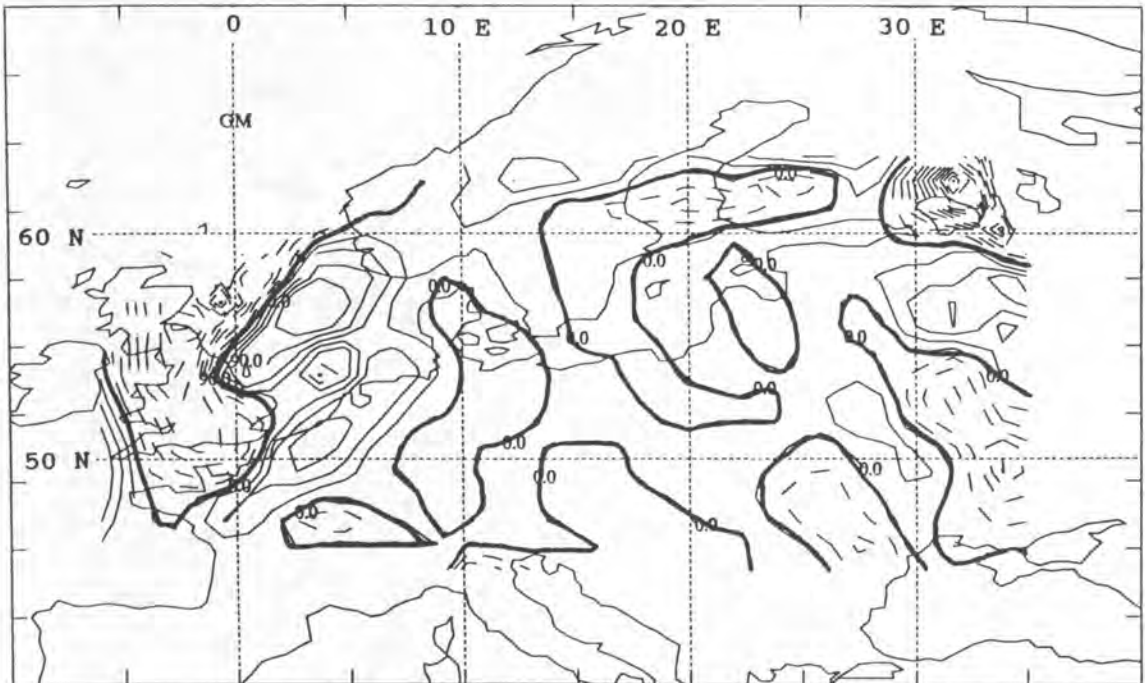


Abb. 4.32 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Divergenz des Q-Vektors in 500 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Werte zwischen  $-120$  und  $390 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $30 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

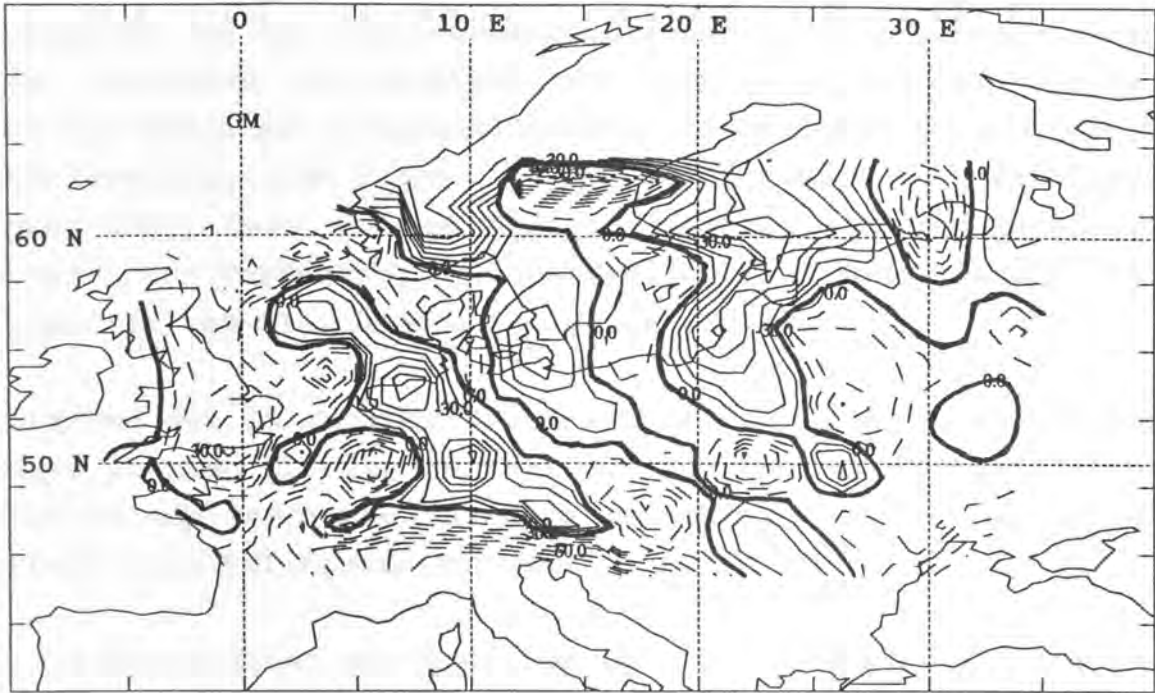


Abb. 4.33 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Divergenz des Q-Vektors in 850 hPa in  $10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Werte zwischen  $-60$  und  $90 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Isolinienabstand  $10 \cdot 10^{-16} \text{ Km}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

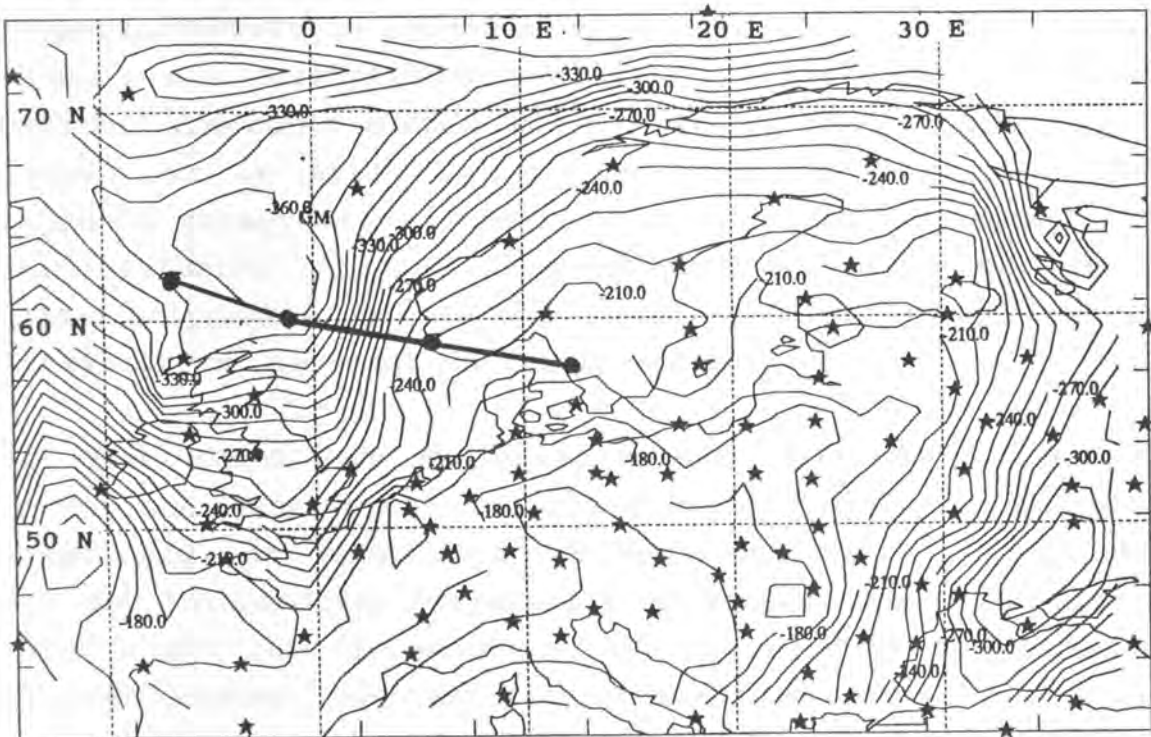


Abb. 4.34 8.11.1986 12.<sup>00</sup> h: Isothermen in 500 hPa des originalen Datenfeldes in  $1/10^\circ\text{C}$  mit  $1^\circ\text{C}$  Isolinienabstand. Eingezeichnete Linie eines Vertikalschnitts.

## 5. Zusammenfassende Schlußbetrachtungen

Ausgehend von der quasi-geostrophischen Theorie wurden verschiedene Parameter zur Analyse des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes auf der Basis der  $\omega$ -Gleichung unter Verwendung unterschiedlicher Antriebsterme und Parameter zur Beschreibung der Frontogenese untersucht. Dazu standen Radiosondendaten aus dem Europäischen Bereich zur Verfügung, die interpoliert und danach mit Hilfe der aufgestellten Gleichungen analysiert wurden.

Aufgrund der in Kapitel 4.2 erwähnten häufigen Hochdruckwetterlagen konnten mit den zur Verfügung stehenden Datensätzen keine statistisch fundierten Aussagen getroffen werden, so daß diese Arbeit eine Fallstudie darstellt.

Die verschiedenen Möglichkeiten der Darstellung des Vertikalgeschwindigkeitsantriebs wurden miteinander verglichen und bezüglich ihrer Konsistenz gegenüber meteorologischen Prozessen bewertet. Da ab August 1990 die Divergenz des Q-Vektors und eine skalare Frontogenese-Funktion in die Karte der Vorticity- und Temperaturadvektion aufgenommen wurden, erhalten diese Untersuchungen ein zusätzliches Gewicht. Die Vorteile, die einzelne Darstellungsformen bieten, sind nicht auf theoretischer Ebene zu suchen, da in allen Fällen die quasi-geostrophische Theorie zugrunde gelegt wird, sondern sind auf rein praktische Gründe zurückzuführen (Annahme linearer Änderung eines Parameters in einem Gitternetz, Anzahl der Gradientenberechnungen für einen Antriebsterm, Informationsgehalt eines Parameters).

Bei stark barokliner Schichtung ist die Anwendung der quasi-geostrophisch genäherten Vorticitygleichung und der  $\omega$ -Gleichung fragwürdig, da aufgrund einer Skalenanalyse der Rotationsterm und der Solenoidterm vernachlässigt werden. Damit ist aber auch eine Grenze für die Anwendung der  $\omega$ -Gleichung auf Prozesse an Fronten gegeben. Das Vertikalgeschwindigkeitsfeld, das im Rahmen der quasi-geostrophischen Theorie mit Hilfe der Divergenz des Q-Vektors dargestellt werden kann, ist weiteren, modifizierenden Effekten unterworfen (freiwerden latenter Energie, Abhängigkeit

von der Schichtungsstabilität).

Insgesamt können die hier dargestellten Ergebnisse dahingehend interpretiert werden, daß Advektionskarten, wie sie bisher für das 500 hPa-Niveau schon zur Verfügung standen, nur unzureichend Auskunft über die Struktur des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes geben. Deshalb ist es in jedem Fall nötig, zusätzlich einen Parameter zur Darstellung des Vertikalgeschwindigkeitsantriebes einzuführen. Da die Divergenz des Q-Vektors im 700 hPa-Niveau als direkte Darstellungsform des Vertikalgeschwindigkeitsantriebes deutlicher die Struktur der Vertikalbewegung an Fronten zeigte als der konventionelle Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung, ist die Einführung der Divergenz des Q-Vektors in die Synoptik durchaus gerechtfertigt (auch wenn die Verkleinerung der einzelnen Karten die Analyse der Ergebnisse sehr beeinträchtigt). Dieser Vorteil liegt darin begründet, daß zur Berechnung der Divergenz des Q-Vektors weniger horizontale und keine vertikale Gradienten (wie bei der differentiellen Vorticityadvektion) berechnet werden müssen und somit die fehlerhafte Annahme der linearen Änderung eines Parameters zwischen zwei Punkten nicht so häufig verwendet wird.

Als indirekte Form eines Vertikalgeschwindigkeitsantriebes bietet sich der Q-Vektor zusammen mit Isothermen im 700 hPa-Niveau an. Die Vektorform liefert bezüglich des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes ausreichende Informationen und hat den Vorteil, daß der Q-Vektor einer Vektor-Frontogenese-Funktion entspricht, die in Zusammenhang mit dem Temperaturfeld hinsichtlich der Frontenentwicklung ausgewertet werden kann. Dies beinhaltet sowohl frontogenetische Prozesse (Verstärkung des Temperaturgradienten) als auch die räumliche Drehung des Temperaturgradienten entlang der gesamten Front. Die hier untersuchten Fälle zeigten Übereinstimmung zwischen den durch die Vektor-Frontogenese-Funktion implizierten zeitlichen und der tatsächlichen zeitlichen Entwicklungen der Frontensysteme.

Somit konnte im Rahmen dieser Arbeit den unterschiedlichen Indikatoren für das Vertikalgeschwindigkeitsfeld ein Stellenwert für

die Nutzung innerhalb der Synoptik zugeordnet werden und es kristalisierte sich eine Darstellungsform für den Vertikalgeschwindigkeitsantrieb heraus, die mehr Information durch die Einbeziehung einer detaillierten Frontogenese-Funktion gewährleistet.

## Anhang A:

### A.1 Die Vertikalkoordinate z

Ausgangspunkt der neu abgeleiteten Vertikalkoordinate ist die Bewegungsgleichung für die vertikale Windgeschwindigkeit  $w$ . Durch Skalenanalyse der einzelnen Terme werden die Corioliskraft, die Reibungskraft und das totale Differential der Vertikalgeschwindigkeit vernachlässigt und es dient somit als Ausgangsgleichung die hydrostatische Grundgleichung

$$\frac{dp}{dh} = -g\rho \quad \Leftrightarrow \quad dh = -\frac{1}{g\rho} dp$$

bzw. nach Verwendung der Gasgleichung

$$dh = -\frac{RT}{gp} dp$$

Unter Verwendung der Definition der potentiellen Temperatur folgt

$$dh = -\frac{R\theta}{gp} \left(\frac{p}{p_0}\right)^\kappa dp \quad \text{mit} \quad \kappa = \frac{R}{c_p}$$

Für adiabatische Vorgänge ist  $\theta = \theta_0 = \text{konst.}$ , damit folgt

$$dh = -\frac{R\theta_0}{gp_0^\kappa} p^{\kappa-1} dp$$

und nach Integration in den Grenzen  $z$ ,  $z_0 = 0$ ,  $p_0$ ,  $p$

$$z = \frac{R\theta_0}{g\kappa} \left(1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^\kappa\right)$$

Die so hergeleitete Vertikalkoordinate  $z$  stellt die geometrische Höhe einer trockenadiabatisch geschichteten Atmosphäre dar. Da in der aktuellen Atmosphäre die potentielle Temperatur im allgemeinen mit der Höhe zunimmt wird die Höhe durch die Vertikalkoordinate  $z$  gegenüber der geometrischen Höhe zu niedrig angegeben.

A.2 Es soll gelten

$$f \frac{\partial \zeta_E}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \nabla_h^2(\theta) \quad .$$

Mit der Definition der geostrophischen relativen Vorticity  $\zeta_E$

$$\zeta_E = \frac{\partial v_E}{\partial x} - \frac{\partial u_E}{\partial y}$$

gilt für die vertikale Scherung der relativen Vorticity

$$\frac{\partial \zeta_E}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial v_E}{\partial x} - \frac{\partial u_E}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v_E}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u_E}{\partial z} \right)$$

und mit der thermischen Wind Relation

$$f \frac{\partial u_E}{\partial z} = - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad \text{und} \quad f \frac{\partial v_E}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

gilt

$$f \frac{\partial \zeta_E}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \nabla_h^2(\theta)$$

A.3 Es ist zu beweisen, daß der Term

$$f \vec{v}_E \cdot \nabla \left( \frac{\partial \zeta_E}{\partial z} \right)$$

in den beiden Antriebstermen der  $\omega$ -Gleichung vorhanden sind. Es gilt für die differentielle Vorticityadvektion

$$f \frac{\partial}{\partial z} (\vec{v}_E \cdot \nabla (\zeta_E)) = f \frac{\partial}{\partial z} (\vec{v}_E) \cdot \nabla (\zeta_E) + f \vec{v}_E \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\nabla (\zeta_E))$$

und wegen der linearen Unabhängigkeit der horizontalen von der vertikalen Koordinate

$$= f \frac{\partial}{\partial z} (\vec{v}_E) \cdot \nabla (\zeta_E) + \underline{f \vec{v}_E \cdot \nabla \left( \frac{\partial \zeta_E}{\partial z} \right)} \quad .$$

Für den Laplace der Temperaturadvektion ergibt sich

$$- \frac{g}{\theta_0} \nabla^2 (\vec{v}_E \cdot \nabla (\theta)) = - \frac{g}{\theta_0} \nabla (\theta) \cdot \nabla^2 (\vec{v}_E) - \frac{g}{\theta_0} \vec{v}_E \cdot \nabla^2 (\nabla (\theta))$$

$$= - \frac{g}{\theta_0} \nabla(\theta) \nabla^2(v_E) - \frac{g}{\theta_0} \vec{v}_E \cdot \nabla(\nabla^2(\theta)) .$$

Mit A.2 gilt weiter

$$\begin{aligned} &= - \frac{g}{\theta_0} \nabla(\theta) \nabla^2(\vec{v}_E) - \frac{g}{\theta_0} \vec{v}_E \cdot \nabla \left( \frac{\theta_0 f}{g} \frac{\partial r_E}{\partial z} \right) \\ &= - \frac{g}{\theta_0} \nabla(\theta) \cdot \nabla^2(v_E) - \underline{f \vec{v}_E \cdot \nabla \left( \frac{\partial r_E}{\partial z} \right)} . \end{aligned}$$

A.4 Es soll bewiesen werden, daß

$$- f \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial z} \cdot \nabla(v_E) = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial x} \cdot \nabla(\theta) = - \frac{g}{\theta_0} Q_1$$

gilt. Betrachtet man

$$- f \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial z} \cdot \nabla(v_E) = - f \frac{\partial u_E}{\partial z} \frac{\partial v_E}{\partial x} - f \frac{\partial v_E}{\partial z} \frac{\partial v_E}{\partial y}$$

so ergibt sich unter Verwendung der Definition des thermischen Windes

$$f \frac{\partial u_E}{\partial z} = - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad \text{und} \quad f \frac{\partial v_E}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

gilt

$$= \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial v_E}{\partial x} - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial v_E}{\partial y}$$

und schließlich

$$= \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial v_E}{\partial x} - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \quad \text{mit } \Phi \text{ als Geopotential.}$$

Aufgrund linearer Unabhängigkeit können Differentiationen nach x und y vertauscht werden und es gilt

$$= \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial u_E}{\partial x} + \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial v_E}{\partial x} = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \vec{v}_E}{\partial x} \cdot \nabla(\theta)$$



Anhang B:

B.1 Zeige, daß der konventionelle Antriebsterm der  $\omega$ -Gleichung auch als Divergenz eines Vektors geschrieben werden kann.

a) Aus

$$2 \frac{g}{\theta_0} \nabla_h \cdot \left[ \frac{f\theta_0}{2g} \frac{\partial}{\partial z} (\vec{v}_E \zeta_E) \right]$$

folgt

$$f \nabla_h \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial z} (\vec{v}_E \zeta_E) \right]$$

durch Ausklammern konstanter Faktoren. Wegen der linearen Unabhängigkeit der z- von der x- bzw. y-Koordinate, können die Differentiationen vertauscht werden.

$$f \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_h \cdot (\vec{v}_E \zeta_E))$$

Weiter gilt

$$f \frac{\partial}{\partial z} (\zeta_E (\nabla \cdot \vec{v}_E) + \vec{v}_E \cdot \nabla \zeta_E)$$

und wegen der Divergenzfreiheit des geostrophischen Windes die in (16) angeführte differentielle Vorticityadvektion.

b) Da der Laplace als die Divergenz des Gradienten einer skalaren Größe definiert ist, folgt aus

$$2 \frac{g}{\theta_0} \nabla_h \cdot \left[ \frac{1}{2} \nabla_h (\vec{v}_E \cdot \nabla_h \theta) \right]$$

direkt der in (16) enthaltene Laplace der Temperaturadvektion. Da die Divergenz kommutativ bezüglich der Addition zweier Vektoren ist, konnte die getrennte Betrachtung der Terme der konventionellen  $\omega$ -Gleichung gemacht werden.

B.2 Die pseudo- bzw. feuchtpotentielle Temperatur wurde durch Rossby (1932) definiert als

$$\theta_{ps} = \theta (1 + 1.604 \kappa M) \exp\left(\frac{M L}{(c_p)_1 T}\right)$$

mit den Definitionen

M in kg kg <sup>-1</sup>	wasserförmiger Anteil der Luft
L in cal g <sup>-1</sup>	Verdunstungswärme ( = 597.3 - 0.569t)
(c <sub>p</sub> ) <sub>1</sub> in cal g <sup>-1</sup>	spezifische Wärme bei konstantem Druck für feuchte Luft ( = 0.241 cal g <sup>-1</sup> )
κ	Verhältnis der spezifischen Wärmen für trockene Luft bei konstantem Druck und konstantem Volumen (c <sub>p</sub> /c <sub>v</sub> ).

Anhang C: Liste der im Text verwendeten Symbole

$c_p$	in $J K^{-1} kg^{-1}$	spezifische Wärme für trockene Luft ( = $1004 J K^{-1} kg^{-1}$ )
$(c_p)_1$	in $cal g^{-1}$	spezifische Wärme bei konstantem Druck für feuchte Luft ( = $0.241 cal g^{-1}$ )
$D$	in $s^{-1}$	Horizontaldivergenz
$E$	in $s^{-1}$	Horizontaledeformation
$E_{sh}$	in $s^{-1}$	Scherungsdeformation
$E_{st}$	in $s^{-1}$	Dehnungsdeformation
$f$	in $s^{-1}$	Coriolisparameter
$f_0$	in $s^{-1}$	Coriolisparameter für $45^\circ N$ ( = $1.03 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ )
$F$	in $K m^{-1} s^{-1}$	Vektor-Frontogenese-Funktion (32)
$F_n$	in $K m^{-1} s^{-1}$	Komponente der Vektor-Frontogenese-Funktion parallel zum Temperaturgradienten
$F_s$	in $K m^{-1} s^{-1}$	Komponente der Vektor-Frontogenese-Funktion senkrecht zum Temperaturgradienten
$g$	in $m s^{-2}$	Gravitationsbeschleunigung der Erde auf NN ( = $9.81 m s^{-2}$ )
$h$	in $m$	geometrische Höhe
$H_s$	in $m$	Skalenlänge der Atmosphäre in z-Koordinaten
$k$		vertikaler Einheitsvektor
$L$	in $cal g^{-1}$	Verdunstungswärme ( = $597.3 - 0.569t$ )
$M$	in $kg kg^{-1}$	wasserförmiger Anteil der Luft
$p$	in $hPa$	Druck
$p_0$	in $hPa$	Druck eines Referenzniveaus
$Q$	in $K m^{-1} s^{-1}$	Q-Vektor (25), (26)
$Q_1$	in $K m^{-1} s^{-1}$	x-Komponente des Q-Vektors (25)
$Q_2$	in $K m^{-1} s^{-1}$	y-Komponente des Q-Vektors (26)
$r$	in $kg m^{-3}$	Pseudodichte in z-Koordinaten (5)
$R$	in $J K^{-1} kg^{-1}$	Gaskonstante für trockene Luft ( = $287 J K^{-1} kg^{-1}$ )
$u$	in $m s^{-1}$	Komponente der Windgeschwindigkeit in x-Rich- tung
$v$	in $m s^{-1}$	Komponente der Windgeschwindigkeit in y-Rich- tung
$\mathbf{v}$	in $m s^{-1}$	Vektor der Windgeschwindigkeit
$w$	in $m s^{-1}$	Komponente der Windgeschwindigkeit in z-Rich-

		tung
x	in m	ostwärts gerichtete Horizontalkoordinate
y	in m	nordwärts gerichtete Horizontalkoordinate
z	in m	druckabhängige Vertikalkoordinate
z <sub>a</sub>	in m	Höhe der Atmosphäre in z-Koordinaten
γ		Verhältnis der spezifischen Wärmen für trockene Luft
κ		Verhältnis der Gaskonstanten zur spezifischen Wärme bei konstantem Druck und konstantem Volumen für trocken Luft
Φ		Geopotential
ρ	in kg m <sup>-3</sup>	Dichte
ρ <sub>0</sub>	in kg m <sup>-3</sup>	Dichte auf einem Referenzniveau
θ	in K	potentielle Temperatur
θ <sub>0</sub>	in K	potentielle Temperatur auf einem Referenzniveau
θ <sub>ps</sub>	in K	pseudo- bzw. feuchtpotentielle Temperatur
ω	in kg m s <sup>-3</sup>	Vertikalgeschwindigkeit in isobaren Koordinaten dp/dt
ζ	in s <sup>-1</sup>	relative Vorticity (11)

Literaturverzeichnis

Barnes, S., 1985: Omega Diagnostics as a Supplement to LFM/MOS Guidance in Weakly Forced Convective Situations, Monthly Weather Review 113, S.2122-2141.

Bronstein, I.N., Semendjajew, K.A., 1983: Taschenbuch der Mathematik, 20. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun, 585 S.

Deutscher Wetterdienst, Zentralamt, 1990: Änderungen im FAX-Programm DCF 54, Az.: S1/50.22.00/90.

Hoinka, K.P., Volkert, H., 1987: The German Front Experiment 1987, Bulletin of the American Meteorological Society 68, S.1424-1427.

Holton, J.R., 1979: An Introduction to Dynamic Meteorology, 2nd Edition, Academic Press, New York (u.a.), 391 S.

Hoskins, B.J., Bretherton, F.P., 1972: Atmospheric Frontogenesis Models: Mathematical Formulation and Solution, Journal of the Atmospheric Sciences 29, S.11-37.

Hoskins, B.J., Draghici, I., Davies, H.C., 1978: A new look at the  $\omega$ -equation, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 104, S.31-38.

Hoskins, B.J., Pedder, M.A., 1980: The diagnosis of middle latitude synoptic development, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 106, S.707-719.

Keyser, D., Reeder, M.J., Reed, R.J., 1988: A Generalization of Petterssen's Frontogenesis Function and Its Relation to the Forcing of Vertical Motion, Monthly Weather Review 116, S.762-780.

Koch, S.E., 1984: The role of an apparent mesoscale frontogenetic circulation in squall line imitation, Monthly Weather Review 112, S.2090-2111.

Kurz, M., 1989: Zur Analyse und Diagnose der ersten beiden Fronten des Frontenexperiments der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), Meteorologische Rundschau 41, S.147-160.

National Center for Atmospheric Research (NCAR), 1987: NCAR Graphics User's Guide, Vers. 2.00, Boulder, 643 S.

Petterssen, S., 1936: Contribution to the theory of frontogenesis, Geophysical Publication 11(6), S.1-27.

Petterssen, S., 1956: Weather Analysis and Forecasting, Vol.1, Motion and Motion Systems. 2nd ed. McGraw-Hill, 428 S.

Pichler, H., 1984: Dynamik der Atmosphäre, 2. Auflage, Bibliographisches Institut, Zürich, 456 S.

Sanders, F., 1955: Investigation of the structure and dynamics of an intense surface frontal zone, Journal of Meteorology 12, S.542-552.

Sanders, F., 1986: Frontogenesis and symmetric stability in a major New England snowstorm, Monthly Weather Review 114, S.1847-1862.

Sanders, F., Bosart, L.F., 1985: Mesoscale structure in the megalopolitan snowstorm of 11-12 February 1983. Part I: Frontogenetical forcing and symmetric instability, Journal of the Atmospheric Sciences 42, S.1050-1061.

Saucier, W.J., 1955: Principles of Meteorological Analysis, The University of Chicago Press, 438 S.

Stone, P.H., 1966: Frontogenesis by horizontal wind deformation fields, Journal of the Atmospheric Sciences 23, S.455-465.

Williams, R.T., 1967: Atmospheric frontogenesis: A numerical experiment, *Journal of the Atmospheric Sciences* 24, S.627-641.

Williams, R.T., 1968: A note on quasi-geostrophic frontogenesis, *Journal of the Atmospheric Sciences* 25, S.1157-1159.

Williams, R.T., Plotkin, J., 1968: Quasi-geostrophic frontogenesis, *Journal of the Atmospheric Sciences* 25, S.201-206.

Wolfsberg, D.G., Emanuel, K.A., Passarelli, R.E., 1986: Band formation in a New England winter storm, *Monthly Weather Review* 114, S.1552-1569.

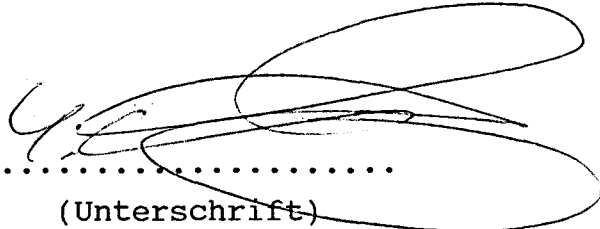
Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides Statt, daß ich meine Diplomarbeit

"Dynamische Parameter zur Bestimmung  
von Fronten und Frontogenese"

selbständig und ohne fremde Hilfe angefertigt habe,  
und daß ich alle von anderen Autoren wörtlich übernom-  
menen Stellen, wie auch die sich an die Gedanken ande-  
rer Autoren eng anlehenden Ausführungen meiner Arbeit  
besonders gekennzeichnet und die Quellen nach den mir  
im Prüfungsamt angegebenen Richtlinien zitiert habe.

Kiel, den 14. Januar 1991

  
.....  
(Unterschrift)



