

Copyright ©

Es gilt deutsches Urheberrecht.

Die Schrift darf zum eigenen Gebrauch kostenfrei heruntergeladen, konsumiert, gespeichert oder ausgedruckt, aber nicht im Internet bereitgestellt oder an Außenstehende weitergegeben werden ohne die schriftliche Einwilligung des Urheberrechtinhabers. Es ist nicht gestattet, Kopien oder gedruckte Fassungen der freien Onlineversion zu veräußern.

German copyright law applies.

The work or content may be downloaded, consumed, stored or printed for your own use but it may not be distributed via the internet or passed on to external parties without the formal permission of the copyright holders. It is prohibited to take money for copies or printed versions of the free online version.

Zum Spektrum der internen Wellen der Ostsee

VON WOLFGANG KRAUSS und LORENZ MAGAARD

Zusammenfassung: Es werden Strom- und Temperaturmessungen der Ostsee von fünf Stationen (Abb. 1) nach den Methoden von J. FUHRICH und J. W. TUKEY analysiert. Die Energiespektren der internen Bewegungen der Ostsee deuten generell auf diskrete Schwingungsvorgänge hin und haben keine Ähnlichkeit mit dem Spektrum der homogenen isotropen Turbulenz. Die analysierten langen Perioden lassen sich den Seiches und der Trägheitsschwingung zuordnen. Im kurzperiodischen Teil tritt eine starke Unruhe auf. Im mittleren Teil des Spektrums findet man für nahezu alle Regionen der Ostsee eine 5h bis 6h Welle.

Energy spectra of the internal movements of the Baltic Sea. (Summary): Current- and temperature records on five positions in the Baltic are analysed by the methods of J. FUHRICH and J. W. TUKEY. The spectra show energy concentrations at distinct periods and are not similar to the spectrum of homogeneous isotropic turbulence. The analysed long periods are interpreted as those of the seiches and the inertial oscillations. A 5^h — 6^h period generally occurs and may be due to crossoscillations of the Baltic. At the short periodic end of the spectrum between 1,5^m and 30^m, we find a very diffusive and variable energy band which can be interpreted as stability oscillations with the VÄISÄLÄ-period as their lower limit.

1. Das Beobachtungsmaterial

In einer Reihe von Arbeiten ist gezeigt worden, daß in der westlichen Ostsee ein breites Spektrum interner Wellen vorhanden ist, das sich von den langen Wellen der internen Seiches (I. HELA und W. KRAUSS 1959, W. KRAUSS 1960) bis zu den kurzen Stabilitätsschwingungen (G. NEUMANN 1949, K. KALLE 1953) mit der VÄISÄLÄperiode als unterster Grenze erstreckt. Dies ist theoretisch zu erwarten. Die internen Schwingungen sind die natürliche Reaktion eines geschichteten Mediums auf äußere Kräfte und müssen deshalb überall im geschichteten Meer vorhanden sein. Da die sommerliche Ostsee ein extrem stark geschichtetes Medium darstellt und die meteorologischen Verhältnisse in diesem Gebiet ein raumzeitlich variables Kraftfeld darstellen, eignet sie sich besonders gut zum Studium dieser Vorgänge.

Als Beobachtungsinstrumente dienten uns Beobachtungsmaste mit Strommessern und Thermometern (W. KRAUSS, 1960); ein Mast kann maximal 20 Meßinstrumente tragen. Die Registrierdauer hängt vom Energievorrat ab. Bei 6 Batterien à 180 Ah beträgt sie mit transistorisiertem Umformer ca. 13 Tage.

Als Meßwertfolge (Abstand zwischen 2 Meßpunkten desselben Meßwertgebers) wurde meist 11,6^m gewählt. Der minimale Abstand, der bisher verwendet wurde, beträgt 40^s. Er läßt sich mit der vorhandenen Anlage bis auf 8^s reduzieren.

Im Gebiet der Ostsee wurden Beobachtungsmaste bisher in folgenden Regionen ausgesetzt (Abb. 1):

- a) Finnischer Meerbusen (August 1960)
- b) Westliches Gotland-Becken (August 1960)
- c) Arkona-Becken (Juli/August 1959, August 1961)
- d) Darsser Schwelle (März 1960)
- e) Westliche Ostsee (November 1959, April 1961)

Die Messungen dienten z. T. noch der Erprobung von Instrumenten und technischen Methoden; die gewonnenen Meßreihen sind deshalb nur teilweise zur Auswertung herangezogen worden. Insbesondere erfüllen sie meist nur unbefriedigend die Bedin-

gungen für eine optimale Analyse. Es kann jedoch mit ihnen bereits eine grobe Übersicht über die internen Schwingungsformen in der Ostsee gegeben werden.

2. Die Analyse der Meßreihen

Die Analyse der Meßreihen erfolgte sowohl nach der Methode von J. FUHRICH (1933) als auch nach der von J. W. TUKEY (1949).

2. 1. Das Verfahren von J. FUHRICH

Die gegebene Meßreihe aus äquidistanten Werten Y_v einer Funktion $Y(t)$ wird zunächst durch Bildung von $y_v = Y_v - \bar{Y}$ normalisiert, wobei \bar{Y} das arithmetische Mittel der Y_v ist. Aus den y_v werden sukzessive neue Reihen $y_{v^{(1)}}$, $y_{v^{(2)}}$, ..., $y_{v^{(s)}}$, ... ($v^{(s)} = 1, 2, \dots, N^{(s)}$), die sogenannten Transformaten von y_v , welches dabei sinngemäß als $y_{v^{(0)}}$ zu bezeichnen ist, mittels der Rekursionsformel

$$(1) \quad y_{v^{(s)}}^{(s)} = \frac{\sum_{v^{(s-1)}_1}^{N^{(s-1)}_{v^{(s)}}} y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)} \cdot y_{v^{(s-1)} + v^{(s)}}^{(s-1)} - \frac{1}{N^{(s-1)}_{v^{(s)}}} \sum_{v^{(s-1)}_1}^{N^{(s-1)}_{v^{(s)}}} y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)} \sum_{v^{(s-1)}_{v^{(s)}_1}^{N^{(s-1)}} y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)}}{\left\{ \sum_{v^{(s-1)}_1}^{N^{(s-1)}_{v^{(s)}}} \left(y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)} \right)^2 - \frac{1}{N^{(s-1)}_{v^{(s)}}} \left(\sum_{v^{(s-1)}_1}^{N^{(s-1)}_{v^{(s)}}} y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ \sum_{v^{(s-1)}_{v^{(s)}_1}^{N^{(s-1)}} \left(y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)} \right)^2 - \frac{1}{N^{(s-1)}_{v^{(s)}}} \left(\sum_{v^{(s-1)}_{v^{(s)}_1}^{N^{(s-1)}} y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}$$

gebildet. Man erhält demnach $y_{v^{(s)}}^{(s)}$ als Autokorrelationskoeffizienten zwischen den ersten $N^{(s-1)} - v^{(s)}$ und den letzten $N^{(s-1)} - v^{(s)}$ Werten von $y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)}$.

Unter der Voraussetzung, daß die Meßreihe Periodizitäten enthält, bilden die $y_{v^{(s)}}^{(s)}$ eine konvergente Folge mit dem Grenzwert $\lim_{s \rightarrow \infty} y_{v^{(s)}}^{(s)} = \cos v \Phi_j$, wobei Φ_j die Kreisfrequenz $\frac{2\pi}{\tau_j}$ derjenigen periodischen Funktion ist, die in y_v mit der größten Amplitude a_j additiv enthalten ist. τ_j ist dabei die in Einheiten Δt gemessene Periode, Δt ist der zeitliche Abstand zweier benachbarter Meßpunkte.

Enthält die Meßreihe eine Summe gedämpfter Schwingungen der Form

$$(2) \quad z_v = \sum_{i=1}^n a_i e^{-\rho_i v} \sin(v \Phi_i + \theta_i) \quad (n \text{ natürliche Zahl}),$$

so ergibt sich derselbe Grenzwert, wobei Φ_j die Kreisfrequenz desjenigen Summanden aus (2) ist, für den $\frac{a_j}{\rho_j}$ maximal ist.

Haben die in der Meßreihe enthaltenen Periodizitäten die Gestalt

$$(3) \quad z_v = \sum_{i=1}^n a_i \sin(v \Phi_i + \alpha_i),$$

so lassen sich die zu Φ_j gehörigen a_j und α_j durch FOURIER-Analyse bestimmen. Sodann kann nach Elimination von $a_j \sin(v \Phi_j + \alpha_j)$ aus (3) die Schwingung mit der zweit-

größten Amplitude durch erneute Anwendung des Verfahrens analysiert werden. Durch sukzessive Fortsetzung lassen sich so alle Schwingungen der Größe ihrer Amplitude nach analysieren.

Sind in (3) Schwingungen gleicher Amplituden $a_1 = a_2 = \dots = a_m$ ($m \leq n$) aber verschiedener Kreisfrequenzen $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_m$ enthalten, so lassen sich diese trennen, indem man statt der y_v die Differenzen $y_{v+1} - y_v$ der Autokorrelation unterwirft. Dabei bleiben nämlich die Frequenzen erhalten, während sich die vorher gleichen Amplituden nunmehr wie $\sin \Phi_1 : \sin \Phi_2 : \dots : \sin \Phi_m$ verhalten, sodaß durch weitere Autokorrelation eine Trennung möglich ist.

Das Verfahren von J. FUHRICH liefert also im Fall (3) alle Perioden, Amplituden und Phasen, d. h. es ermöglicht eine vollständige Analyse, während man, wenn (3) nicht erfüllt ist, im allgemeinen nur die Periode der Schwingung mit der größten Amplitude (energiereichste Schwingung) erhält.

Bei der praktischen Anwendung des Verfahrens von J. FUHRICH muß zunächst über die Wahl von $N^{(s)}$ in Abhängigkeit von $N^{(s-1)}$ entschieden werden. Je größer $v^{(s)}$ ist, desto weniger Werte von $y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)}$ werden bei der Bildung von $y_{v^{(s)}}^{(s)}$ berücksichtigt und in desto geringerem Maße werden die Eigenschaften von $y_{v^{(s-1)}}^{(s-1)}$ wiedergegeben. Man läßt deshalb $v^{(s)}$ nicht bis $N^{(s)}$ wachsen. V. CONRAD und L. W. POLLAK (1950) empfehlen, $N^{(s)} \approx \frac{5}{6} N^{(s-1)}$ zu wählen, was in der vorliegenden Arbeit befolgt wurde.

Nach jeder vollendeten Transformation muß untersucht und entschieden werden, ob die erhaltene Reihe $y_{v^{(s)}}^{(s)}$ bereits in hinreichendem Maße eine Kosinus-Form besitzt und ob demnach weitere Transformationen wünschenswert sind.

In der Literatur (z. B. bei K. STUMPF (1937) und V. CONRAD und L. W. POLLAK (1950)) wird häufig empfohlen, zu diesem Zweck die Transformierten graphisch darzustellen. Wegen des sehr umfangreichen Materials wurde in der vorliegenden Arbeit hiervon abgesehen und statt dessen auf rechnerischem Wege zu jeder Transformierten eine sogenannte Charakteristik aufgestellt, die ein Maß für die Annäherung der Transformierten an die Kosinus-Form darstellt. Die Charakteristik enthält die Varianz σ_s^2 , die Ordinaten der ersten beiden Extrema und ferner die Größen $4K_1^{(s)}$; $\frac{4}{3}K_2^{(s)}$ und $2(K_2^{(s)} - K_1^{(s)})$, wobei $K_1^{(s)}$ und $K_2^{(s)}$ die ersten beiden Nullstellen bedeuten, die mit Hilfe der Regula falsi bestimmt wurden. Die drei aus $K_1^{(s)}$ und $K_2^{(s)}$ gebildeten Größen stellen im Grenzfall die Periode τ_1 dar. Die Abweichung von σ_s^2 von $\frac{1}{2}$, die Abweichungen der Beträge der extremalen Ordinaten von 1 und die Unterschiede zwischen den genannten, aus $K_1^{(s)}$ und $K_2^{(s)}$ gebildeten Größen, geben einen Einblick, inwieweit die Transformierte bereits eine Kosinus-Form besitzt.

Verbessert sich nach einer bestimmten Transformation die Charakteristik im oben genannten Sinne durch weitere Transformationen nicht, so stellen die Größen $4 K_1^{(s)}$; $\frac{4}{3} K_2^{(s)}$ und $2(K_2^{(s)} - K_1^{(s)})$ Näherungswerte von τ_1 dar.

Durch Kombination gemäß

$$\tau_{10} = \frac{3}{4} (4 K_1^{(s)}) + \frac{1}{4} \left(\frac{4}{3} K_2^{(s)} \right)$$

wurde ein Näherungswert erhalten, der sich durch Korrektur der zugehörigen Kreisfrequenz Φ_{10} gemäß der Gleichung

$$\Phi_1 = \Phi_{10} + \delta$$

mit

$$\delta = \frac{\sum_{v=1}^{N^{(s)}} y_{v^{(s)}}^{(s)} \sin v^{(s)} \Phi_{10}}{\sum_{v=1}^{N^{(s)}} v^{(s)} y_{v^{(s)}}^{(s)} \cos v^{(s)} \Phi_{10}}$$

zu $\tau_1 = \frac{2\pi}{\Phi_1}$ verbessern läßt. Damit ist die Periode der energiereichsten Schwingung näherungsweise berechnet.

Da man im allgemeinen zunächst nicht weiß, ob die zu untersuchende Meßreihe die Form (3) hat, ist in diesem Stadium der Rechnung noch unbekannt, ob eine Elimination der Schwingung, deren Periode nun ermittelt ist, möglich ist. Man wird daher einfach den Versuch machen, indem man die zur gefundenen Periode gehörigen ersten FOURIER-Koeffizienten der y_v berechnet, die dazugehörige Sinus-Funktion von den y_v subtrahiert und das Ergebnis wiederum einer Folge von Transformationen wie oben unterwirft. Gelangt man dadurch wiederum zur Periode τ_1 , so ist der Eliminationsversuch mißlungen, erhält man dagegen eine neue Periode τ_2 , so ist das die Periode der nächst energiereichen Schwingung. Ein solcher Eliminationsversuch kann natürlich auch erfolgreich sein, wenn die Form (3) nicht vorliegt, denn durch den geschilderten Prozeß eliminiert man die erste FOURIER-Komponente der energiereichsten Schwingung und es ist möglich, daß der Rest dieser Schwingung weniger Energie enthält, als die nächst-energiereiche Schwingung.

Ist eine neue Periode bestimmt, so wird man also stets durch Elimination versuchen, weitere Perioden zu finden.

Bei der Anwendung des Verfahrens kann es passieren, daß trotz häufiger Transformation die Werte der Charakteristik noch stark schwanken, sodaß man die Kosinus-Form nicht erreicht. Das kann verschiedene Gründe haben:

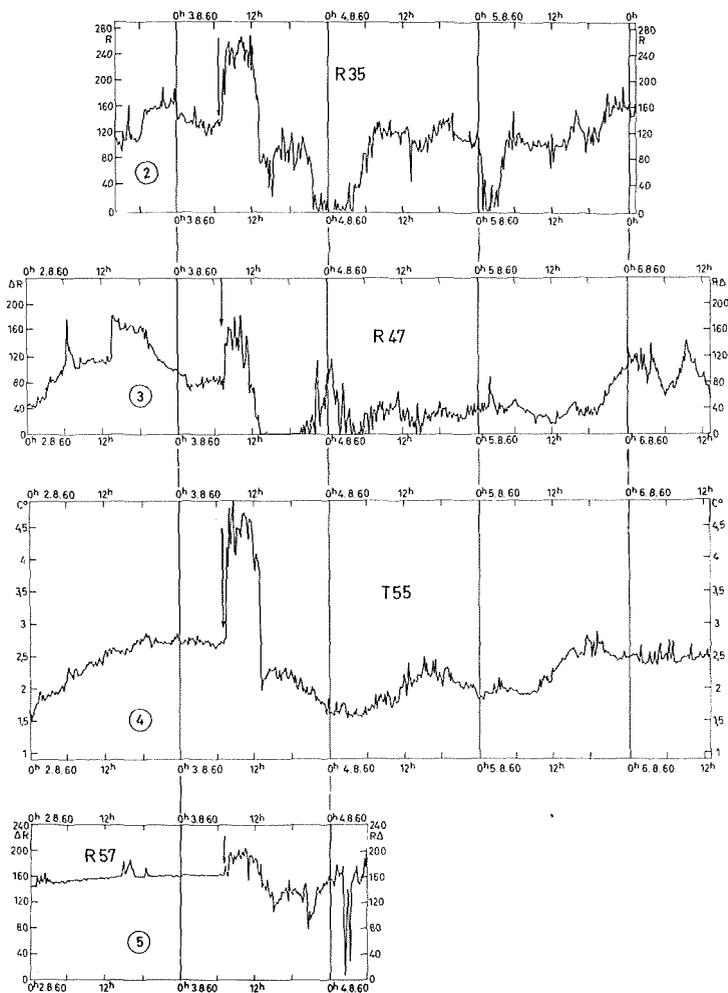
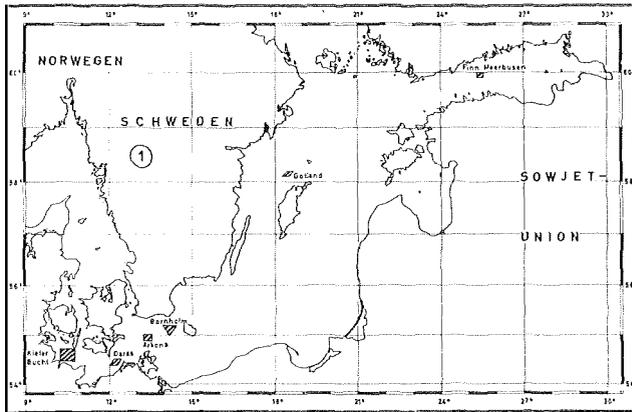
- α) Die Meßreihe enthält keine Periodizitäten. Dann wird $\sigma_s^2 \ll \frac{1}{2}$ und

$\text{Max} |y_{v^{(s)}}^{(s)}| \ll 1$ bleiben, wie man auch s wachsen läßt.

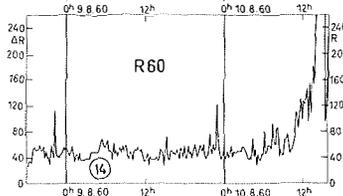
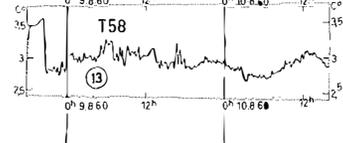
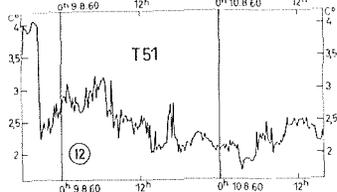
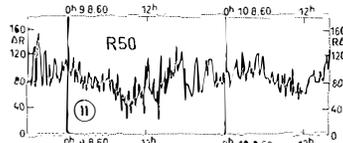
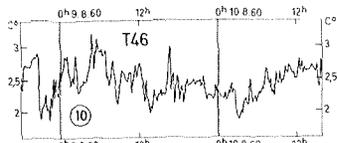
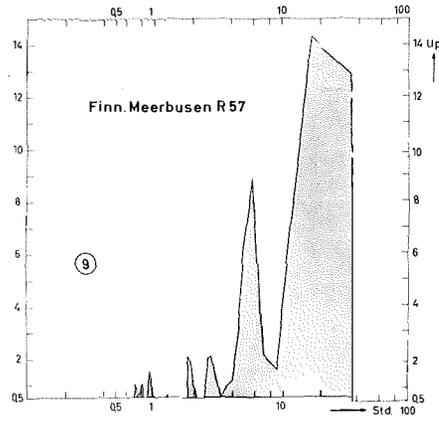
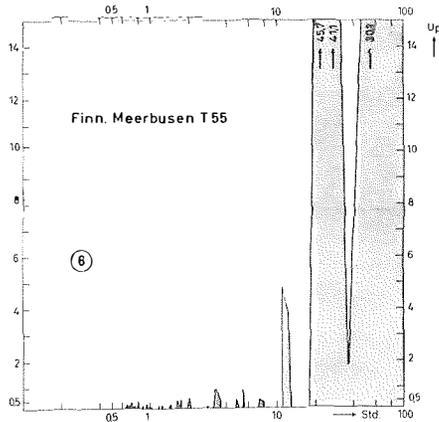
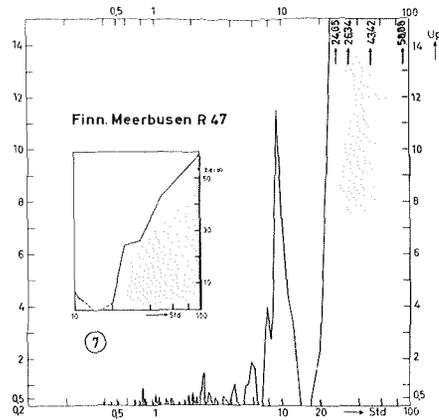
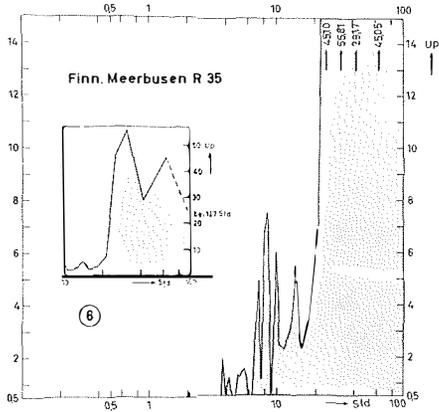
β) Die Periode τ der zu analysierenden Schwingung ist im Vergleich zur Länge N der Meßreihe zu groß, d. h. das Verhältnis $A = \frac{N}{\tau}$, die Anzahl der Perioden in der Meßreihe, ist zu klein. Bei der Bildung der Größen $4K_1^{(s)}$, $\frac{4}{3}K_2^{(s)}$ und $2(K_2^{(s)} - K_1^{(s)})$

Legenden zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 1)

- Abb. 1: Die Positionen der Beobachtungsmaste in der Ostsee.
- Abb. 2: Stromrichtung in 35 m Tiefe auf einer Station im Finnischen Meerbusen.
- Abb. 3: Stromrichtung in 47 m Tiefe auf einer Station im Finnischen Meerbusen.
- Abb. 4: Temperatur in 55 m Tiefe auf einer Station im Finnischen Meerbusen.
- Abb. 5: Stromrichtung in 57 m Tiefe auf einer Station im Finnischen Meerbusen.



Tafel 1 (zu W. Krauss und L. Magaard)



Tafel 2 (zu W. Krauss und L. Magaard)

beobachtet man die Erscheinung, daß für ein bestimmtes s die Größen zwar gut übereinstimmen und daß dies auch für $s + 1$ der Fall ist, d. h. $4 K_1^{(s)} \approx \frac{4}{3} K_2^{(s)} \approx 2 (K_2^{(s)} - K_1^{(s)})$ und $4 K_1^{(s+1)} \approx \frac{4}{3} K_2^{(s+1)} \approx 2 (K_2^{(s+1)} - K_1^{(s+1)})$, daß sich aber $4 K_1^{(s)}$ und $4 K_1^{(s+1)}$ erheblich voneinander unterscheiden, sodaß man zu ganz verschiedenen τ -Werten kommt. Bei noch weiteren Transformationen würde die Charakteristik dann immer schlechter werden oder wegen Nicht-Existenz von $K_2^{(s)}$ oder auch von $K_2^{(s)}$ und $K_1^{(s)}$ nicht mehr berechenbar sein.

Die Erfahrung lehrt, daß für eine hinreichend genaue Bestimmung von τ die Anzahl A mindestens von der Größenordnung 2 sein muß. Die mit Hilfe von τ berechneten FOURIER-Koeffizienten von y_v sind stark abhängig von kleinen Schwankungen von τ , sodaß also bei zu kleinem A und damit ungenauem τ eine Elimination unmöglich werden kann, obwohl der Fall (3) vorliegt.

γ) Mehrere Schwingungen verschiedener Frequenzen haben dieselbe Amplitude, während Schwingungen größerer Amplitude nicht auftreten, oder bereits eliminiert sind. Hat man daher bereits mehrere Transformationen durchgeführt, und deuten viele Vorzeichenwechsel von $y_{v^{(s)}}$ darauf hin, daß nicht der Fall β) vorliegt, so wird man zu den Differenzen $y_{v^{(s)+1}^{(s)}} - y_{v^{(s)}}^{(s)}$ übergehen — was man grundsätzlich bei jedem s tun kann — und diese weiteren Transformationen unterwerfen. Der Erfolg zeigt dann, ob der vermutete Fall vorliegt oder nicht.

2. 2. Das Verfahren von J. W. TUKEY

Die Grundlage des Verfahrens bildet das Theorem von N. WIENER (1930), das besagt, daß zwischen der Autokorrelationsfunktion

$$W(q) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_{-\frac{x}{2}}^{\frac{x}{2}} y(t) y(t+q) dt$$

einer stetigen Funktion $y(t)$

und deren Energiedichte $P(f)$ in Abhängigkeit von der Frequenz f der Zusammenhang

$$(4) \quad W(q) = 2 \int_0^{\infty} P(f) \cos 2 \pi q f df$$

$$P(f) = 2 \int_0^{\infty} W(q) \cos 2 \pi f q dq$$

Legenden zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 2)

Abb. 6: Energiespektrum der Stromrichtung in 35 m Tiefe auf einer Station im Finnischen Meerbusen.

Abb. 7: Energiespektrum der Stromrichtung in 47 m Tiefe auf einer Station im Finnischen Meerbusen.

Abb. 8: Energiespektrum der Temperatur in 55 m Tiefe auf einer Station im Finnischen Meerbusen.

Abb. 9: Energiespektrum der Stromrichtung in 57 m Tiefe auf einer Station im Finnischen Meerbusen.

Abb. 10: Temperatur in 46 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

Abb. 11: Stromrichtung in 50 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

Abb. 12: Temperatur in 51 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

Abb. 13: Temperatur in 58 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

Abb. 14: Stromrichtung in 60 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

besteht, d. h., daß $W(q)$ und $P(f)$ durch FOURIER-Kosinustransformation auseinander hervorgehen.

J. W. TUKEY (1949) entwickelte entsprechende Ausdrücke für den Fall einer endlichen, diskontinuierlichen, äquidistanten Meßreihe y_v . In Weiterentwicklung dieser Ausdrücke zeigten J. W. TUKEY und R. W. HAMMING (unveröffentlichtes Manuskript), daß man grobe Annäherungswerte L_p für die Energiedichte $P(f)$ durch den Ausdruck

$$(5) \quad L_p = 1 + 2 \sum_{v^{(1)}}^{N^{(1)}-1} y_{v^{(1)}}^{(1)} \cos \frac{p v^{(1)} \pi}{N^{(1)}} + y_{N^{(1)}}^{(1)} \cos p \pi$$

erhält, wobei $p = 0, 1, 2, \dots, N^{(1)}$ ist und $p = 2 N^{(1)} f$ bedeutet und für $y_{v^{(1)}}^{(1)}$ die unter (1) definierten Autokorrelationskoeffizienten zu nehmen sind. Durch Glättung der L_p -Werte gemäß der Gleichung

$$(6) \quad U_p = 0,23 L_{p-1} + 0,54 L_p + 0,23 L_{p+1} \\ (L_{-1} = L_1; L_{N^{(1)}+1} = L_{N^{(1)}-1})$$

erhält man dann Näherungswerte für die Gesamtenergie von y_v im Intervall $\left(p - \frac{1}{2}, p + \frac{1}{2}\right)$ bzw. im Frequenzbereich $\left(\frac{p}{2 N^{(1)}} - \frac{1}{4 N^{(1)}}, \frac{p}{2 N^{(1)}} + \frac{1}{4 N^{(1)}}\right)$ bzw. im Periodenbereich $\left(\frac{4 N^{(1)} \tau}{4 N^{(1)} + \tau}, \frac{4 N^{(1)} \tau}{4 N^{(1)} - \tau}\right)$ mit $\tau = \frac{2 N^{(1)}}{p}$.

Die Werte U_p stellen das Energiespektrum bzw. Periodogramm von y_v angenähert dar. Durch Betrachtung der Maxima des Energiespektrums lassen sich die Perioden der in y_v enthaltenen Periodizitäten näherungsweise bestimmen.

Um ein möglichst hohes Auflösungsvermögen des Energiespektrums zu erhalten müssen die zu den Perioden gehörigen Intervalle, für die die Energie angegeben wird möglichst klein sein. Zu einer gegebenen Periode τ ist das zugehörige $p = \frac{2 N^{(1)}}{\tau}$ und

$$\text{die Intervallbreite } \Delta \tau = \frac{4 p}{4 p^2 - 1} \cdot \tau.$$

Damit zu gegebenem τ das $\Delta \tau$ möglichst klein wird, muß demnach das zu τ gehörige p möglichst groß werden. Das heißt aber wegen $p = 2 \frac{N^{(1)}}{\tau} = 2 A^{(1)}$, daß das $A^{(1)}$, die Zahl der Periodenlängen in der Reihe $y_{v^{(1)}}^{(1)}$, möglichst groß sein muß, um ein hohes Auf-

Legenden zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 3)

Abb. 15: Energiespektrum der Temperatur in 46 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

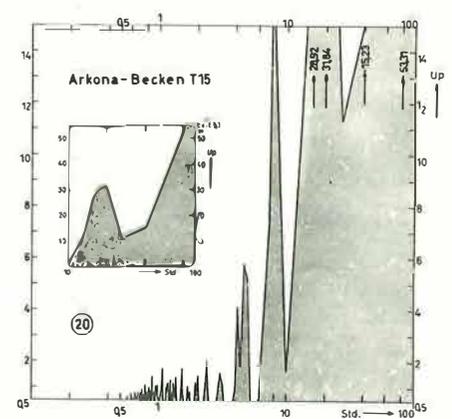
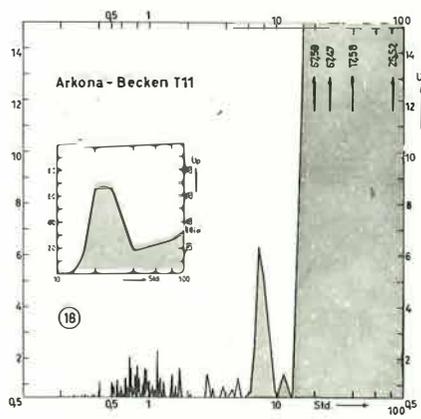
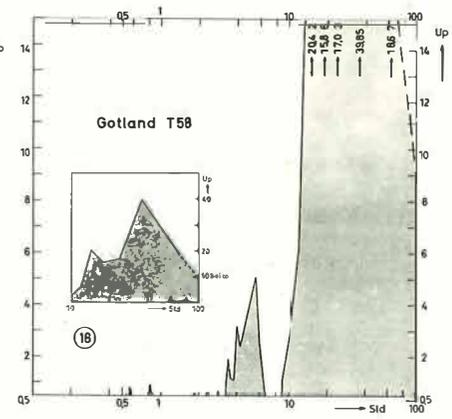
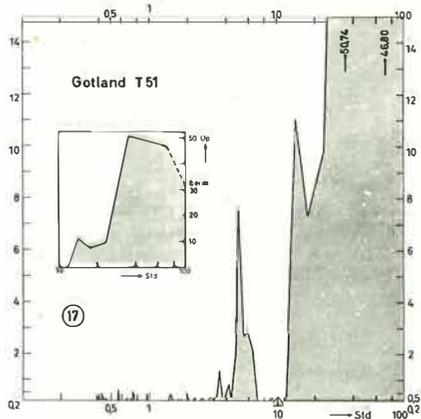
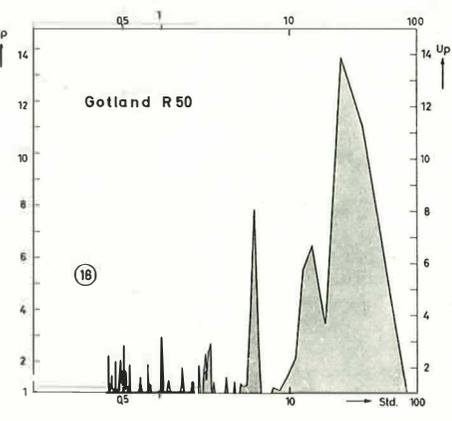
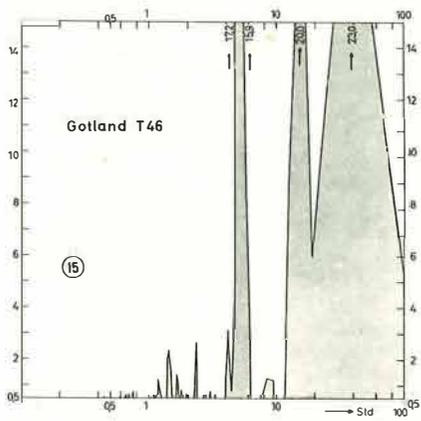
Abb. 16: Energiespektrum der Stromrichtung in 50 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

Abb. 17: Energiespektrum der Temperatur in 51 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

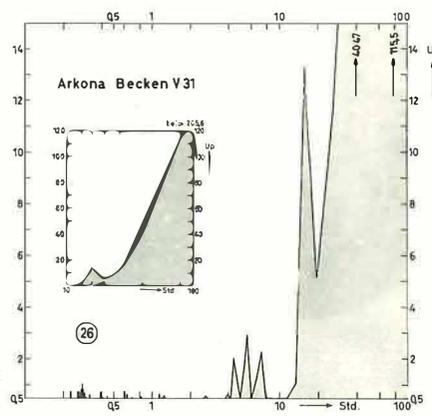
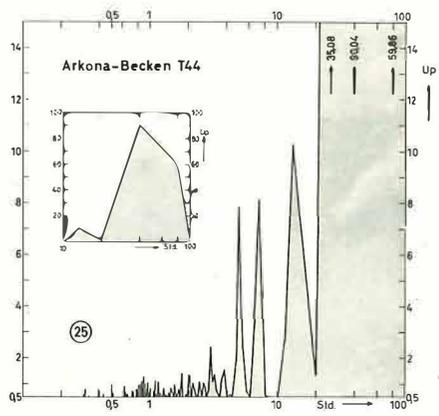
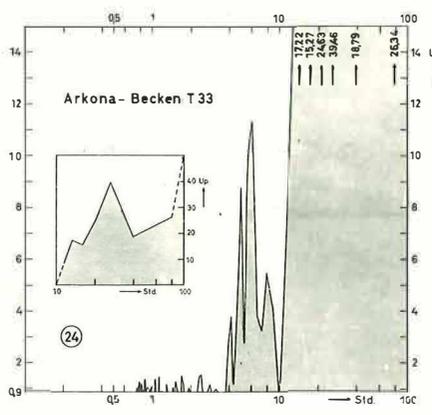
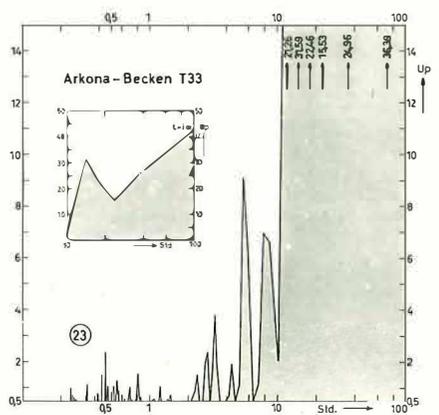
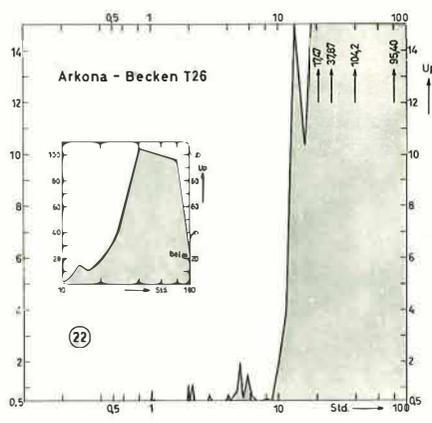
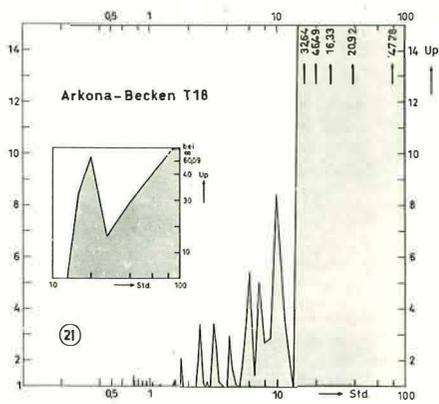
Abb. 18: Energiespektrum der Temperatur in 58 m Tiefe auf einer Station im westlichen Gotland-Becken.

Abb. 19: Energiespektrum der Temperatur in 11 m Tiefe auf einer Station im Arkona-Becken.

Abb. 20: Energiespektrum der Temperatur in 15 m Tiefe auf einer Station im Arkona-Becken.



Tafel 3 (zu W. Krauss und L. Magaard)



Tafel 4 (zu W. Krauss und L. Magaard)

lösungsvermögen des Energiespektrums zu ergeben. Da $N^{(1)}$ und N proportional sind, erhält man hier dieselbe Aussage wie bei dem Verfahren von J. FUHRICH, daß nämlich eine Periode desto genauer bestimmt werden kann, je mehr Periodenlängen dieser Periode in der Meßreihe enthalten sind.

In der vorliegenden Arbeit wurde zu jeder Meßreihe zunächst die erste Transformierte $y_{\nu}^{(1)}$ berechnet, dann das Energiespektrum aufgestellt und daraufhin die Rechnung nach dem Verfahren von J. FUHRICH fortgesetzt. Im allgemeinen erwiesen sich beim vorliegenden Beobachtungsmaterial die Wellen mit den größten Perioden als die energiereichsten. Für diese lag der Wert A in der Größenordnung 1 bis 2, sodaß nur eine recht ungenaue Bestimmung von τ_1 mit dem Verfahren von J. FUHRICH möglich war. Da die Meßreihen außerdem im allgemeinen nicht die Gestalt (3) hatten, war eine Elimination der energiereichsten Schwingung im allgemeinen unmöglich. Die Schlüsse über die Energieverteilung mußten daher hauptsächlich aus dem Energiespektrum gewonnen werden. Wegen der geringen Größe von A ist dabei das Auflösungsvermögen für die langen energiereichen Perioden gering. Günstiger liegen die Verhältnisse für weniger lange Perioden, für die man eine hinreichende Auflösung erhält.

Vom Standpunkt der Analyse her ist erstrebenswert, daß für den zu analysierenden Periodenbereich mindestens $A = 2$ vorliegt. Wünschenswert wären A -Werte der Größenordnung 3 bis 4. Dann besteht die Möglichkeit, zumindest die Periode der energiereichsten Schwingung mit hoher Genauigkeit durch das Verfahren von J. FUHRICH zu erfassen und weiterhin die allgemeine Verteilung der Energie in Form des Energiespektrums hinreichend aufgelöst darzustellen.

3. Die Energiespektren der internen Bewegungen der Ostsee

Sämtliche Energiespektren besitzen eine logarithmische Zeitskala. Die Energie ist in einem willkürlichen Maßstab aufgetragen.

3. 1. Finnischer Meerbusen

$\varphi = 59^{\circ}47,4'N$ $\lambda = 25^{\circ}02,1'E$; Wassertiefe: 61 m; Meßwertfolge: 11,6 m; Zeit: 1. bis 8. August 1960.

In den Abb. 2—5 sind die Schwankungen der Temperatur bzw. der Stromrichtung in 35, 47, 55 und 57 m Tiefe wiedergegeben. Die dazugehörigen Energiespektren sind in den Abb. 6—9 dargestellt. Die Energie ist vorwiegend auf den langperiodischen Teil der Spektren konzentriert, ausgeprägte Maxima befinden sich in der Nähe der Seichesperioden 39^h , $27,5^h$ und $17,5^h$. Eine weitere Energiekonzentration tritt häufig im Bereich von $8—9^h$ bzw. bei 6^h auf.

Die NYQUIST-Periode hat bei der Meßwertfolge von $t = 11,6^m$ den Wert $23,2^m$. Das Energiespektrum kann daher keine Stabilitätsschwingungen von der Größenordnung der VÄISÄLÄFrequenz enthalten. Die FUHRICH-Methode liefert als energiereichste Schwin-

Legenden zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 4)

- Abb. 21: Energiespektrum der Temperatur in 18 m Tiefe auf einer Station im Arkona-Becken.
Abb. 22: Energiespektrum der Temperatur in 26 m Tiefe auf einer Station im Arkona-Becken.
Abb. 23: Energiespektrum der Temperatur in 33 m Tiefe auf einer Station im Arkona-Becken (erste Meßreihe in dieser Tiefe).
Abb. 24: Energiespektrum der Temperatur in 33 m Tiefe auf einer Station im Arkona-Becken (zweite Meßreihe in dieser Tiefe).
Abb. 25: Energiespektrum der Temperatur in 44 m Tiefe auf einer Station im Arkona-Becken.
Abb. 26: Energiespektrum der Stromgeschwindigkeit in 31 m Tiefe auf einer Station im Arkona-Becken.

gungen folgende Perioden: in 35 m Tiefe $T = 29,1 \pm 2,3^h$, in 47 m Tiefe $T = 23,1 \pm 1,9^h$, in 55 m Tiefe $T = 25,2 \pm 1,9^h$ und in 57 m Tiefe $T = 6,4 \pm 0,4^h$. Die ersten drei Werte können als Seichenschwingung Ostsee-Finnischer Meerbusen gedeutet werden. Auf die 6^h-Welle wird später eingegangen.

3. 2. Westliches Gotland-Becken

$\varphi = 58^{\circ}07,0'N$ $\lambda = 18^{\circ}20,0'E$; Wassertiefe: 64 m; Meßwertfolge: 11,6^m; Zeit: 8.—10. August 1961.

Die Abb. 10—14 zeigen die Schwankungen der Temperatur bzw. der Stromrichtung in 46, 50, 51, 58 und 60 m Tiefe. Die Abb. 15—18 geben die Energiespektren für die obersten vier Tiefen wieder. Wiederum ist die Energie auf die großen Perioden konzentriert. Daneben tritt das Maximum bei 5—6^h überall sehr stark hervor. Die FUHRICH-Methode liefert als energiereichste Perioden in 46 m Tiefe $T = 15,3 \pm 1,9^h$, in 50 m Tiefe $T = 35,7 \pm 9,7^h$, in 51 m Tiefe $T = 39 \pm 8^h$ und in 58 m Tiefe $T = 29 \pm 10^h$. Die Bestimmungen sind hier wegen der Kürze der Meßreihen sehr ungenau, die Werte deuten jedoch wiederum auf die Existenz der Seiches hin.

3. 3. Arkona-Becken

$\varphi = 54^{\circ}55,0'N$ $\lambda = 13^{\circ}20,0'E$; Wassertiefe: 46 m; Meßwertfolge: 7^m; Zeit: 13. bis 18. Juli 1959.

Aus dem bisher vorliegenden Beobachtungsmaterial (W. KRAUSS, 1960) wurden für die Analyse die Temperaturverteilungen in 11, 15, 18, 26, 33 (zwei Meßreihen) und 44 m Tiefe sowie die Geschwindigkeit in 31 m Tiefe ausgewählt. Die Energiespektren sind in den Abb. 19—26 wiedergegeben. Die Energiespektren der Temperaturschwankungen zeigen wegen des starken, anhaltenden Windes sehr langperiodische „Wellen“; daneben treten die Seiches, die Trägheitsperiode von 14,5^h und die 5—6^h-Welle auf.

Die FUHRICH-Methode liefert wegen der Energiekonzentration auf das rechte Ende des Spektrums keine genauen Werte.

3. 4. Darsser Schwelle

$\varphi = 54^{\circ}27,7'N$ $\lambda = 12^{\circ}15,2'E$; Wassertiefe: 28 m; Meßwertfolge: 7^m; Zeit: 23. bis 26. März 1960.

In Abb. 27 ist die Stromgeschwindigkeit in 22,5 m Tiefe wiedergegeben. Die Meßreihe erfüllt die Voraussetzungen für eine recht genaue Analyse (s. Abschnitt 2). Das Energiespektrum zeigt Abb. 28. Es enthält Schwingungen mit den Perioden 17,5^h und 14,5^h sowie die bereits mehrfach erwähnte Periode von 5—6^h. Ein weiteres Maximum tritt bei 4^h auf. Die FUHRICH-Methode liefert für die energiereichste Welle die Periode $T = 13,7 \pm 1,4^h$, für die zweitstärkste $T = 5,26 \pm 0,12^h$.

3. 5. Kieler Bucht

$\varphi = 54^{\circ}35,0'N$ $\lambda = 10^{\circ}09,5'E$; Wassertiefe: 19 m; Meßwertfolge: 40^s; Zeit: 19.—21. April 1961.

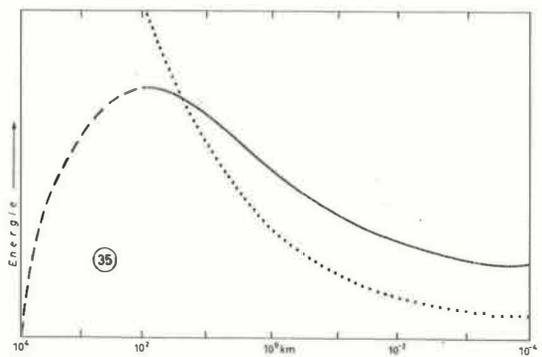
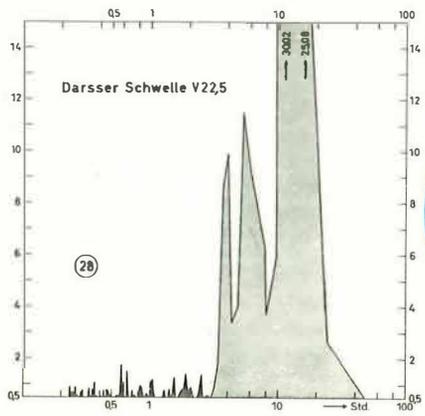
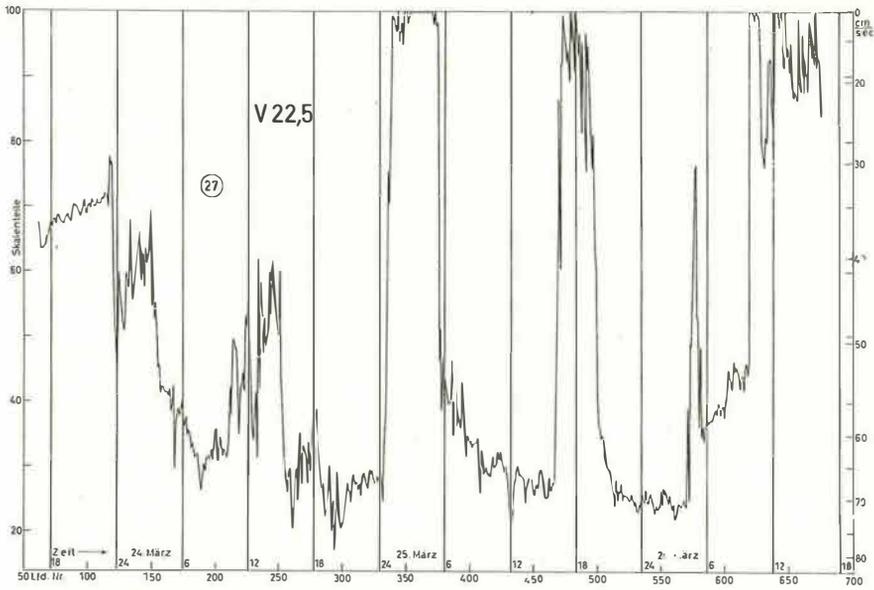
Im April 1961 wurden an vier Punkten in der Kieler Bucht Maste ausgesetzt. Das Beobachtungsmaterial wird in einer anderen Publikation diskutiert werden.

Legenden zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 5)

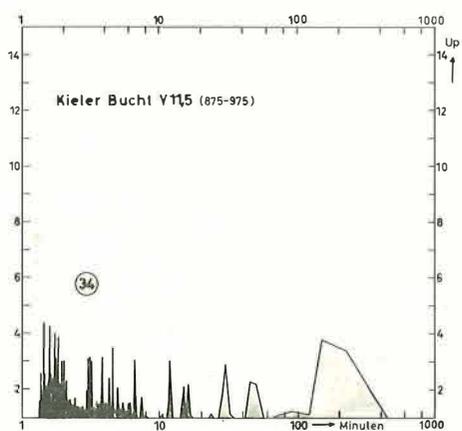
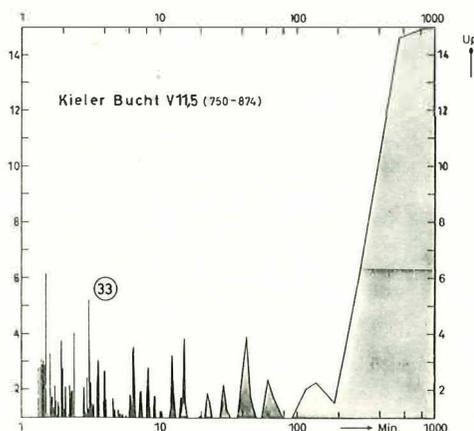
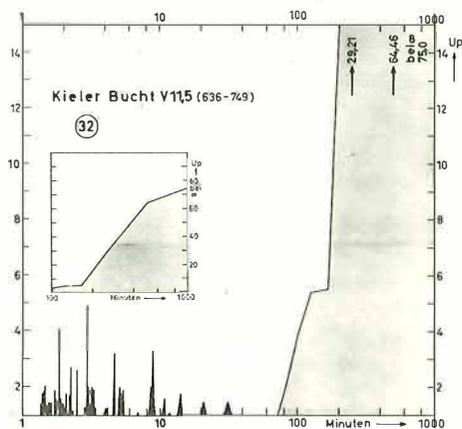
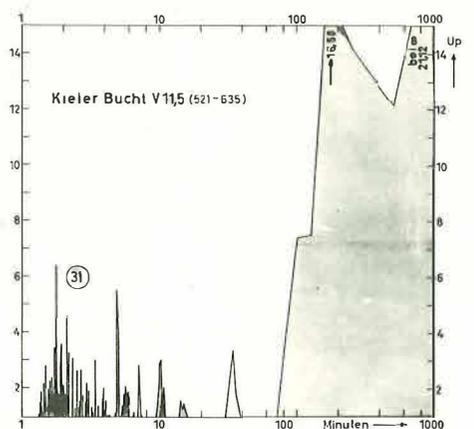
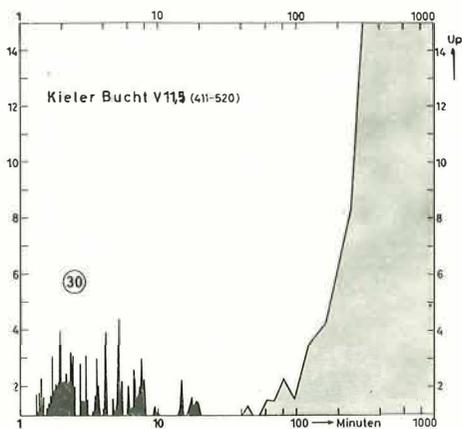
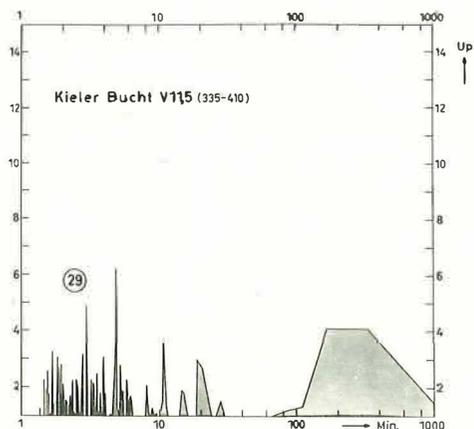
Abb. 27: Stromgeschwindigkeit in 22,5 m Tiefe auf einer Station an der Darsser Schwelle.

Abb. 28: Energiespektrum der Stromgeschwindigkeit in 22,5 m Tiefe auf einer Station an der Darsser Schwelle.

Abb. 35: Turbulenzspektrum nach der Theorie der isotropen homogenen Turbulenz.



Tafel 5 (zu W. Krauss und L. Magaard)



Tafel 6 (zu W. Krauss und L. Magaard)

Als Beispiel für kurzperiodische Schwankungen geben wir hier nur die Energiespektren der Stromgeschwindigkeit in 11,5 m Tiefe wieder. Der Gesamtmeßbereich wurde untergliedert und die Einzelabschnitte analysiert. (Abb. 29—34).

Im Gegensatz zu den bisherigen Darstellungen ist die Zeit in Minuten angegeben.

4. Diskussion der Ergebnisse

Die in Abschnitt 3 wiedergegebenen Analysen sollen einen Einblick in die Bewegungsformen der Ostsee geben. Soweit es sich hierbei um Strommessungen handelt, können die Schwankungen sowohl von Bewegungen der gesamten Wassersäule als auch von internen Bewegungen herrühren. Die Schwankungen der Temperatur sind die Folge von internen Bewegungen.

Die allgemeine Form der Energiespektren läßt erkennen, daß es sich bei den registrierten Schwankungen nicht um ein Turbulenzspektrum handelt, wie es aus der Theorie der isotropen homogenen Turbulenz (H. STOMMEL, 1949) folgen würde. Zum Vergleich geben wir dieses in Abb. 35 wieder. Entsprechend der Konzeption, die dieser Theorie zugrunde liegt, ist das Spektrum kontinuierlich. Bei unseren Analysen läßt sich auch nicht erkennen, daß sich ein solches Spektrum additiv überlagert. Vielmehr setzen sich alle Spektren aus einer Folge von diskreten Perioden zusammen. Nur der sehr langperiodische Anteil ($> 50^h$) wird im allgemeinen kontinuierlich. Das ist jedoch eine Folge des Analysenverfahrens, das in diesem Bereich nur ein sehr geringes Auflösungsvermögen besitzt. Die Spektren legen den Schluß nahe, daß im Bereich der Ostsee die Konzeption der isotropen homogenen Turbulenz (und die darauf aufbauende Theorie des Austausches) nicht anwendbar ist. Vielmehr kann die Ostsee nur zu (mehr oder weniger) diskreten Schwingungsperioden angeregt werden.

Wegen des geringen Auflösungsvermögens im langperiodischen Teil des Spektrums schließen wir diesen Bereich von der Diskussion aus. Es verbleiben dann folgende Spektralbereiche:

- α) Der Bereich der Seiches, Gezeiten und der Trägheitsschwingungen (10^h — 40^h)
- β) Die Schwingungen begrenzter Meeresräume und Querschwingungen der Ostsee (2^h — 10^h)
- γ) die innere Unruhe der Ostsee (0^h — 2^h).

4. 1. Die Seichenschwingungen, Gezeiten und Trägheitsschwingungen

Die Seiches 0^{ter} Ordnung der Ostsee sind von G. NEUMANN (1941) ausführlich behandelt worden, über die internen Seiches befindet sich eine entsprechende Arbeit (W. KRAUSS, 1962) in Vorbereitung. Eine Erläuterung dieser Schwingungen kann daher unterbleiben. Aus den Energiespektren geht generell hervor, daß sie — neben den windbedingten langperiodischen Verlagerungen — die energiereichsten zeitlichen Schwankungen in allen Teilen der Ostsee sind und somit die Dynamik weitgehend beherrschen. Daneben tritt auch die Trägheitsperiode ($14,5^h$ in der mittleren Ostsee) stark hervor (Darsser Schwelle), wenn sie durch die meteorologischen Verhältnisse angeregt wird.

Legenden zu den nebenstehenden Abbildungen (Tafel 6)

Abb. 29—34: Energiespektrum der Stromgeschwindigkeit in 11,5 m Tiefe auf einer Station in der Kieler Bucht.

Abb. 29: Meßwerte Nr. 335—410

Abb. 30: Meßwerte Nr. 411—520

Abb. 31: Meßwerte Nr. 521—635

Abb. 32: Meßwerte Nr. 636—749

Abb. 33: Meßwerte Nr. 750—874

Abb. 34: Meßwerte Nr. 875—975

Halbtägige Gezeiten lassen sich in den Spektren nicht erkennen bzw. nicht von der Trägheitsperiode und der Seiches 3^{ter} Ordnung (11,5^h) trennen. Entsprechend gehen evtl. vorhandene ganztägige interne Gezeiten in den Seichesperioden von 17,5^h und 27,5^h unter.

Die FUHRICH-Analyse ergibt im Finnischen Meerbusen für die Schwankungen der Stromrichtung in 47 m Tiefe (R 47) einen Wert von $T = 23,1 \pm 1,9^h$. Auch im Arkona-Becken wurden für die Temperaturschwankungen in 11 m Tiefe für die energiereichste Welle $T = 23,5 \pm 1,4^h$ erhalten.

Ob hier durch Überlagerung verschiedener Perioden in den relativ kurzen Meßreihen ganztägige Gezeiten vorgetäuscht werden, kann erst später entschieden werden.

4. 2. Schwingungen begrenzter Meeresräume

Da im allgemeinen die Seiches Ostsee—Finnischer Meerbusen nur mit der Grundperiode von 27,5^h und mit zwei Oberschwingungen von 17,5^h und 11,5^h auftreten, wird man unterhalb von 10^h die auftretenden Perioden den Schwingungen lokaler Meeresräume bzw. den Querschwingungen der Ostsee zuordnen müssen. Die ersteren sollten insbesondere im Sommer stark hervortreten, wenn die meteorologischen Kraftfelder sehr begrenzte Ausdehnung haben und nur lokal auf die Ostsee einwirken.

Bei den Registrierungen aus dem Finnischen Meerbusen fällt in 35 m Tiefe und insbesondere in 47 m Tiefe das Energiemaximum bei 8—9^h auf. In 57 m Tiefe tritt eine 6^h-Welle ($6,4 \pm 0,4^h$) sehr deutlich hervor. Über die Realität dieser Erscheinungen besteht kein Zweifel. Die 5—6^h-Welle scheint eine generelle, sehr häufig auftretende Erscheinung der Ostsee zu sein. Im Gotland-Becken tritt sie in allen Energiespektren auf, im Arkona-Becken erscheint sie neben der auch im Finnischen Meerbusen gefundenen 7—8^h-Welle, und im Bereich der Darsser Schwelle ist sie ebenfalls vorhanden. Ihre Deutung muß vorerst zurückgestellt werden. Wir vermuten, daß es sich um eine Querschwingung der gesamten Ostsee oder um eine Seicheschwingung höherer Ordnung handelt.

Als Teilschwingung eines begrenzten Meeresgebietes kann man in den Spektren der Kieler Bucht das Maximum bei 200—300^m ansehen, das in Abb. 29 und 35 auftritt.

4. 3. Die innere Unruhe der Ostsee

Um auch einen vorläufigen Einblick in den kurzperiodischen Teil des Spektrums geben zu können, sind in den Abb. 29—34 Spektren wiedergegeben, die auf einem Meßwertabstand von 40^s basieren. Die Wetterlage war anfangs durch ausgeglichene Luftdruckverhältnisse und umlaufende Winde charakterisiert. Der Wind nimmt während der Messung bis auf 5—6 Bft. zu und flaut dann wieder ab. Die Spektren (Abb. 29—34) zeigen während dieser Zeit eine generelle, nicht näher zu lokalisierende Energiekonzentration auf den Bereich von 1,5^m bis 30^m. Das Bild ist in diesem Bereich sehr unruhig.

Eine weitere Energiekonzentration tritt bei 200^m bis 300^m auf. Mit der Zunahme des Windes wächst die Energie in diesem letzteren Bereich stark an und verlagert sich zu größeren Perioden. Nach Abflauen des Windes zerfällt dieses Energiemaximum wieder, wobei sich die Energie auf den gesamten Bereich von 30^m bis 400^m verteilt. Die Unruhe im Bereich 1,5^m bis 30^m bleibt erhalten.

Wahrscheinlich kann man diese mit den Stabilitätsschwingungen (stehende und fortschreitende Wellen), die von G. NEUMANN (1949) und K. KALLE (1953) sehr häufig gefunden wurden, identifizieren.

Die Schwingungen umfassen Wasserkörper verschiedener Größe, die Schwingungsperioden werden durch den von V. VÄISÄLÄ (1925) angegebenen Wert nach unten

begrenzt. In Anlehnung an die von K. KALLE (1953), G. NEUMANN (1949) und H. THORADE (1934) verwendete Nomenklatur bezeichnen wir den gesamten Bereich bis zu ca. 2^h als innere Unruhe des Meeres.

Die angegebenen Analysemethoden ermöglichen somit eine übersichtliche Darstellung der internen Bewegungsvorgänge, die von einzelnen Meßinstrumenten an ausgewählten Punkten registriert werden. Das Auflösungsvermögen der Spektren kann durch entsprechende Wahl der Beobachtungsreihen wesentlich erhöht werden. Eine Synthese dieser Einzelbeobachtungen zu einem Gesamtbild der internen Bewegungen läßt sich durch mehrere Beobachtungsmaste, die an verschiedenen Punkten errichtet werden, erreichen. Zur Analyse können die Querkorrelation und deren Spektren dienen.

Die numerischen Rechnungen zur vorliegenden Arbeit wurden an der elektronischen Rechenanlage Z 22 der Universität Kiel zu einem großen Teil von den Herren cand. rer. nat. J. KIELMANN und E. ROSENKE durchgeführt. Beiden Herren sei auch an dieser Stelle dafür aufrichtig gedankt.

Literaturverzeichnis

- CONRAD, V. und L. W. POLLAK (1950): *Methods of Climatology*. Cambridge, Mass., Chapter XIV.
— FUHRICH, J. (1933): Über die numerische Ermittlung von Periodizitäten und ihre Beziehungen zum Zufallsgesetz. *Statistický Obzor* (Čsl. Statist. Staatsamt, Prague). — HELA, I. und W. KRAUSS (1959): Zum Problem der starken Veränderlichkeit der Schichtungsverhältnisse im Arkona-Becken. *Kieler Meeresf.* 15, 125—143. — KALLE, K. (1953): Zur Frage der inneren thermischen Unruhe des Meeres. *Dtsch. hydr. Z.*, 6, 145—170. — KRAUSS, W. (1960): Hydrographische Messungen mit einem Beobachtungsmast in der Ostsee. *Kieler Meeresf.* 16, 13—27. — KRAUSS, W. (1962): Die internen Seiches der Ostsee. Beiheft *Dtsch. hydr. Z.* in Vorbereitung. — NEUMANN, G. (1941): Eigenschwingungen der Ostsee. *Archiv d. Seewarte u. Marineobs.* 61, 4. — NEUMANN, G. (1949): Stabilitätsschwingungen und die innere thermische Unruhe im Meer und in der Atmosphäre. *Dtsch. hydr. Z.*, 2, 52—65. — STOMMEL, H. (1949): Horizontal diffusion due to oceanic turbulence. *J. Mar. Res.*, 8, 199—225. — STUMPF, K. (1937): *Grundlagen und Methoden der Periodenforschung*. Berlin. — THORADE, H. (1934): Über Stromunruhe. Nach Beobachtungen im Kattegat, August 1931. *Ann. Hydrogr. u. marit. Meteorol.*, 62, 365—377. — TUKEY, J. W. (1949): The sampling theory of power spectrum estimates. Symposium on application of autokorrelation analysis to physical problems, Woods Hole, Mass., June 13—14, 1949, Office of Naval Res., Washington, D. C. — TUKEY, J. W. und R. W. HAMMING, *Measuring Noise Color*. (Unveröffentlichtes Manuskript). — VÄISÄLÄ, V. (1925): Über die Wirkung der Windschwankungen auf die Pilotbeobachtungen. *Soc. Sci. Fennica; Commentat. Phys. math.* 2, 19. — WIENER, N. (1930): *Generalized Harmonic Analysis*. *Acta Math.* 55, 117.