

Copyright ©

Es gilt deutsches Urheberrecht.

Die Schrift darf zum eigenen Gebrauch kostenfrei heruntergeladen, konsumiert, gespeichert oder ausgedruckt, aber nicht im Internet bereitgestellt oder an Außenstehende weitergegeben werden ohne die schriftliche Einwilligung des Urheberrechtlichsinhabers. Es ist nicht gestattet, Kopien oder gedruckte Fassungen der freien Onlineversion zu veräußern.

German copyright law applies.

The work or content may be downloaded, consumed, stored or printed for your own use but it may not be distributed via the internet or passed on to external parties without the formal permission of the copyright holders. It is prohibited to take money for copies or printed versions of the free online version.

Aus dem Institut für Meereskunde an der Universität Kiel

Energiedissipation von Eigenschwingungen im rechteckigen Tank bei laminarer Grenzschicht

Von RÜDIGER SCHOTT

Zusammenfassung: Messungen der Energiedissipation stehender Wellen mit laminarer Bewegung wurden im Tank durchgeführt und mit theoretischen Werten verglichen, die sich aus Ableitungen der linearisierten Bewegungsgleichung von NAVIER-STOKES ergeben. Dabei wurde die Dämpfung der Oberflächenauslenkung sowie die von den stehenden Wellen auf den Tankboden ausgeübte Schubspannung gemessen. Es ergab sich eine etwas größere Energiedämpfung als die theoretisch vorhergesagte. Die Schubspannung stimmte innerhalb der Fehlerbreite mit der Theorie überein.

Energy dissipation of standing waves in a rectangular basin with a laminar boundary layer (Summary): Two-dimensional standing waves were produced in a rectangular basin by a pneumatic wave generator (fig. 4). Energy dissipation due to frictional effects in laminar boundary layers (fig. 3) was studied by a determination of the logarithmic decrement or decay modulus of the water surface displacement and by a direct measurement of the shear stress at the bottom of the tank.

The decay modulus α_B was obtained from plots indicating the decay of wave heights (fig. 5). The water surface displacement was measured by an electric wave gauge. A correction K_α (equ. 6, tables 3 and 4) had to be applied to eliminate frictional effects at the side walls of the tank. The decay modulus determined experimentally (tables 3 and 4) turns out to be 25% (mode 1) and 17% (mode 2) larger than the value predicted by linear theory (fig. 6, table 1, equ. 4).

The shear stress at the bottom was measured by a device containing a shear plate and an inductive displacement pick-up (fig. 8). The measured shear stress data (fig. 7) were normalized for a wave height $H = 1$ cm. A correction K_τ (equ. 9, tables 5 and 6) was applied to eliminate the effect of horizontal pressure gradients. The experimental values of the shear stress (tables 5 and 6) are in accordance with the theoretically predicted values (equ. 7, table 2) within the range of measuring accuracy (fig. 9). The decay modulus as a function of the shear stress is given by equ. 10.

1. Einleitung

Über die Energiedissipation bei fortschreitenden Oberflächenwellen liegen mannigfaltige Studien an Wassertanks vor (z. B. CASE & PARKINSON 1957, EAGLESON & IPPEN 1955, GROSCH 1962, IWAGAKI & TSUCHIYA & SAKAI 1965, LI 1954). Diese Messungen haben im allgemeinen keine befriedigende Übereinstimmung mit den mit linearer Wellentheorie vorhergesagten Ergebnissen gezeigt. Es ergaben sich hierbei Diskrepanzen beim Dämpfungskoeffizienten von 40% (IWAGAKI et al. 1965) bis zu 240% (EAGLESON 1962).

Im Gegensatz zu den obigen Messungen wurden bei den in folgenden beschriebenen Experimenten stehende Wellen im Tank beobachtet. Der Vorteil dieser Studien liegt in der langen Meßzeit des Dämpfungsverlaufes einer Schwingung. Denn im Labor können bei den fortschreitenden Wellen nur Wellenzüge auf einer relativ kurzen Meßstrecke innerhalb der Tanklänge beobachtet werden. So erhielt KEULEGAN (1958) bei Dissipationsmessungen an stehenden Wellen im Schaukeltank nur einen Unterschied von ca. 30% zwischen gemessener Gesamtdämpfung und theoretischer, viskoser Dämpfung. Diese Diskrepanz verringert sich, wenn von der Gesamtdämpfung der Effekt der Oberflächenspannung abgezogen wird, so daß sich ein nur viskoser Dämpfungswert ergibt, der auf Reibungserscheinungen beruht.

Bei der Betrachtung von oszillierenden Strömungen an Grenzflächen im reibungsbehafteten Medium teilt man zweckmäßig in folgende Bereiche auf:

1. Einen Bereich von sehr kleiner Abmessung normal zur Grenzfläche, die sogenannte „Grenzschicht“, in der der Einfluß der Reibungskräfte (Viskositätskräfte) wesentlich ist.
2. Einen Bereich, in dem der Einfluß der Viskosität vernachlässigbar ist, und in dem die sogenannte „äußere“ Strömung auftritt. In diesem Bereich kann man die Flüssigkeit als „ideale“ (reibunglos) ansehen.

Innerhalb der Grenzschicht bedingen Reibungskräfte starke Scherungen der Strömung, wobei Wasserpartikel an der Grenzfläche in Ruhelage bleiben („no slip“-Bedingung). Scherungen bei oszillierender, äußerer Strömung ergeben periodisch veränderliche Bodenspannungen. Diese Reibungserscheinungen bewirken laut Energieerhaltungssatz eine Abnahme der Wellenenergie bzw. der Wellenamplitude mit der Zeit.

Die Energiedissipation beruht im homogenen Wasser abgesehen von verschwindend kleiner innerer Reibung auf Reibungserscheinungen in den Grenzschichten an Boden-, Seiten- und Kopfwänden eines Tanks.

Die Energieabnahme einer Schwingung wird durch das logarithmische Dekrement beschrieben. Das Dekrement ϵ_B , eine dimensionslose Dämpfungsgröße, hat eine funktionale Beziehung zur Schubspannung τ_0 (vgl. Gl. 10). Als kennzeichnende Größen für Energiedissipation können daher logarithmische Dekremente oder Schubspannungen an Grenzflächen angesehen werden.

Mit Hilfe eines Wellenpegels kann das logarithmische Dekrement einer abklingenden Schwingung und mit einem Schubspannungsmeßgerät die Bodenschubspannung unter stehenden Wellen gemessen werden. Die Messungen ergeben zwei unabhängige Wege, nämlich eine direkte und eine indirekte Bestimmung der Energiedissipation bei oszillierender Strömung. EAGLESON (1962) und IWAGAKI et al. (1965) wählten diese beiden Wege für Dämpfungsmessungen bei fortschreitenden Wellen.

2. Theorie

2.1 Geschwindigkeitsverteilung in stehenden Wellen bei laminarer Bewegung

Für freie, zwei-dimensionale Airy-Wellen lauten die linearisierten NAVIER-STOKESschen Bewegungsgleichungen beim als homogen und inkompressibel anzusehenden Wasserkörper:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u_\delta}{\partial t} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

u = x-Komponente der Geschwindigkeit

u_δ = x-Komponente der Geschwindigkeit am oberen Rand der Grenzschicht ($z = \delta$)

δ = Dicke der Grenzschicht

t = Zeit

ν = kinematische Viskosität

Das x-y-z-Koordinatensystem (Rechtssystem) liege in der linken unteren Ecke des Tanks, wobei z — senkrecht zum Boden — nach oben zeigt.

Vermittels der beiden Randbedingungen

$$u = 0 \text{ für } z = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \text{ für } z \geq \delta$$



ergibt sich die Lösung für fortschreitende lange Wellen (Wellenlänge sehr viel größer als Wassertiefe). Infolge der Linearisierung erhält man die Lösung für stehende Wellen durch Superposition von zwei gleichartigen, entgegengesetzten Geschwindigkeitskomponenten (LAMB 1957):

$$\begin{aligned}
 u &= 2 u^*_{\delta\max} \sin \omega t \{ \sin \kappa x - e^{-\beta z} \sin (\kappa x + \beta z) \} \\
 \text{mit } 2 u^*_{\delta\max} &= \frac{H \omega}{2 \sinh \kappa h}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

- $u^*_{\delta\max}$ = Geschwindigkeitsamplitude für $z \geq \delta$
- ω = $2 \pi/T$ = Kreisfrequenz
- T = Periode
- κ = $2 \pi/L$ = Wellenzahl
- L = Wellenlänge
- β = $(\omega/2 \nu)^{1/2} = 2 \pi/\delta$
- H = Wellenhöhe
- h = Wassertiefe

In Abb. 1 ist die Geschwindigkeitsverteilung als Funktion über t und z für einen festen Ort x gezeichnet worden. Die Abb. 2 veranschaulicht dagegen die vertikale Geschwindigkeitsverteilung zur Zeit $t = T/4$ an verschiedenen Stellen x unter einer 2-knotigen stehenden Welle.

2.2 Bereich der laminaren Bewegung

Da die Gl. 1 nur die laminare Bewegung stehender Wellen beschreibt, muß für Laborstudien bekannt sein, wann eine Grenzschicht noch als laminar, wann als turbulent zu gezeichnen ist. COLLINS (1963) hat durch experimentelle Untersuchungen eine kritische Reynolds'sche Zahl N_R ermittelt, bei der die Scherung $\partial u/\partial z$ am glatten, horizontalen Boden so stark wird, daß die laminaren Bewegungen in turbulente überzugehen beginnen. Die Reynolds'sche Zahl wird beschrieben durch das Verhältnis aus turbulenten Reynolds'schen Spannungsterm und laminaren Reibungsterm, so daß sich für N_R die Beziehung ergibt:

$$N_R = \frac{2 u^*_{\delta\max} \cdot \beta}{\nu} = \frac{2 \pi H}{\delta \sinh \kappa h}
 \tag{2}$$

COLLINS ermittelte experimentell einen kritischen Wert 160 für N_R , d. h., setzt man die charakteristischen Größen eines Wellentyps in Gl. 2 ein, so wird für $N_R < 160$ die Welle laminare Grenzschichten haben, für $N_R \geq 160$ wird die Bewegung in der Grenzschicht turbulent werden.

In Abb. 3 ist für 1- und 2-knotige Eigenschwingungen mit Wellenlängen von 1200 cm und 600 cm die Wellenhöhe H über der Wassertiefe h für den Parameter $N_{R \text{ krit.}} = 160$

Tafel 1 (zu R. Schott)

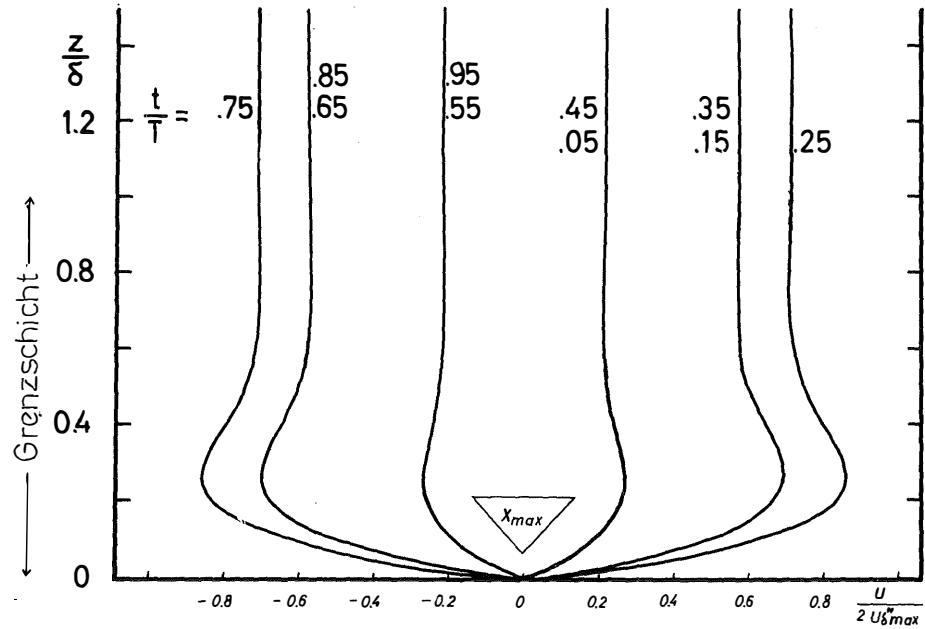


Abb. 1: Geschwindigkeitsverteilung in der Wassersäule einer stehenden Welle als Funktion der Bruchteile einer Wellenperiode t/T am Orte x_{max} .

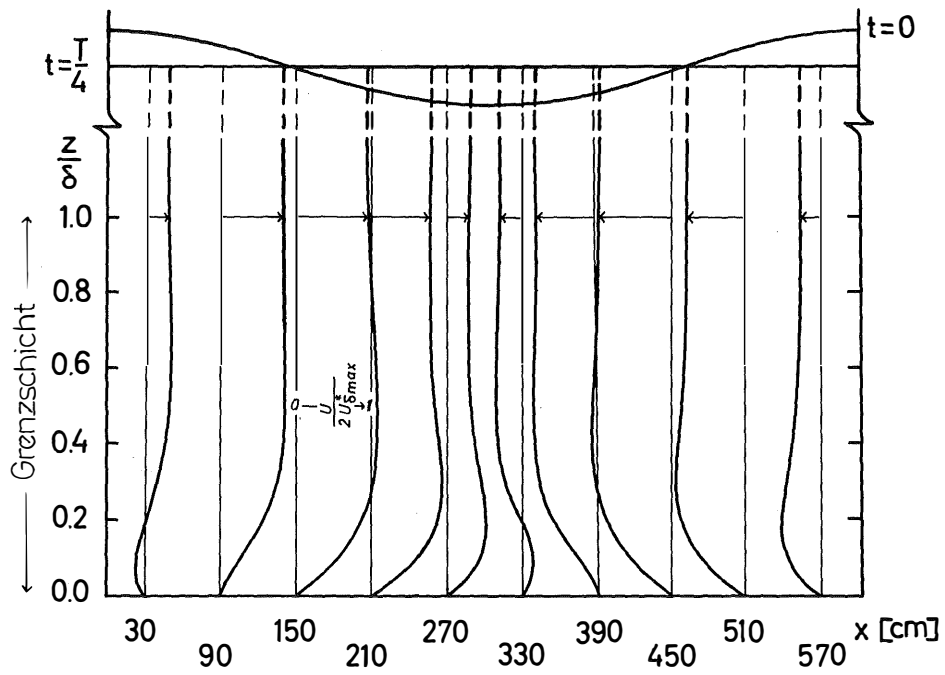


Abb. 2: Geschwindigkeitsverteilung in der Wassersäule einer stehenden Welle als Funktion von x zur Zeit $t = T/4$.

Tafel 2 (zu R. Schott)

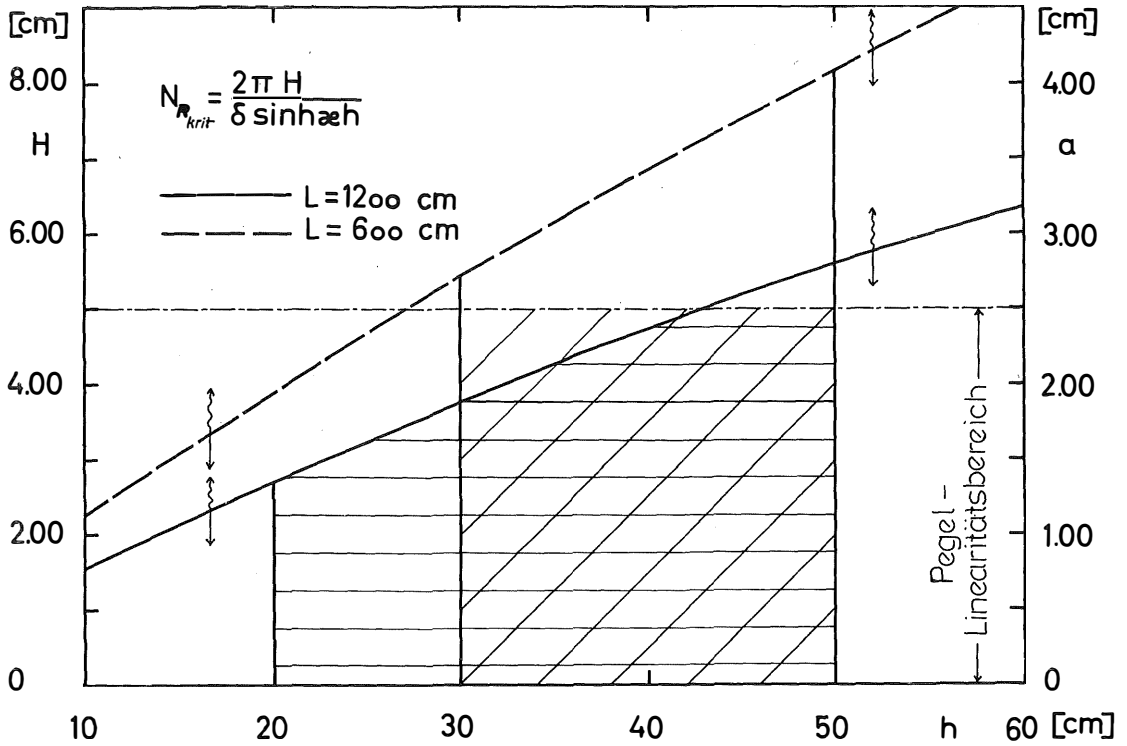


Abb. 3: Kritische Wellenhöhe H für den Übergang von laminarer zu turbulenter Bewegung bei stehenden Wellen für zwei ausgewählte Wellenlängen in Abhängigkeit der Wassertiefe h (schraffierte Flächen = Meßbereiche).

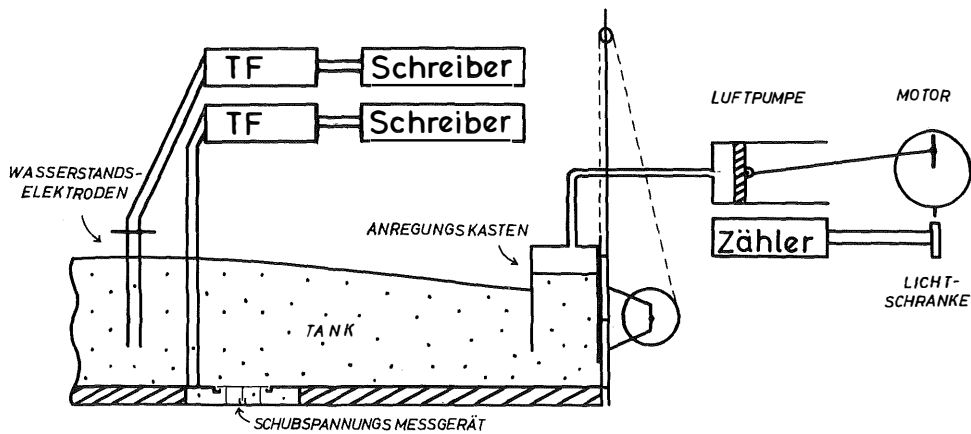


Abb. 4: Schematisches Bild der Meßeinrichtung und des Wellengenerators (TF = Trägerfrequenzverstärker).

aufgetragen worden. An Hand der Kurve kann der Wellenhöhen-Bereich abgelesen werden, bei dem laminare Bewegung existiert. Werte für $N_R > 160$ liegen oberhalb der Kurve, dagegen für $N_R < 160$ unterhalb.

2.3 Dämpfung stehender Wellen

Beim Auftreten von Energiedissipation in einem Schwingungssystem ist die Summe aus zeitlicher Energieveränderung und Dissipationsrate $\Delta \bar{E}$ pro Einheitsfläche gleich Null.

$$\frac{d \bar{E}}{d t} = -\Delta \bar{E} \quad (3)$$

Schwingendes Wasser im Becken besitzt die Gesamtenergie \bar{E} , die sich aus kinetischer und potentieller Energie zusammensetzt. Pro Einheitsfläche gilt:

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \rho g \frac{H^2}{8}$$

g = Schwerebeschleunigung

Der Betrag von \bar{E} pro Einheitsfläche wird in Termen von Geschwindigkeitsgradienten durch Rayleighs laminare Dissipationsfunktion beschrieben (LAMB 1957). So kann die Dissipationsrate $\Delta \bar{E}_B$, die durch Reibungseffekte in der Grenzschicht über dem Tankboden bedingt ist, ausgedrückt werden:

$$\Delta \bar{E}_B = \frac{\mu}{TL} \int_0^T \int_0^L \int_0^L \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 dx dz dt = \left(\frac{\pi H}{\sinh \kappa h} \right)^2 \frac{\mu \beta}{4 T^2} \quad (3a)$$

μ = dynamische Viskosität

Durch Integration von $\frac{\Delta \bar{E}_B}{\bar{E}}$ über die Zeit erhält man die Gleichung für die zeitliche Energieabnahme:

$$\bar{E} = \bar{E}_0 \cdot e^{-\frac{2 \nu \beta \kappa}{\sinh 2 \kappa h} t}$$

mit \bar{E}_0 = Energie zur Zeit $t = 0$

Somit ergibt sich für den Dämpfungskoeffizienten der Wellenamplitude bzw. Wellenhöhe:

$$\alpha_B = \frac{\nu \beta \kappa}{\sinh 2 \kappa h} \quad (4)$$

Ist die Wandfläche des Tanks sehr viel kleiner als die Bodenfläche, so können die Reibungseffekte in den Grenzschichten an den Seiten- bzw. den Kopfwänden im Vergleich zur gesamten Bodenreibung vernachlässigt werden. Für den Wellentank des Instituts für Meereskunde ($600 \times 37 \times 60$ -cm) ist jedoch eine Korrektur erforderlich, wenn man den Wert des Dämpfungskoeffizienten α_B bestimmen will, da sich hier die Dämpfung von Schwingungen aus der Summe der Energiedissipation an Boden-, Seiten- und Kopfwänden ergibt.

Die Dissipationsrate pro E.Fl. der Wände wird wie bei $\Delta \bar{E}_B$ berechnet:

$$\begin{aligned}\Delta \bar{E}_s &= \frac{\mu}{T L h} \int_0^T \int_0^h \int_0^L \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy dz dt \\ &= \left(\frac{\pi H}{\sinh \kappa h} \right)^2 \frac{\mu \beta}{4 T^2} \left[\frac{\sinh 2 \kappa h}{2 \kappa h} \right]\end{aligned}$$

w = z-Komponente der Geschwindigkeit

L = Wellenlänge

$$\begin{aligned}\Delta \bar{E}_K &= \frac{\mu}{T h} \int_0^T \int_0^h \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dz dt \\ &= \left(\frac{\pi H}{\sinh \kappa h} \right)^2 \frac{\mu \beta}{4 T^2} \left[\frac{\sinh 2 \kappa h}{2 \kappa h} - 1 \right] \left\{ \frac{1}{2} + \frac{(\kappa + \beta)^2}{4 \beta^2} \right\}\end{aligned}$$

$\Delta \bar{E}_S$ und $\Delta \bar{E}_K$ bezeichnen die Dissipationsraten pro Fläche an den Seiten- und Kopfwänden.

Die Geschwindigkeitsprofile an den Wänden werden entsprechend Gl. 1 beschrieben.

Bildet man das Verhältnis ψ der Dissipationsraten pro Fläche am Boden zu der an den Seiten- und Kopfwänden, so ergibt sich mit der Tanklänge A und Tankbreite B:

$$\psi = \frac{\Delta \bar{E}_B B A}{(2 \Delta \bar{E}_S A + 2 \Delta \bar{E}_K B) h} = \frac{B A}{\frac{A}{\kappa} \sinh 2 \kappa h + B \left(\frac{\sinh 2 \kappa h}{2 \kappa h} - 2 h \right) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{(\kappa + \beta)^2}{4 \beta^2} \right\}}$$

Bei Berücksichtigung der Reibungseffekte durch die Wände nimmt der Energieerhaltungssatz Gl. 3 die Form an:

$$AB \frac{d\bar{E}}{dt} = -(\Delta \bar{E}_B AB + (2 \Delta \bar{E}_S A + 2 \Delta \bar{E}_K B) h) = \Delta \bar{E}_B AB \left(1 + \frac{1}{4} \right) \quad (5)$$

Aus den Gleichungen 3 und 5 folgt:

$$\alpha_B = \{ \psi / (\psi + 1) \} \alpha_{BSK} = K_\alpha \alpha_{BSK} \quad (6)$$

K_α ist die Korrekturgröße, mit der die zusätzliche Dissipation durch Wände eliminiert und α_B ermittelt werden kann. α_{BSK} bezeichnet die Dämpfung durch Boden-, Seiten- und Kopfwände, die im Experiment gemessen wird.

2.4 Bodenschubspannung unter stehenden Wellen

Eine Strömung im reibungsbehafteten Medium übt eine tangentielle Schubspannung auf die untere Grenzfläche aus. Für die Schubspannung τ_0 , die am horizontalen Tankboden ($z = 0$) wirkt, gilt:

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = \mu \frac{\pi H}{\sinh \kappa h} \frac{\sqrt{2} \beta}{T} \sin \omega t \sin \left(\kappa x - \frac{\pi}{\psi} \right) \quad (7a)$$

Maximale Schubspannungen τ_{0max} bilden sich aus an Orten $x = n L/8$ ($n = 1, 3, 5, 7$) zu Zeitpunkten $t = T/4, 3 T/4$. Folglich heißt für τ_{0max} die Gleichung:

$$\frac{\tau_{0\max}}{H} = \frac{\sqrt{2} \rho \mu}{\sinh \kappa h} \left(\frac{\pi}{T} \right)^{3/2} \quad (7)$$

Es zeigt sich bei Messungen, daß sich eine weitere Kraft pro Fläche der Schubspannung überlagert. Es ist die Druckgradientkraft, die sich auf Grund einer geneigten Wasseroberfläche ausbildet:

$$-d \frac{\partial p_0}{\partial x} = d \frac{H g \rho \kappa}{2 \cosh \kappa h} \cos \omega t \sin \kappa x$$

p_0 = Druck am Boden

d = Meßplattendicke

Die hydrodynamische Gesamtkraft pro Fläche $F_0 = \tau_0 - d \frac{\partial p_0}{\partial x}$ lautet für den Meßort $x = 3L/8$:

$$F_0 = \sqrt{C^2 + D^2} H \sin(\omega t + \varepsilon') \quad (8)$$

$$\text{mit } C = \frac{\sqrt{2} \rho \mu}{\sinh \kappa h} \left(\frac{\pi}{T} \right)^{3/2}$$

$$D = d \frac{\sqrt{2} \rho g \kappa}{4 \cosh \kappa h}$$

Für das Verhältnis K_τ aus $\tau_{0\max}$ und $F_{0\max}$ gilt:

$$\tau_{0\max} = \frac{1}{\sqrt{1 + (D/C)^2}} F_{0\max} = K_\tau F_{0\max} \quad (9)$$

Vermittels des Korrekturfaktors K_τ kann also aus der gemessenen, maximalen Gesamtkraft pro Fläche $F_{0\max}$ die maximale Schubspannung $\tau_{0\max}$ berechnet werden.

Die Kombination der Gleichungen 3, 3a, 4 und 7a ergibt die funktionale Beziehung zwischen Dämpfungskoeffizient α_B und Schubspannung τ_0 :

$$\frac{\Delta \bar{E}}{2 \bar{E}} = \alpha_B = \frac{8}{LT \rho g H^2} \int_0^T \int_0^L \tau_0 u_B dx dt \quad (10)$$

3. Experimentelle Untersuchungen und Ergebnisse

3.1 Erregung stehender Wellen im rechteckigen Tank

Für den Institutstank, dessen Boden und Wände aus Glas bestehen, mußte entsprechend der Aufgabenstellung ein Wellengenerator entwickelt werden, der folgende Bedingungen erfüllen sollte:

- Erzeugung stehender, 2-dimensionaler Wellen für ausgewählte Perioden und Amplituden.
- Trägheitsfreies Arbeiten des Generators während der Anregung.
- Leichtes und störungsfreies Herausnehmen des Generators aus dem Wasser nach Anregung der Schwingung

d) Einfache Konstruktion und Arbeitsweise.

Ein Vergleich der gebräuchlichsten Wellengenerator-Typen — Schwingungs-, Tauchkolben-, Pneumatik- und Exzenter-Generatoren (LEVCHENKO & NARTOV 1962) — zeigt, daß der Pneumatikgenerator die gestellten Bedingungen am besten erfüllt. Bei ihm erfolgt die Anregung von Schwingungen durch einen periodisch schwankenden Luftdruck, der von einer Luftpumpe erzeugt wird und auf einen kleinen Teil der Wasseroberfläche wirkt (Abb. 4).

Durch Vorgabe geeigneter Frequenzen bilden sich zweidimensionale Eigenschwingungen aus mit dem Wellenprofil η :

$$\eta = \frac{H}{2} \cos \kappa x \cos \omega t \quad (11)$$

η = vertikale Auslenkung der Wasseroberfläche.

Nach dem Arbeitsprinzip des Wellengenerators ist im eingeschwungenen Zustand die Wellenfrequenz gleich der Arbeitsfrequenz der Luftpumpe. Die Frequenz ist dabei unabhängig von der Amplitude der Welle bzw. des Luftdrucks. Die schwingende Wassermasse ist außerordentlich schwach gedämpft (Dämpfungskoeffizient $\approx 10^{-3} \text{ s}^{-1}$) und hat entsprechend scharfe Resonanzstellen.

Um den Reibungseffekt des Anregungskastens während der Messung zu eliminieren, muß er nach der Wellenerzeugung aus dem Wasserkörper herausgenommen werden. Dafür wurden Gleitschienen am Kopfende des Tanks befestigt, so daß man den Anregungskasten aus dem Tank herausfahren konnte (Abb. 4).

Der gebaute Pneumatik-Wellengenerator kann das Wasser anregen zu 1- bis 4-knotigen Eigenschwingungen, mit den Wellenlängen $L_i = 12, 6, 3, 1,5 \text{ m}$ für $i = 1, 2, 3, 4$. Kosinus-Schwingungen höherer Ordnung lassen sich auf Grund der gegebenen Dimension des Anregungskastens nicht erzeugen. Die Anregung kann ohne Schwierigkeiten Wellenhöhen bis über 10 cm ergeben, bei der dann allerdings die laminare Bewegung in turbulente übergeht (Abb. 3).

3.2 Wellendämpfung

3.2.1 Messung der Wellenhöhen-Abnahme

Die Dämpfung stehender Wellen kann nach Beendigung der Anregung aus dem Abklingen der Schwingung gemessen werden. Sie wird durch den Dämpfungskoeffizienten α oder durch das logarithmische Dekrement, eine dimensionslose Dämpfungsgröße $\varepsilon = \alpha T$ beschrieben (MAGNUS 1966).

Die vertikale Auslenkung der Wasseroberfläche und damit die Wellenhöhe wurde registriert mit Hilfe einer elektronischen Meßeinrichtung, die aus einem Meßkanal (Verstärker und Registriergerät) und einem Wellenpegel bestand. (Abb. 4 zeigt das Prinzipbild der Meßeinrichtung.

Nach einer Halbbrückenschaltung von FÜHRBÖTER (1966) wurde ein Nadelpegel gebaut, mit dessen zwei Elektroden der Wasserstand über die elektrische Leitfähigkeit des Wassers gemessen wird. Um Spannungsänderungen im stationären Zustand, bei konstanter Eintauchtiefe der Elektroden auszuschließen, mußten vergoldete Elektroden (wegen der Lösungstension der Metallionen) verwendet werden. Erforderlich war außerdem der Einbau von temperaturunempfindlichen Widerstandseinheiten und das Freihalten der Elektroden von Partikelverschmutzung während der Messung. Auf diese Weise konnte beim Pegel ein Linearitätsbereich von 0—5 cm Wasserstandsänderung erreicht werden.

Tafel 3 (zu R. Schott)

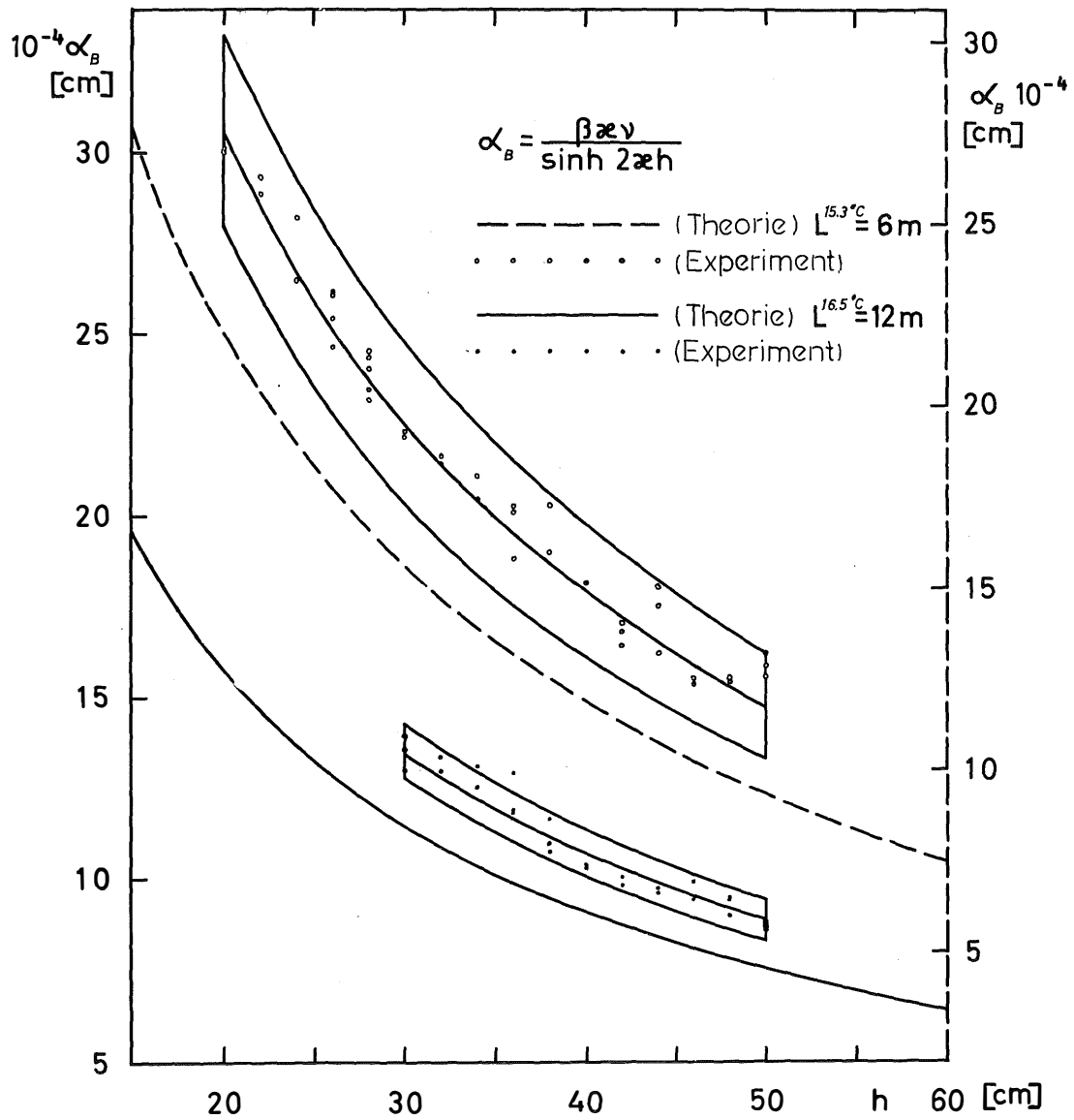


Abb. 6: Theoretisch und experimentell ermittelte Dämpfungswerte α_B als Funktion der Wassertiefe h für 1- und 2-knotige stehende Wellen bei gemittelter Wassertemperatur (Fläche = Fehlerbereich).

Tafel 4 (zu R. Schott)

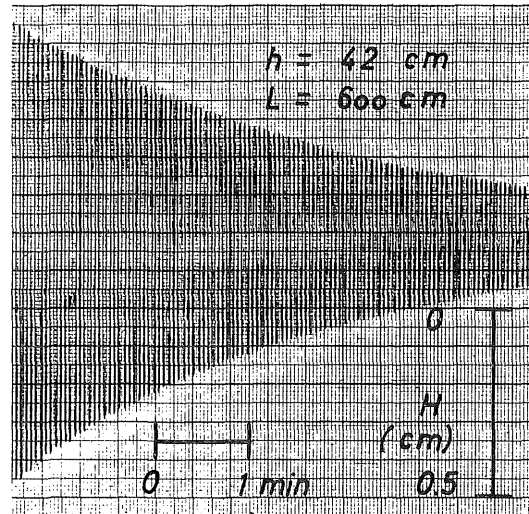


Abb. 5: Registrierung der Vertikalverlagerung der Wasseroberfläche für eine abklingende Eigenschwingung ($L = 600$ cm, $h = 42$ cm).

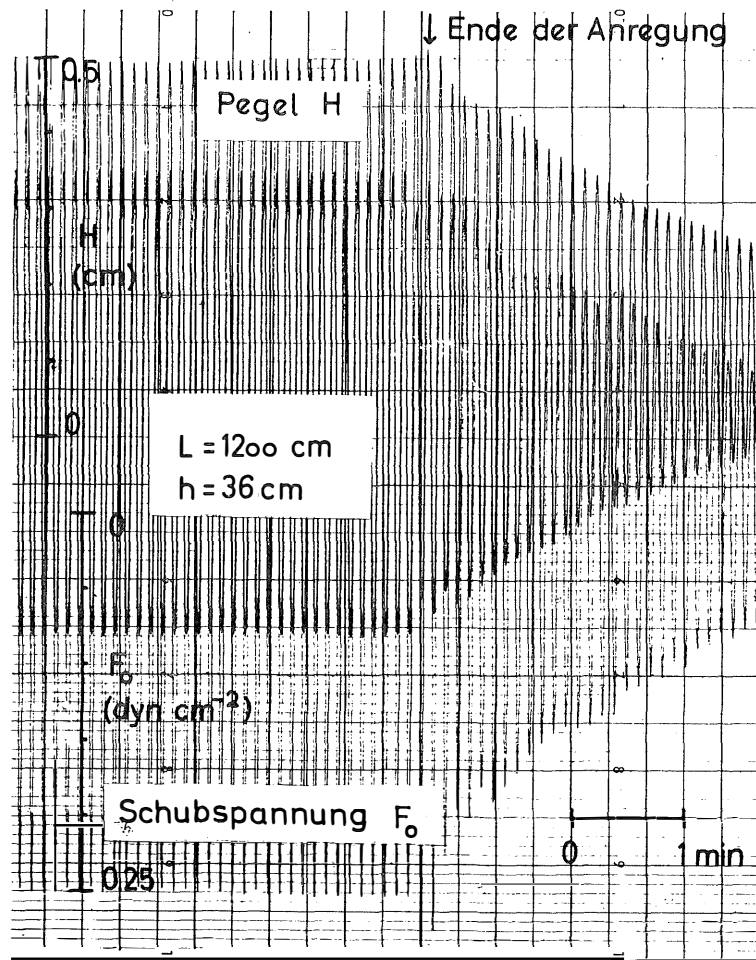


Abb. 7: Registrierung von Bodenschubspannung und Oberflächenschwankung am Orte x_{\max} ($L = 1200$ cm, $h = 36$ cm).

Da die Einschwingzeit des Wasserkörpers groß ist (etwa $20 T$), muß zum Finden einer Eigenschwingung ihre Periode bekannt sein (Merianformel). Bei bekannter Periode für eine konstante Wellenlänge und Wassertiefe wird die Drehzahl der Antriebsachse entsprechend eingestellt. Der elektronische Zeitähler gibt die Periode der Luftdruckschwankung auf $1/100$ s genau an.

Durch sehr kleine Variationen der Anregungsperiode von hundertstel Sekunden ist eine Amplitudenvergrößerung möglich. Erst bei der Ausbildung maximaler Wellenamplituden im Resonanzfall erfolgte eine Übereinstimmung der Frequenz mit einer Genauigkeit von ± 0.03 s.

Als vorteilhaft zeigte sich, wenn der Anregungskasten so tief eingetaucht wurde, daß das Ein- und Ausströmen des Wassers in Tankbodennähe erfolgte. Dadurch konnten Störungen der Wasseroberfläche verhindert werden. Durch tiefes Eintauchen wird außerdem das Luftvolumen im Kasten verringert, was ein besseres Anregungssystem ohne merkbare Effekte der Luftkompression ergibt. Weitere Verkleinerung des Luftvolumens ist erreichbar durch möglichst kurze Schlauchverbindung zwischen Pumpe und Kasten sowie durch Kolbentätigkeit bis nahe zum Zylinderende.

Berücksichtigt man diese Faktoren, so sind 2-dimensionale stehende Wellen konstanter Amplitude durch periodische Luftdruckschwankungen über beliebig lange Zeit erzeugbar.

Um das logarithmische Dekrement gedämpfter Schwingungen berechnen zu können, muß die Abnahme der Wellenamplituden aufgezeichnet werden. Es ist daher erforderlich, nach Ausbildung von Eigenschwingungen den Wellengenerator auszuschalten und den Anregungskasten aus dem Wasser herauszufahren, der sonst zusätzlich, theoretisch schwer erfaßbare Dämpfungseffekte bewirkt.

Da das Schwingungssystem sehr empfindlich auf Störungen jeglicher Art reagiert, mußte eine bestimmte Reihenfolge in der Handhabung eingehalten werden. Es wurde nach Anregung der Wassermasse in Eigenschwingungen konstanter Amplitude

- a) die Luftdruckkraft auf Null verringert, indem das Drehventil am Anregungskasten langsam geöffnet wurde,
- b) der Elektromotor ausgeschaltet,
- c) der Anregungskasten entsprechend der Orbitalbewegung der Wasserpartikel phasengleich aus dem Tank in positiver z-Richtung gefahren.

3.2.2 Auswertung der Wellenregistrierung

Der funktionale Zusammenhang zwischen Dämpfung und Wassertiefe einerseits und Wellenlänge (Schwingsungsordnung) andererseits wurde experimentell untersucht. Für 2- und 1-knotige Eigenschwingungen sind intervallweise bei 2 cm Wassertiefenänderung Messungen vorgenommen worden. Der Wasserkörper im Tank wurde zu Eigenschwingungen so kleiner Amplitude angeregt, daß damit der Bereich der Laminarbewegung eingehalten wird.

Abb. 5 zeigt die Registrierung der Oberflächenauslenkung einer stehenden Welle nach Ausschalten des Erregungssystems. Aus der Registrierung ist die Periode ablesbar. Ein Vergleich von theoretisch und experimentell ermittelter Periode zeigt bei den 2-knotigen Schwingungen, daß die Abweichungen ≤ 0.025 s, bei 1-knotigen Wellen ≤ 0.03 s sind. Mit Kenntnis der Periode und der Amplitudenabnahme läßt sich der Dämpfungskoeffizient α_{BSK} errechnen, der die Dämpfungswirkung aller Tankwände angibt.

Um die Reibungseffekte in den Grenzschichten der Seiten- und Kopfwände zu eliminieren, wird α_{FSK} mit der Korrekturgröße K_α (Gl. 6, Tabellen 3 und 4) multipliziert, so daß man α_B (Dämpfung nur durch Bodenreibung) erhält.

Für einen Vergleich wurden Dichte ρ und Viskosität μ (DIETRICH 1952) bzw. die α_B -Werte auf gemittelte Temperaturen reduziert. In Abb. 6 sind diese hinsichtlich der Temperatur gemittelten Werte des Koeffizienten für beide Wellenordnungen über der Wassertiefe h aufgetragen. Ebenso wurden die entsprechenden theoretischen Kurven nach Gl. 4 gezeichnet, deren Werte sich wie die experimentellen auf eine Bezugstemperatur beziehen (Abb. 6, Tab. 1).

Ein Vergleich von theoretischen und experimentellen Werten erfordert die Kenntnis der Ausgleichskurve für die Meßpunkte. Nach der Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate sind die Koeffizienten der Ausgleichskurve bestimmbar (RICHARDS 1967). Die Rechnung zeigt für die 2-knotige Welle, daß die experimentell ermittelten Dämpfungswerte um + 25% größer sind als die theoretisch ermittelten. Entsprechend beträgt für die 1-knotige Welle die Diskrepanz + 17%.

Der Maximalfehler bei der experimentellen Bestimmung der Dämpfung wird durch folgende Faktoren, die mit Bestimmungsfehlern behaftet sind, verursacht:

- a) Ungenauigkeit physikalischer Parameter,
- b) Ungenauigkeit der Tankdimension,
- c) Meßungenauigkeit.

Mit den folgenden maximalen Fehlergrößen Δh , ΔH , ΔT und ΔB für die Größen h , H , T und B wurde die Fehlerbreite der Ausgleichskurve, die mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes bestimmbar ist, berechnet:

$$\begin{aligned}\Delta h &= \pm 0.2 \text{ cm,} \\ \Delta H &= \pm 0.01 \text{ cm,} \\ \Delta T &= \pm 0.025 \text{ s (2 Knoten), } \pm 0.03 \text{ s (1 Knoten),} \\ \Delta B &= \pm 0.2 \text{ cm.}\end{aligned}$$

ΔH setzt sich aus dem statischen Eichfehler des Pegels und dem Ablesefehler zusammen.

3.3 Bodenschubspannung

3.3.1 Messung der Schubspannung

Zur experimentellen Ermittlung von Bodenschubspannungen stehender Wellen mußten über Meßfühler die Wellenhöhe H und die Schubspannung τ_0 gemessen werden.

Die Registrierung der Wellenhöhe erfolgte wie bei den Dämpfungsversuchen durch den Wellenpegel am Orte größter vertikaler Auslenkung, also am Schwingungsbauch. Für die Schubspannungsmessung konnte ein Meßgerät verwendet werden, das in Zusammenarbeit mit der Forschungsanstalt der Bundeswehr für Wasserschall und Geophysik in Kiel gebaut wurde. Das Gerät ist am Ort maximaler Schubspannung eingebaut worden. Abb. 7 zeigt eine Aufzeichnung von Bodenschubspannung und Oberflächenschwankung am Orte x_{\max} .

Das Schubspannungsmeßgerät (Abb. 8) mit den äußeren Abmessungen $60 \times 36 \times 6$ -cm ist vorwiegend aus einem Material (Aluminium) hergestellt. In der Deckplatte ist eine quadratische Fläche ausgefräst worden. In die Aussparung paßt eine dünne $30 \times 30 \times 0.1$ -cm große Aluminiumplatte mit weniger als 1 mm Spielraum hinein. Diese Platte ist auf 2 dünnen Blattfedern aus verchromten Stahlblech so gelagert, daß sie in Längsrichtung (in positiver und negativer x -Richtung) horizontal beweglich ist.

Die Plattenbewegung wird infolge horizontaler Schubkräfte über einen induktiven Wegaufnehmer gemessen, wobei ein unter der Meßplatte befestigtes Winkeleisen sich zwischen 2 Spulen bewegt. Zur Verstärkung und Registrierung der elektrischen Spannung wurde derselbe Meßkanal wie bei der Dämpfungsmessung verwendet. Es konnte eine

Linearität zwischen Schreiberausschlag und der Schubspannung (bis 8 dyn cm^{-2}) nachgewiesen werden.

Bei dieser Meßeinrichtung ist eine große Wegempfindlichkeit von $1/410000$ erreicht worden. Es waren daher Verfälschungen der Aufzeichnungen durch zeitweilige starke Bodenerschütterungen (z. B. Straßenverkehr) teilweise möglich.

Da das Spannungsmeßgerät selbst eine Höhe von 6 cm besitzt, mußte der Tankboden auf jenes Niveau durch massive, kunststoffbeschichtete Gipsplatten angehoben werden.

Ergibt sich bei der Wasserbewegung im Tank eine Unterspülung der Meßplatte, so entsteht eine zusätzliche Auslenkung der Meßplatte infolge des Staudrucks. Um diesen Effekt zu eliminieren, muß der variable Spalt zwischen Meß- und Deckplatte abgedichtet werden. Dazu wurde nachträglich eine kleine Plexiglas-Rinne an der Unterseite der Deckplatte angebracht, so daß die unterhalb der Meßplatte festgeklebten Aluminiumwinkel in die Rinnenflüssigkeit eintauchten und damit ein Hindernis für die Unterspülung der Platte darstellten (Abb. 8).

Eine Rinnenflüssigkeit, die als Abdichtungs-, bzw. als Trennflüssigkeit hier benutzt werden kann, soll folgende Bedingungen erfüllen:

- a) spezifisches Gewicht $> 1.5 \text{ (g cm}^{-2} \text{ s}^{-2}\text{)}$,
- b) nicht wasserlöslich,
- c) nicht flüchtig,
- d) nicht ätzend,
- e) möglichst nicht kunststofflösend,
- f) möglichst nicht giftig.

Hierfür ist Tetrabromäthan $\text{Br}_2\text{HC} - \text{CH Br}_2$ im Test als die geeignetste Lösung mit dem spezifischen Gewicht von $2.7 \text{ g cm}^{-2} \text{ s}^{-2}$ gefunden worden. Die Forderungen unter e) und f) werden von ihr aber nur bedingt erfüllt, denn Tetrabromäthan wurde nach 2—3 Tagen durch chemische Reaktionen mit dem Plexiglas stark zähflüssig. Diese Viskositätsveränderungen kann man jedoch verhindern, indem der Kanal mit Aluminiumfolie ausgeklebt wird. Ein Nachteil besteht ferner darin, daß Dämpfe des Tetrabromäthans gesundheitsschädlich sind. Für die Füllung des Abdichtungskanals war eine Lösungsmenge von 30 ml erforderlich.

EAGLESON & IPPEN (1955) sowie IWAGAKI et al. (1965) installierten für ähnliche Probleme einen schmalen Quecksilberkanal unterhalb der Meßplatte (parallel zur y-Achse entlang der Plattenmitte), so daß der Hg-Meniskus dabei die Plattenunterseite berührte. Diese Vorrichtung vermag die Unterspülung, bzw. den Staudruck nicht gänzlich zu verhindern, da sie seitliche Ausströmungen (parallel zur x-Achse) ermöglichen. Außerdem sind die Hg-Dämpfe sehr giftig und deshalb für Laborversuche nicht empfehlenswert.

3.3.2 Auswertung der Schubspannungsregistrierung

Messungen für 1- und 2-knotigen Schwingungen erfolgten hier wegen der 6 cm Bodenniveauperänderung beim Einbau des Schubspannungsmeßgerätes nur in einem Wassertiefenbereich von 30—44 cm.

Die registrierten Wellen besaßen Höhen zwischen 0.41—0.87 cm. Die Schubspannungswerte wurden zum besseren Vergleich normiert, indem das Verhältnis Spannung zu Wellenhöhe berechnet wurde. Nach Gl. 7 ist ersichtlich, daß die Schubspannung sich linear mit der Wellenhöhe ändert.

Die graphische Aufzeichnung der Schubspannung stellt den Mittelwert über die Meßplattenlänge dar. Diese gemessenen Mittelwerte $\bar{\tau}_{0 \max}$ sind um 0.4% kleiner als jene $\tau_{0 \max}$ am Orte maximaler Spannung, bei $x_{\max} = 3 L/8$:

$$\bar{\tau}_{0 \max} = \tau_{0 \max} \cdot 0.9961$$

Außerdem müssen Korrekturen angebracht werden, die die Effekte der Druckgradientkräfte beseitigen, da z. Z. maximaler hydrodynamischer Gesamtkraft pro Fläche $F_{0\max}$ die Wasseroberfläche geneigt ist (Gl. 8 und Gl. 11). Die Korrektur wurde in folgender Weise durchgeführt:

$$\tau_{0\max} = K_{\tau} F_{0\max} \quad (\text{Tabellen 5 und 6}).$$

Durch Messung der Eigenfrequenz der Meßplatte mit der Impulsmethode wurde geprüft, ob Trägheitskräfte zu berücksichtigen sind. Es zeigte sich, daß die Trägheit der Meßplatte vernachlässigbar klein ist, da die Eigenfrequenz des Meßfühlers $f_0 = 34.5$ Hz sehr viel größer als die Wellenfrequenz $f = 0.33 - 0.14$ Hz ist und daher die Feder wie eine starre Verbindung wirkt. Im Resonanzfall vervielfältigt sich die Bewegung um den Faktor 25.8. Im Meßbereich 3—7 s verkleinert sich der Faktor auf 1.000093 bis 1.000017, d. h. die Meßplattenbewegung wird maximal um 0.1‰ vergrößert. Dieser Einfluß auf die Registrierung ist demnach vernachlässigbar.

Die experimentell ermittelten, normierten Schubspannungswerte sind in Abb. 9 für 1- und 2-knotige Schwingungen über h eingetragen (Tabellen 5 und 6). Zum Vergleich wurde die theoretische $\tau_{0\max}$ -Kurve nach Gl. 7 in Abb. 9 eingezeichnet (Tabelle 2).

Der Bestimmungsfehler bei der Schubspannung basiert hier ebenso auf:

- a) Ungenauigkeit physikalischer Parameter,
- b) Ungenauigkeit der Tankdimension,
- c) Meßungenauigkeit.

Bei Berücksichtigung der unten aufgeführten maximalen Fehlergrößen ($\Delta \mu$, $\Delta \rho$, Δh , ΔF_0 und ΔH für die Größen μ , ρ , F_0 und H) läßt sich mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes die Fehlerbreite berechnen:

$$\begin{aligned} \Delta \mu &= \pm 7 \cdot 10^{-4} \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}, \\ \Delta \rho &= \pm 4 \cdot 10^{-4} \text{ g cm}^{-3}, \\ \Delta h &= \pm 0.2 \text{ cm}, \\ \Delta F_0 &= \pm 0.008 \text{ dyn cm}^{-2}, \\ \Delta H &= \pm 0.01 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Abb. 9 zeigt die ermittelten Fehlerflächen bei 1- und 2-knotiger Schwingung und veranschaulicht die Lage der Meßwerte im Fehlerbereich.

4. Zusammenfassung der Ergebnisse

Wie oben beschrieben, wurden aus Registrierungen der Abnahme von Wellenhöhen die Dämpfungskoeffizienten α_B berechnet, wobei wegen der Reibungseffekte in den Grenzschichten des Kopf- und Seitenwände des Tanks eine Korrektur notwendig war. Für laminare Bewegungen zeigte sich, daß die gemittelten experimentellen Werte der 2- bzw. 1-knotigen Schwingung über 25% bzw. 17% größer sind als die theoretischen, die auf Gl. 4 basieren.

Als Gründe für diese größeren Reibungswerte können die Energieverluste angesehen werden, die durch die vertikale Beschleunigung des angrenzenden Luftkörpers über der Wasseroberfläche entstehen. Außerdem ergeben sich durch die stetige Neubenetzung der Wände im Bereich der Wasserlinie zusätzliche Energieverluste, da der Wasserfilm bei jeder Schwingung reißt. Eine gewisse Rauigkeit der Wände (Fugen, Rillen, verschmutzte Grenzflächen) können weitere Dissipation bedingen (CASE & PARKINSON 1957).

Bei der zweiten Methode der Dissipationsberechnung wurde die Schubspannung $\tau_{0\max}$ über ein elektrisches Meßgerät gemessen und auf die Wellenhöhe $H = 1$ cm normiert. Eine Korrektur der Meßwerte war dabei zur Elimination der Druckgradient-

Tafel 5 (zu R. Schott)

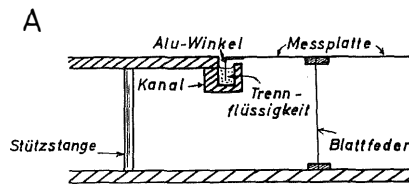
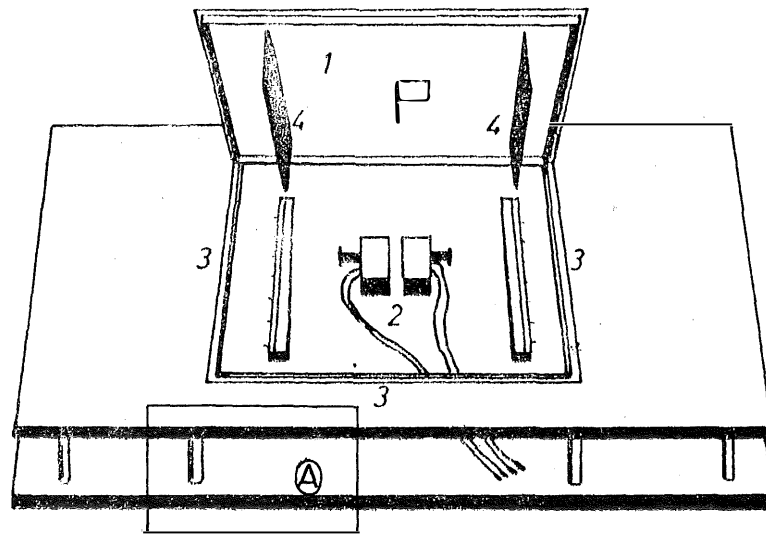


Abb. 8: Schubspannungsmessgerät (ausgebaute Meßplatte (1), induktiver Wegaufnehmer (2), Flüssigkeitsrinne (3), Blattfeder (4)).
A: Trennvorrichtung für die Wasserkörper unter und über der Meßplatte

Tafel 6 (zu R. Schott)

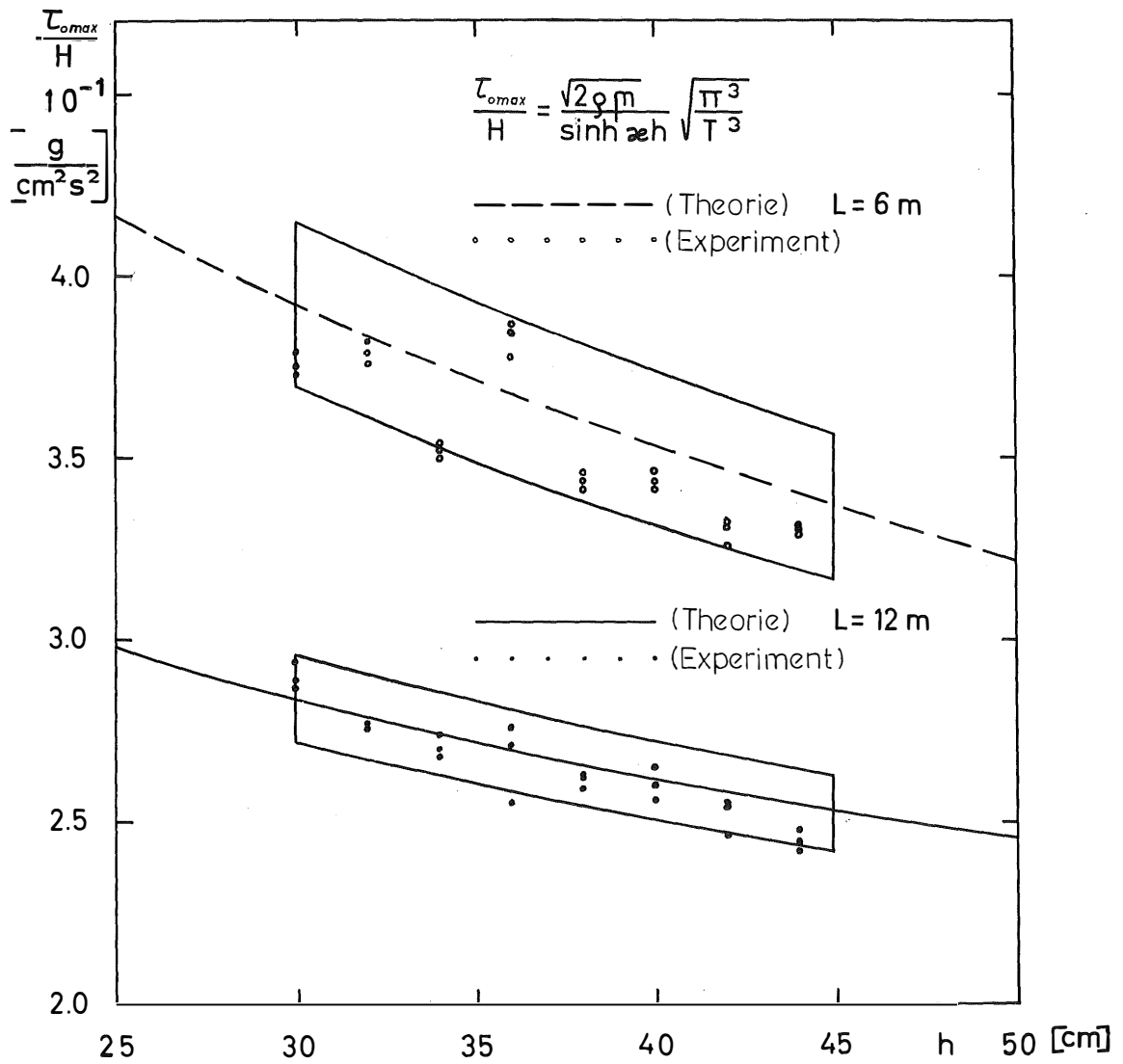


Abb. 9: Theoretisch und experimentell ermittelte, normierte Schubspannungswerte als Funktion der Wassertiefe h für 1- und 2-knotige stehende Wellen (Fläche = Fehlerbereich).

kraft erforderlich. Hier entsprechen die experimentellen Werte im Rahmen der Meßgenauigkeit den theoretischen (Gl. 7).

Herrn Prof. Dr. G. Siedler danke ich sehr für die Vergabe der Arbeit sowie für die Diskussionen, die ich mit ihm und Herrn Dr. G. Krause zusammen hatte. Mein Dank gilt ferner der Forschungsanstalt der Bundeswehr für Wasserschall und Geophysik (FBWG) in Kiel, die das Schubspannungsmeßgerät in Zusammenarbeit mit dem Institut für Meereskunde herstellte. Die Bearbeitung der Daten erfolgte durch das Rechenzentrum der Universität Kiel.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert.

Literaturverzeichnis

- CASE, K. M. & PARKINSON, W. C. (1957): Damping of Surface Waves in an Incompressible Liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 2.
- COLLINS, J. I. (1963): Interception of Turbulence at the Bed under Periodic Gravity Waves. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 68, No. 21.
- DIETRICH, G. in LANDOLT-BÖRNSTEIN (1952): Innere Reibung — 3261109, Dichte — 3261104. Bd. III, 6. Auflage, Berlin.
- EAGLESON, P. S. (1959): The Damping of Oscillatory Waves by Laminar Boundary Layers. Technical Memorandum No. 117, Beach Erosion Bd., Corps of Engrs., U.S. Army, Washington D. C.
- EAGLESON, P. S. & IPPEN, A. T. (1955): A Study of Sediment Sorting by Waves Shoaling on a Plane Beach. Technical Memorandum No. 63, Beach Erosion Bd., Corps of Engrs., U.S. Army, Washington D. C.
- EAGLESON, P. S. (1962): Laminar Damping of Oscillatory Waves. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers (Proc. ASCE)*, Vol. 88, No. HY 3.
- FÜHRBÖTER, A. (1966): Elektrische Geber für elektronische Meßgeräte im wasserbaulichen Versuchswesen. Heft 27 der Mitteilungen des Franzius-Instituts für Grund- und Wasserbau der TH-Hannover.
- GROSCH, C. E. & LUKASIK, S. J. & WARD, L. W. (1960): Viscous Dissipation of Shallow Water Waves. *The Physics of Fluids*, Vol. 3, No. 3.
- GROSCH, C. E. (1962): Laminar Boundary Layer under a Wave. *Physics of Fluids*, Vol. 5, No. 10.
- IWAGAKI, Y. & TSUCHIYA, Y. & SAKAI, M. (1965): Basic Studies on the Wave Damping due to Bottom Friction. *Coastal Engineering in Japan*, Vol. 8.
- KAZAKOV, S. P. (1962): Standing Waves in Flow — through Water Basins. *Soviet Oceanography, Transactions of the marine hydrophysical institute*, Vol. XXVI.
- KEULEGAN, G. H. (1958): Energy Dissipation in Standing Waves in Rectangular Basins. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 6, Part 1.
- KINSMAN, B. (1965): *Wind Waves*. Prentice-Hall Inc., Engewood Cliffs, New Jersey.
- LAMB, H. (1957): *Hydrodynamics*. 6th ed., Cambridge University Press, Cambridge, Massachusetts.

- LEVCHENKO, S. P. & NARTOV, L. G. (1962): Wave Generators used in Wave Basins and Hydraulic Flumes. Soviet Oceanography, Transactions of the Marine Hydrophysical Institute, Vol. XXVI.
- LI, H. (1954): Stability of Oscillatory Laminar Flow along a Wall. Technical Memorandum No. 47, Beach Erosion Bd., Corps of Engrs., U.S. Army, Washington D.C.
- MAGNUS, K. (1969): Schwingungen. LAMM, B. G. Teubner, Stuttgart, 2. Auflage.
- NEUMANN, G. & PIERSON, W. J. (1965): Principles of Physical Oceanography. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- PRANDTL, L. (1965): Führer durch die Strömungslehre. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 6. Auflage.
- RICHARDS, J. W. (1967): Interpretation of Technical Data. D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey.

Tabelle 1

Theoretische Ermittlung des Dämpfungskoeffizienten α_B (s^{-1})

Wassertiefe (cm)	Wellenlänge 1200 cm	Wellenlänge 600 cm
	($\rho_{16.5^\circ C} = 0.998886$) ($\mu_{16.5^\circ C} = 0.01100$)	($\rho_{15.3^\circ C} = 0.999080$) ($\mu_{15.3^\circ C} = 0.01135$)
15	$19.616 \cdot 10^{-4}$	$27.789 \cdot 10^{-4}$
20	15.752	22.079
25	13.263	18.340
30	11.503	15.646
35	10.180	13.582
40	9.140	11.930
45	8.295	10.566
50	7.592	9.413
55	6.994	8.422
60	6.477	7.558

Tabelle 2

Theoretische Ermittlung der normierten Schubspannung $\frac{\tau_{0max}}{H}$ ($g \cdot s^{-2} \cdot cm^{-2}$)

Wassertiefe (cm)	Wellenlänge 1200 cm	Wellenlänge 600 cm
	($\rho_{15.8^\circ C} = 0.999000$) ($\mu_{15.8^\circ C} = 0.01120$)	($\rho_{15.2^\circ C} = 0.999095$) ($\mu_{15.2^\circ C} = 0.01137$)
25	0.29760	0.41520
30	0.28345	0.39187
35	0.27173	0.37168
40	0.26170	0.35365
45	0.25290	0.33715
50	0.24501	0.32182

Tabelle 3
 Experimentelle Ermittlung des Dämpfungskoeffizienten α_B (s^{-1})
 für die Wellenlänge 1200 cm

Wassertiefe (cm)	H_0/H_n^1	T (s)	n	K_α	α_B (s^{-1})
30	5.73	7.03	69	0.377406	13.60 10^{-4}
30	4.76	7.05	64,5	0.377406	12.98
30	5.14	7.06	63	0.377406	13.94
32	3.70	6.81	53.5	0.361822	12.98
32	4.08	6.84	55.5	0.361822	13.39
34	3.77	6.61	54.5	0.347376	13.14
34	3.57	6.61	54.5	0.347376	12.57
36	3.91	6.49	55.5	0.333944	12.96
36	5.45	6.49	74	0.333944	11.83
36	3.58	6.43	56	0.333944	11.85
38	3.68	6.32	57	0.321417	11.68
38	3.38	6.32	57	0.321417	10.78
38	5.23	6.27	76.5	0.321417	10.98
40	3.33	6.15	58.5	0.309703	10.31
40	3.38	6.15	58.5	0.309703	10.39
42	3.30	5.95	60.5	0.298722	9.85
42	3.34	6.00	60	0.298722	9.84
42	5.08	6.00	80	0.298722	10.07
44	3.36	5.85	61.5	0.288403	9.78
44	4.93	5.85	82	0.288403	9.64
46	3.35	5.71	63	0.278686	9.44
46	5.38	5.71	84	0.278686	9.94
48	3.29	5.58	64.5	0.269515	9.00
48	2.85	5.61	53.5	0.269515	9.45
48	5.34	5.61	85.5	0.269515	9.47
50	3.38	5.50	65.5	0.260845	8.83
50	5.05	5.52	87	0.260845	8.64
50	5.19	5.52	87	0.260845	8.74
50	3.31	5.50	65.5	0.260845	8.72

¹ $H_0 = H$ z. Z. $t = 0$; $H_n = H$ z. Z. $t = nT$

Tabelle 4
 Experimentelle Ermittlung des Dämpfungskoeffizienten α_B (s^{-1})
 für die Wellenlänge 600 cm

Wassertiefe (cm)	H_0/H_n^1	T (s)	n	K_α	α_B (s^{-1})
20	5.61	4.32	69.5	0.472936	27.11 10^{-4}
20	5.59	4.32	69.5	0.472936	27.01
22	5.77	4.14	72.5	0.447691	26.30
22	3.96	4.14	58	0.447691	25.85
24	5.84	4.00	75	0.424596	25.23
24	5.14	4.00	75	0.424596	23.48
26	5.34	3.82	78.5	0.403362	23.11
26	2.69	3.83	47	0.403362	22.41
26	3.82	3.84	62.5	0.403362	23.16
26	4.91	3.82	78.5	0.403362	21.66
28	5.06	3.68	81.5	0.383752	20.46
28	3.75	3.69	65	0.383752	21.54
28	1.89	3.69	32.5	0.383752	20.19
28	3.68	3.69	65	0.383752	21.04
28	3.74	3.69	65	0.383752	21.39
30	3.58	3.58	67	0.365566	19.18
30	4.97	3.59	83.5	0.365566	19.31
32	4.96	3.49	86	0.348640	18.64
32	4.87	3.50	85.5	0.348640	18.42
34	4.79	3.35	89.5	0.332832	17.47
34	5.09	3.37	89	0.332832	18.12
36	5.07	3.20	92	0.318024	17.27
36	5.01	3.28	91.5	0.318024	17.14
36	3.29	3.29	73	0.318024	15.82
38	4.85	3.19	94	0.304115	16.00
38	5.53	3.21	93.5	0.304115	17.30
40	3.50	3.14	76.5	0.291017	15.15
42	3.31	3.06	78.5	0.278654	13.84
42	6.19	3.06	118	0.278654	14.06
42	4.44	3.06	102	0.278654	13.30
44	5.03	3.00	100	0.266962	14.50
44	3.78	2.98	80.5	0.266962	15.06
44	4.46	2.99	100.5	0.266962	13.20
46	4.39	2.94	102	0.255883	12.56
46	3.23	2.93	82	0.255883	12.39
48	6.36	2.88	125	0.245367	12.55
48	4.62	2.87	104.5	0.245367	12.45
50	2.76	2.83	63.5	0.235370	13.25
50	3.62	2.82	85	0.235370	12.60
50	5.21	2.83	106	0.235370	12.90

¹ $H_0 = H$ z. Z. $t = 0$; $H_n = H$ z. Z. $t = nT$

Tabelle 5
 Experimentelle Ermittlung der normierten Schubspannung
 $\frac{\tau_{0\max}}{H}$ ($\text{g s}^{-2} \text{cm}^{-2}$) für die Wellenlänge 600 cm

Wassertiefe (cm)	H (cm)	$\frac{F_{0\max}}{2}$ ($\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$)	K_τ	$\frac{\tau_{0\max}}{H}$
30	0.49	0.251	0.7503	$3.79 \cdot 10^{-1}$
30	0.51	0.255	0.7503	3.75
30	0.52	0.260	0.7503	3.73
32	0.44	0.226	0.7454	3.82
32	0.47	0.238	0.7454	3.79
32	0.45	0.228	0.7454	3.76
34	0.49	0.232	0.7407	3.52
34	0.48	0.228	0.7407	3.54
34	0.50	0.238	0.7407	3.50
36	0.40	0.214	0.7363	3.87
36	0.42	0.220	0.7363	3.85
36	0.43	0.222	0.7363	3.78
38	0.51	0.240	0.7322	3.44
38	0.49	0.235	0.7322	3.46
38	0.52	0.242	0.7322	3.42
40	0.49	0.237	0.7282	3.47
40	0.49	0.232	0.7282	3.42
40	0.47	0.225	0.7282	3.44
42	0.53	0.238	0.7245	3.26
42	0.55	0.250	0.7245	3.31
42	0.52	0.241	0.7245	3.33
44	0.48	0.220	0.7210	3.30
44	0.48	0.223	0.7210	3.31
44	0.49	0.228	0.7210	3.33

Tabelle 6
 Experimentelle Ermittlung der normierten Schubspannung
 $\frac{\tau_{0\max}}{H}$ ($\text{g s}^{-2} \text{cm}^{-2}$) für die Wellenlänge 1200 cm

Wassertiefe (cm)	H (cm)	$\frac{F_{0\max}}{2}$ ($\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$)	K_τ	$\frac{\tau_{0\max}}{H}$
30	0.86	0.300	0.8455	$2.95 \cdot 10^{-1}$
30	0.86	0.294	0.8455	2.90
30	0.86	0.293	0.8455	2.88
32	0.75	0.238	0.8417	2.68
32	0.69	0.226	0.8417	2.78
32	0.67	0.221	0.8417	2.77
34	0.75	0.239	0.8380	2.69
34	0.67	0.220	0.8380	2.75
34	0.75	0.241	0.8380	2.71
36	0.78	0.239	0.8345	2.56
36	0.76	0.247	0.8345	2.72
36	0.78	0.260	0.8345	2.77
38	0.80	0.251	0.8311	2.60
38	0.80	0.253	0.8311	2.63
38	0.80	0.252	0.8311	2.64
40	0.78	0.243	0.8279	2.61
40	0.79	0.246	0.8279	2.57
40	0.77	0.246	0.8279	2.66
42	0.79	0.244	0.8248	2.56
42	0.56	0.167	0.8248	2.47
42	0.79	0.244	0.8248	2.55
44	0.55	0.168	0.8218	2.49
44	0.56	0.166	0.8218	2.46
44	0.56	0.165	0.8218	2.43